NOUVELLE ARCHITECTURE HYDRAULIQUE, CONTENANT L'ART D'ÉLEVER L'EAU AU...

Gaspard Clair Francois Marie Riche : de Prony





NOUVELLE ARCHITECTURE HYDRAULIQUE,

Contenant l'art d'élever l'eau au moyen de différentes machines, de construire dans ce fluide, de le diriger, et généralement de l'appliquer, de diverses manieres, aux besoins de la société.

PAR R. PRONY, DE L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES ET DES ARTS, INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES, CHARGÉ DE LA DIRECTION DU CADASTRE.

SECONDE PARTIE,

CONTENANT LA DESCRIPTION DÉTAILLÉE DES MACHINES A FEU.



A PARIS,
RUE DE THIONVILLE, N°. 116,
Chez FIRMIN DIDOT, Libraire pour le Génie, l'Architecture et les Mathématiques; graveur et fondeur de caracteres.
DE L'IMPRIMERIE DE DIDOT FILS AÎNÉ, rue Pavée Saint-André.
L'AN IV DE LA RÉPUBLIQUE.
1796.



NOUVELLE ARCHITECTURE HYDRAULIQUE.

SECONDE PARTIE,

CONTENANT LA DESCRIPTION DÉTAILLÉE DES MACHINES A FEU.

Préambule.

De la méthode employée dans cet ouvrage

1351. Les recherches dont nous nous sommes occupés jusqu'à présent offrent une suite d'idées et de raisonnements aussi curieuse par le rang qu'elle occupe dans le système de nos connoissances qu'importante par la grandeur et l'utilité de son objet. Nous y avons suivi la marche de l'esprit humain depuis les premiers phénomenes sensibles jusques aux questions les plus compliquées de l'équilibre et du mouvement, qui peuvent intéresser les arts; les signes abrégés de la langue analytique nous ont servi à consigner dans des formules les moyens, soit de retrouver ces phénomenes simples dans les effets composés, soit de déduire un effet inconnu d'une combinaison quelconque de causes données; et c'est vers ce double but que doivent se diriger et l'exposition et l'étude de toutes les sciences exactes, dont la langue sera d'autant plus parfaite qu'elle fournira plus de ressources pour y parvenir avec promptitude et facilité.

Les propriétés que nous avons analysées et développées sont en général indépendantes de toute application, ou plutôt sont celles qu'on rencontre par tout où il y a équilibre ou mouvement. Si nous avons parfois anticipé sur la suite de notre

travail, c'a été plutôt pour donner à la théorie ou moins de difficultés ou plus d'attraits, que pour discuter à fond des matières sur lesquelles nous nous proposions de revenir fort en détail. Il est temps d'enrichir les conceptions abstraites auxquelles nous nous sommes livrés, par la considération des objets qui sont plus immédiatement liés aux besoins ou aux agréments de la vie. Un spectacle grand et varié va s'offrir à nos regards. Les études purement spéculatives ont sans doute beaucoup de charmes, et peuvent même suffire à ceux qui n'ont d'autre but que d'entretenir ou d'exercer la sagacité ou la pénétration de leur esprit; mais combien le lustre qu'elles acquièrent est plus brillant lorsqu'on les voit prêter des secours au génie pour diriger l'industrie! C'est alors que les arts font chérir les sciences, et que les sciences réfléchissent sur les arts l'intérêt qu'elles en ont emprunté.

Les moyens d'exécution et les principes qui leur servent de base n'ont pas toujours marché de pair; et, lorsqu'il s'est agi d'objets de nécessité première, la pratique a toujours devancé la théorie: car l'homme que le besoin sollicite, plus pressé d'agir que de raisonner, cherche à suppléer par des tâtonnements réitérés à un travail d'esprit qui souvent ne seroit qu'un tourment de plus. Ainsi on a fait usage de la machine funiculaire, des instruments de percussion et du levier, avant qu'on connût les lois de l'équilibre et celles du mouvement, et on n'a commencé à traiter la mécanique comme une *science*, que lorsque quelques individus, mus par une impulsion particulière, ont voulu expliquer ou perfectionner les pratiques en usage. Ceci fait voir qu'il ne faut pas croire sur parole ceux qui, pour donner à leurs essais une tournure philosophique, nous annoncent qu'ils vont suivre la marche des inventeurs. Une semblable marche ne seroit certainement ni la plus courte ni la plus agréable, car les inventeurs ont les premiers voyagé, sans guide, dans un pays inconnu: leurs successeurs doivent partir du même point, c'est-à-dire des premiers phénomènes sensibles, mais ils ont à abréger et à redresser la route.

Ordre à suivre dans l'exposition des matières.

1352. Sous ce point de vue, nous nous assujettirons moins à offrir la série historique des inventions qu'à les exposer de la manière la plus propre à éclairer l'esprit et à faire saisir leur filiation naturelle et leurs rapports respectifs. Le lecteur a pu voir une application de cette méthode dans ce que nous avons déjà dit (article 645 et suiv.) sur les machines à élever l'eau. Notre objet, dans la seconde et la troisième parties, est de

donner tout le developpement necessaire aux chapitres de la premiere qui traitent des machines à feu, et des machines à elever l'eau, dans lesquels nous n'avons anticipé sur la partie descriptive que pour rendre la theorie plus intelligible et moins fastidieuse.

1353. Nous sommes entrés précédemment dans quelques détails sur l'ordre dans lequel nous nous proposons d'exposer la série des machines à elever l'eau. Ces details seroient peut être susceptibles de plusieurs developpements, propres à bien faire concevoir comment toutes les combinaisons possibles des moyens qu'on emploie pour produire un pareil effet pourront réellement être comprises dans l'ordre de description que nous avons adopté. Plusieurs procédés employes pour produire, soit l'aspiration, soit le refoulement d'un fluide, semblent, par leur originalité, former une classe separée : de ce genre sont la rarefaction de l'air par la force centrifuge, par l'élévation ou l'abaissement successifs, soit de l'eau dans un vase fixe, soit d'un vase mobile dans l'eau, le refoulement de l'eau par le poids de l'eau elle-même, par la condensation de l'air, par le ressort d'un gas quelconque, etc. : tous ces moyens ne nous fourniront néanmoins aucune exception dans la série d'exposition que nous avons adoptée. Mais comme cette assertion sera prouvée par le fait dans la troisieme partie de cet ouvrage, il est inutile de donner ici des explications qui, à l'inconvénient d'être inutiles, joindroient celui de ne pouvoir être senties qu'imparfaitement.

1354. Nous nous étions proposé d'abord de faire précéder la description des machines à feu par celle des machines à élever l'eau, mais des réflexions subsequentes nous ont fait changer de resolution, et nous nous sommes determinés à suivre la marche inverse. Ce changement est motivé par les raisons réunies, et de l'exposition la plus méthodique, et de la plus grande utilité de ceux à qui cet ouvrage est destiné. L'élevation de l'eau se réduisant à surmonter une resistance, il etoit naturel de faire preceder son exposition par une connoissance detaillée des moteurs qu'on emploie pour vaincre des résistances. La premiere partie de l'*Architecture hydraulique*, qui offre la théorie des fluides et celle de la force des hommes et des animaux, est terminée par des détails sur la force expansive de la vapeur, qui font desirer une connoissance des machines que cette vapeur

Motifs de quelques changemens faits à l'ordre que l'auteur s'étoit d'abord proposé de suivre.

A ij

met en mouvement plus étendue que celle qu'on y a jointe provisoirement. Il étoit donc naturel de lier la description de ces machines aux principes généraux qui s'y rapportent, plutôt que de mettre un volume entier entre des objets de même nature. D'un autre côté, l'essor que l'agriculture, les manufactures et le commerce sont disposés à prendre, appellent de toute part l'usage des machines à feu; et c'étoit une raison de plus pour hâter la publication de ce qui les concerne.

1355. Les dernieres perfections ajoutées aux machines à feu devant désormais déterminer les constructeurs à n'employer que celles à double effet, jusqu'à ce que l'art ait fait de nouveaux progrès, la connoissance des divers mécanismes qui ont précédé les découvertes récentes semble ne devoir plus être considérée que comme un objet d'érudition lié à l'histoire de l'esprit humain. Sous ce point de vue, nous aurions pu nous contenter de ce que nous avons dit, à la fin de la première partie, sur la machine de *Newcomen*, et sur celle apportée à Paris, en 1780, par MM Perrier, et employée aux pompes de *Chaillot* et du *Gros-Caillou*, pour la derniere fois, selon toute apparence. Cependant, comme le meilleur moyen de développer l'esprit d'invention est d'exercer l'esprit à comparer, les productions de ce genre ne pouvant être que de nouveaux rapprochements d'idées, nous n'avons pas cru devoir supprimer les détails sur les machines anciennes; mais, pour concilier la précision avec l'objet d'utilité dont nous parlons, nous avons placé ces détails de maniere qu'ils servent principalement à faire connoître les relations entre les inventions successives, et à faire sentir les avantages de celles auxquelles on a donné la préférence.

Les machines à double effet forment donc ici l'objet principal; les anciennes machines n'y sont traitées que comme objets accessoires, et néanmoins nous donnons plus de choses sur ce qui les concerne qu'on n'en trouve dans aucun ouvrage publié jusqu'à présent. Il nous auroit été impossible, eu égard aux bornes dans lesquelles nous devons circonscrire l'étendue de cet ouvrage, d'en parler avec autant de développement que nous l'avons fait des seules machines actuellement proposables, car le desir de ne laisser à dire que le moins possible sur une matiere aussi intéressante ayant exigé un grand nombre de planches et une étendue analogue dans le discours, on ne pouvoit y réunir les anciennes machines avec les mêmes détails

qu'en grossissant considérablement un livre qui sans cela sera déja assez volumineux.

1356. Ce qu'il y a d'assez remarquable dans la relation des mécanismes anciens au nouveau, c'est que les premiers peuvent être considérés comme des cas particuliers du dernier. En cela on doit reconnoître la marche de l'esprit humain, qui commence par les idées isolées avant de passer aux notions générales. On verra qu'une machine à double effet, disposée convenablement, peut, avec de légeres modifications dont son mécanisme la rend susceptible à volonté, être employée et comme machine de *Newcomen* et comme machine de l'espece de celles de *Chaillot*.

1357. Tout ce que nous allons dire sur les machines à feu peut être considéré comme présentant trois divisions principales. La premiere contient les détails des expériences et des appareils employés pour la détermination de la force expansive de la vapeur, et quelques usages utiles auxquels les résultats de ces expériences peuvent être employés dans la physique et dans les arts. La seconde traite de deux systêmes de machine à feu à double effet, où nous avons tâché de réunir les diverses variations dont la combinaison de ces machines est susceptible, et auxquels nous avons joint la description détaillée de la machine de Newcomen et de celles construites, depuis 1780, à Chaillot et au Gros-Caillou: enfin la troisieme offre des détails particuliers sur les principales pieces nécessaires à ceux qui voudront construire des machines à feu, et les principes dont on a besoin pour calculer leurs dimensions et leurs effets.

Trois divisions principales des objets de description et de discussion relatifs aux pompes à feu

Description des appareils employés pour la détermination de la force expansive de la vapeur de l'eau

1358. Lorsque M. de Betancourt entreprit ses expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau et de l'esprit-de-vin, dont nous avons parlé dans la premiere partie de cet ouvrage, il ne pensoit pas qu'aucun physicien se fût avant lui occupé de recherches semblables. Son travail étoit fini et ses résultats obtenus, quand M. Hoyer, ingénieur danois, nous parla d'un ouvrage de M. Jean Henri Ziegler sur le digesteur de Papin, dans lequel ce physicien décrivoit les épreuves qu'il avoit faites sur les forces expansives des vapeurs de différents fluides, dont il avoit formé des tables. Nous fîmes part de cet avis à M. de Betancourt, qui, étant parvenu, après bien des re-

Des expériences faites sur la force expansive de la vapeur de l'eau avant 1788

cherches, à se procurer l'ouvrage de M. Ziegler, s'assura que son travail différoit absolument de celui de ce physicien, tant par les appareils employés aux expériences (voyez la note) que par les résultats mêmes de ces expériences (*). En effet M. de Betancourt a opéré dans le vuide, et M. Ziegler a échauffé en même temps l'eau et l'air contenus dans un vase clos; et la force expansive résultante de ce mélange n'est point la même, à égale

(*) Nous croyons, pour la gloire de M. Ziegler, pour celle de M. de Betancourt, et afin que le public soit plus en état de juger de leurs travaux respectifs, devoir donner ici une idée de l'appareil employé par M. Ziegler.

Son Mémoire, publié à Basle en 1769, a pour titre: *Specimen physico chemicum de digestore Papini, ejus structura, effectu et usu, primitias experimentorum novorum circa fluidorum a calore rarefactionem et vaporum elasticitatem exhibens.*

Son instrument est une espece de marmite de cuivre A, A, (fig. 210) étamée ou argentée en dedans. cette marmite est renforcée par plusieurs cercles de fer B, B, B, capables de la faire résister à l'effort de la vapeur intérieure; elle est fermée par un couvercle de fer C, C; des vis *c*, *c*, *c*, passent à travers des trous *b*, *b*, *b*, pratiqués à des parties saillantes du couvercle, et viennent se visser dans des écrous *a*, *a*, *a*, taraudés dans un cercle de fer B, afin de presser fortement ce couvercle contre la partie supérieure de la marmite.

Le couvercle C cache et couvre un autre couvercle ou bouchon intérieur BB (fig. 211), qui s'emboîte parfaitement dans la partie supérieure de la marmite. Ce bouchon, qui est de cuivre, est étamé ou argenté à sa partie inférieure. Il doit, lorsqu'il est pressé par le couvercle C au moyen des vis *c*, *c*, *c*, fermer assez exactement l'ouverture supérieure de la marmite pour empêcher la sortie de la vapeur.

Le bouchon (fig. 211) a deux ouvertures, l'une en D, l'autre en E. à cette derniere est soudé un cylindre de cuivre fermé à sa partie inférieure et étamé ou argenté extérieurement, dans lequel on place le thermometre FF, qui doit indiquer la température de la vapeur. On met dans ce cylindre de l'eau, de l'huile, de la graisse, du mercure, du plomb, etc., ou une composition métallique de 5 parties de bismuth, 3 d'étain et 2 de plomb. Ces substances doivent servir de *bain marie* à la boule du thermometre. leur choix dépend de la température qu'elles doivent éprouver.

On fait passer par le trou D l'*élatérometre*, ou l'instrument qui sert à mesurer le degré de force expansive de la vapeur.

L'*élatérometre* est composé d'une bouteille de verre G, qui doit contenir un liquide, celui dont M. Ziegler s'est le plus constamment servi est le mercure, il a cependant quelquefois employé l'eau. un tube de fer *ddoo* est plongé dans cette bouteille, et dans ce tube de fer est enchâssé un tube de verre *ff*.

La bouteille G est disposée de maniere que la vapeur est en contact avec la surface supérieure du fluide qu'elle contient, presse cette surface, et fait monter le fluide dans le tube de verre jusqu'à ce qu'il y ait équilibre en-

température, que celle de la vapeur seule de l'eau. M. Ziegler a, à la vérité, fait des épreuves sur de l'eau purgée d'air; mais cette eau ainsi purgée n'étoit point renfermée dans un vase qui fût lui même vide d'air, et ne lui a pas fourni, ainsi qu'il le dit lui même, des résultats nouveaux. *Aqua aere purgata, quoad sensibiles rarefactionis effectus, ab aqua communi non differt.* (Specimen physico-chemicum de digestore Papini, etc., pag. 41.)

---

tre la pression de la vapeur et la pesanteur de la colonne fluide de l'*élatérometre*.

Pour empêcher que la vapeur ne puisse sortir par l'ouverture D, dans laquelle passe le tube de fer, M. Ziegler a soudé, sur le couvercle, une vis (fig. 212) percée dans son milieu d'un trou cylindrique, qui livre passage au tube de fer: un écrou (fig. 213) s'adapte très exactement à la vis (fig. 212); cet écrou (fig. 213) est terminé par une tête quarrée, afin qu'on puisse le serrer avec une clef, laquelle tête est aussi percée d'un trou cylindrique pour faire continuation avec celui de la vis. On met, au dessus de la vis, une rondelle de plomb, qui, comprimée par la partie inférieure de la tête quarrée de l'écrou, intercepte le passage de la vapeur.

Lorsque l'écrou (fig. 213) est posé et serré sur la vis (fig. 212), et que le tube de fer est ajusté dans la bouteille G, on soude le tube de fer à la tête de l'écrou avec de la soudure forte; ensuite on mastique la jonction du tube de verre *ff* et du tube de fer *cc* avec de la cire d'Espagne.

Tels sont la description et l'usage de l'instrument que M. Ziegler appelle *élatérometre*: mais lorsque la force expansive est trop grande pour être mesurée par cet instrument, il se sert de la machine E*ddf*F*g* (fig. 210), qu'il nomme *élatérometre méchanique*, pour le distinguer du premier, qu'il appelle *élatérometre physique*.

L'*élatérometre méchanique* est composé de deux petits supports verticaux *d*, *d*, l'un immobile et fixé sur le couvercle supérieur C, l'autre mobile et posé en E, sur une valvule ou espece de soupape (fig. 214), dont la tige se place dans le trou cylindrique de la vis (fig. 212) et le bouche avec exactitude. Un levier F*f* (fig. 210) a son axe à l'extrémité du support immobile: ce levier porte un poids fixe *g* à l'extrémité d'une de ses branches: l'autre branche porte un poids mobile V, qui sert à déterminer, par sa distance à l'axe de rotation, l'effort que fait la vapeur sur la soupape E, lequel effort tend à enlever le support mobile *d*, en même temps que la soupape.

La valvule ou soupape E (fig. 214) est formée d'un morceau de cuivre conique, terminé à sa partie supérieure par une tête plate. Cette piece doit être extrêmement réguliere, parfaitement polie, et entrer avec une grande justesse dans le trou conique fait à la vis (fig. 212). M. Ziegler met du carton entre la tête de la valvule et la partie supérieure de la vis.

La figure 215 présente une autre disposition pour fermer un vase dans lequel on voudroit mettre un fluide en vaporisation sans que la vapeur eût aucune issue pour sortir de ce vase.

La figure 216 offre la forme la plus simple qu'on puisse donner à un vase

1359 J'ai cru, pour l'histoire de la science et pour rendre à M. Ziegler sa justice qui lui est due, devoir parler ici de ses expériences. Ce physicien, aussi recommandable par sa modestie que par sa science, vit à Wintrethour en Suisse : les recherches qu'il a déja publiées ne peuvent que faire augurer très avantageusement des services qu'il peut encore rendre à la physique et à la mechanique, en appliquant aux découvertes récentes la pénétration et la sagacité dont il a déja donné tant de preuves.

Description de l'appareil de M. de Betancourt.

1360 Revenons aux expériences de M. de Betancourt. Nous avons déja donné (1322) une idée de l'appareil qu'il a employé pour évaluer la force expansive de l'eau et de l'esprit de vin. Mais cet exposé préliminaire, très propre à éclaircir la théorie que nous avions alors en vue, est insuffisant pour guider ceux qui voudroient répéter les expériences. Il est essentiel, à cause de la grande importance des résultats, que nous entrions ici dans un plus grand détail (*) : et cependant, avant de lire ce qui suit, il sera bon de revoir tout ce que nous avons dit depuis l'art. 1309 jusqu'à l'article 1328.

1361. La fig. (219) représente la vue perspective de tout l'appareil. A est une chaudiere de cuivre qui a huit pouces dans son plus grand diametre, quatorze de hauteur et un peu

---

destiné à un semblable usage lorsqu'on veut faire des expériences très en petit.

Enfin M. Ziegler, depuis la publication de son mémoire, a imaginé une nouvelle maniere de fermer sa marmite, dont le profil, représenté par la fig. 217, peut donner une idée.

AB est une partie du corps ou cylindre de la marmite.

Cc est un renforcement de la partie supérieure du cylindre, l'anneau c doit être de cuivre ; C peut être de cuivre ou de fer, et doit être assez saillant pour donner prise au crochet de fer fKL.

DE est une partie du plateau du couvercle.

f, g, deux cercles de renforcement.

fKL est le crochet qui, au moyen de la vis M, pressant le coussinet ou piece de renforcement H, serre le couvercle DE contre la marmite AB.

On doit employer 3, 4 ou 6 de ces crochets selon la grandeur de la marmite.

La figure 218 représente une vis destinée à fermer une ouverture pratiquée au couvercle de la marmite, par laquelle, sans ôter les crochets, on peut ou introduire ou vider une liqueur, et qui peut servir aussi à placer une soupape, un tube de thermometre, etc.

(*) Ces détails sont tirés d'un mémoire publié par M. de Betancourt à la fin de 1790.

plus

plus d'une ligne d'épaisseur. La partie supérieure est fermée par un couvercle XZ aussi de cuivre, au travers duquel passent les trois tuyaux B, C, D; le premier B sert à introduire l'eau dans la chaudiere, et se ferme exactement avec un bouchon à vis et à tête quarrée qui se tourne avec une clef; le second C est traversé par un thermometre, dont la boule E doit être à environ deux pouces au-dessus du fond de la chaudiere, et dont la graduation, placée extérieurement, s'étend depuis o jusqu'à 110 degrés de l'echelle de Réaumur. On adapte au troisieme tuyau D un tube barométrique DFGH de verre, dont la branche GH a 110 pouces de longueur et deux lignes de diametre intérieur: le tube doit être fixé à un madrier MM, qui lui-même est attaché à la planche LK. L'échelle RS est divisée en pouces, dixiemes et vingtiemes de pouce, et peut glisser librement dans le sens vertical. La chaudiere A est, comme on voit, soutenue par un trépied *tt*, vissé sur la planche KL, et posée au-dessus du fourneau P; une machine pneumatique TV, qui communique avec la chaudiere au moyen d'un tuyau de plomb YW, sert à y faire le vide.

Nous venons de décrire l'appareil perfectionné dont il est parlé à la fin de l'art. 1322, et qui dispense d'ajouter à la différence de niveau du mercure dans les branches FM et HG, la hauteur du mercure dans un barometre ordinaire placé à côté de l'instrument.

1362. M. de Betancourt eu beaucoup de peine à empêcher que sa chaudiere ne livrât passage, soit à l'air extérieur, soit à la vapeur intérieure, dans les différentes circonstances où la pression de l'un de ces gaz l'emportoit de beaucoup sur celle de l'autre. Il a tenté inutilement de fermer à vis le couvercle de sa chaudiere, ou de la souder à l'étain. Il s'est apperçu dans ce dernier cas que l'étain donnoit, sous une certaine pression, passage à la vapeur, à travers ses pores dilatés, et il l'a reconnu en versant de la cire sur la partie supérieure de la chaudiere. Enfin, après plusieurs essais, il a été obligé d'employer une chaudiere entièrement soudée à la soudure forte, qui lui a parfaitement réussi.

1363. La construction de la chaudiere étant achevée, il restoit encore une grande difficulté qui étoit de pouvoir fermer les unions entre les tubes de verre et les tuyaux de cuivre à travers lesquels ils passoient. M. de Betancourt, après avoir eu inutilement recours à différents expédients, a employé avec succès celui que nous allons décrire.

AB (fig. 220) représente le couvercle de la chaudiere, CD

est une piece de cuivre qui se visse dans ce couvercle, et, pour qu'elle ferme parfaitement le trou dans lequel elle se visse, il faut mettre, au dessous de la base, un peu de filasse enduite de lut gras, après quoi on la serre avec une clef. Cette piece est percée, dans le milieu, pour recevoir soit le barometre soit le thermometre, représentés par EF; et la partie supérieure est creusée en entonnoir pour recevoir la filasse H, qui se serre très fortement contre le tube, au moyen de l'écrou GH.

Ce moyen réunit à l'avantage de la simplicité celui de donner la plus grande facilité pour remplacer un tube qui se casseroit par quelque accident. Si, dans le cours de l'expérience, on s'apperçoit que la vapeur s'échappe, on y remédie, sur-le-champ, en serrant davantage les écrous avec la clef.

1364. On emploiera, pour bien purger d'air le tube barométrique FGH, les précautions usitées ordinairement; on fera bouillir le mercure dans toute la longueur de ce tube, conformément à la méthode de M. Deluc. M. de Betancourt est parvenu à faire un vide si parfait, que le mercure se soutenoit à la même hauteur que dans le barometre ordinaire, quoique la branche GH eût (fig. 219) 110 pouces de longueur. On voit à ce tube un renflement en M près de la partie inférieure G; la paroi intérieure est disposée, en cet endroit, en forme de récipient assez vaste pour pouvoir fournir à l'ascension du mercure dans la branche GH, sans que ce fluide puisse parvenir à la partie inférieure de la branche GF.

1365. Les degrés de chaleur ont été mesurés avec un thermometre de mercure, divisé avec grand soin, suivant la méthode de M. de Réaumur, et dont la distance entre les divisions étoit d'environ trois lignes. Les degrés de la glace et de l'eau bouillante ont été déterminés exactement, le barometre étant à 28 pouces.

Nous allons, à présent, donner quelques détails sur la maniere dont les expériences ont été faites.

Détails sur la maniere dont on a fait les expériences.

Comment on faisoit le vide dans la chaudiere. 1366. Lorsqu'on veut mettre la vapeur d'un fluide en expérience, on fait le vide avec la machine pneumatique. Cette machine est ordinairement garnie de son éprouvette; mais, dans cette circonstance, la tube FGH peut et doit en servir, et l'on continuera à faire mouvoir les cremailleres, jusqu'à ce que la différence de niveau du mercure dans les branches FH

et GH ne puisse plus diminuer. Il reste ordinairement une colonne de quelques lignes, qui est due, 1°. à l'air très rare qui reste dans la chaudière, 2°. à la vaporisation de l'eau, qui a lieu, à la moindre température, lorsque la surface de ce fluide n'est plus coercée que par une très petite pression. Le vide étant fait autant qu'il est possible, on environne la chaudière de glace, et ordinairement le mercure s'approche de son niveau, ce qu'il faut attribuer à la condensation, tant de l'air que de la vapeur, opérée par l'abaissement de la température. M. de Betancourt, dans une de ses expériences, l'a fait ainsi baisser de trois lignes sur dix. Température initiale de l'eau

Dès que le thermomètre est baissé jusqu'à zéro, ou à très peu près, on retire la glace et on met le feu sous la chaudière, qu'on règle de manière à faire parcourir au thermomètre un degré au plus par minute : si on veut changer cette vitesse, il faut la diminuer et non pas l'augmenter. M. de Betancourt, dans la dernière expérience de la table ci-après (1368), faisoit marcher le thermomètre d'un degré environ dans deux minutes : à mesure que le thermomètre arrive à une division, on observe la division correspondante du tube barométrique, en commençant par zéro, c'est-à-dire sans avoir égard à la petite colonne initiale, et on tient registre des observations simultanées. Observations correspondantes du baromètre et du thermomètre.

Un seul observateur peut, avec de l'adresse et de l'agilité, faire à la fois les observations de la température et de la pression; mais il est beaucoup plus sûr et plus commode d'employer deux observateurs, dont l'un soit au thermomètre et l'autre au tube barométrique.

1367. M. de Betancourt n'a éprouvé la force expansive que depuis la température de la glace. « Il seroit sans doute très « intéressant, dit-il, de connoître la force expansive due à la « vaporisation qui peut avoir lieu dans le vide, au-dessous du « terme de la glace, mais les expériences nécessaires pour ac- « quérir cette connoissance présentent de grands obstacles. On « ne peut pas faire le vide assez exactement pour qu'il ne reste « pas dans le vase une petite portion d'air qui exerce sa pres- « sion sur l'eau. Quelque foible que soit cette pression, il est « possible qu'elle suffise pour empêcher la vaporisation, qui, « dans les termes au dessous de la glace, doit être coercée ou « arrêtée par la plus petite puissance. En supposant même que « l'air dilaté qui reste ne presse point assez pour empêcher la « vaporisation, la mesure de la force expansive de la vapeur De la force expansive à une température au dessous de la glace

« sera sujette à deux sources d'erreurs, savoir, 1°. l'incertitude « de la vraie température due à cette force expansive, puisque « l'eau étant antérieurement pressée par l'air, sa vaporisation, à « un degré donné du thermometre, n'est pas la même que s'il n'y « avoit pas de pression antérieure; 2°. l'incertitude de la mesure « de cette force expansive elle-même, la hauteur du barometre « étant le resultat de l'action combinée de l'air renfermé et du « gas aqueux. Le ressort de l'air ne peut point ici, comme dans « les températures au-dessus de zéro, être négligé à l'égard de « celui de la vapeur, car au-dessous de zéro il peut l'égaler et « même le surpasser. »

De la force expansive apparente en remplissant la chaudiere de différentes quantités d'eau.

1368. On a mis, dans diverses expériences, différentes quantités d'eau dans la chaudiere; elle en a contenu successivement de quoi occuper $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ de sa capacité : il est résulté de là des variations remarquables dans les résultats; avant de les expliquer nous allons d'abord offrir la table des expériences.

TABLE pour connoître la force expansive apparente de la vapeur de l'eau, à différentes températures, mesurées sur le thermometre de Réaumur, et en remplissant un même vase de différentes quantités d'eau.

1	2	3	4	5
DEGRÉS du thermometre.	HAUTEURS du barometre en 100ᵐᵉˢ de pouce, l'eau occupant les portions, ci-dessous, de la capacité de la chaudiere, savoir :			
	un vingtieme	un quart.	un demi.	trois quarts.
0	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,09	0,10	0,05	0,02
10	0,15	0,27	0,17	0,15
15	0,28	0,45	0,35	0,35
20	0,47	0,75	0,62	0,65
25	0,82	1,00	1,00	1,05
30	1,25	1,52	1,50	1,52
35	1,85	2,15	2,12	2,15
40	2,70	2,97	2,90	2,92
45	3,75	4,10	4,00	3,95
50	5,75	5,60	5,50	5,35
55	8,30	7,80	7,55	7,32

SUITE de la Table de la force expansive apparente de la vapeur de l'eau, etc.

1	2	3	4	5
DEGRÉS du thermometre.	HAUTEUR du barometre en 100es de pouce, l'eau occupant les portions, ci-dessous, de la capacité de la chaudiere, savoir :			
	un septieme	un quart.	un demi.	trois quarts
60	11,40	10,35	10,10	9,95
65	15,30	13,70	13,25	13,20
70	19,50	17,50	17,50	16,90
75	24,80	22,80	22,35	21,75
80	31,40	29,00	28,60	28,00
85	39,90	37,70	37,00	36,45
90	49,70	47,80	47,20	46,40
95	61,20	60,20	58,20	67,80
100	75,00	73,00	72,40	71,80
105	89,00	85,80	84,90	86,80
110	102,50	99,00	98,00	98,00

1369. On voit qu'à 80 degrés de chaleur, température à laquelle la force expansive de la vapeur doit faire équilibre au poids de l'atmosphere, ou à une colonne de mercure de 28 pouces, la seconde colonne de la table donne 31,40 pouces; la 3e, 29 pouces, la 4e, 28,6, et la 5e, 28 pouces, cette derniere étant la seule qui donne la vraie force expansive. En général, à compter du 50e degré de la température, ou de la pression due à une colonne de mercure d'environ 5 pouces, les 2e, 3e et 4e colonnes de la table offrant des valeurs qui excedent d'autant plus la véritable force expansive, présentée par la 5e colonne de la table, que le volume d'eau contenu dans la chaudiere étoit moindre.

Pour expliquer ces variations, il faut observer que, lors des expériences de la 2e colonne de la table, la boule du thermometre ne plongeoit point dans l'eau et étoit échauffée par la vapeur seulement: pendant les expériences de la 3e colonne, elle étoit à moitié plongée dans l'eau, et enfin elle n'a été entierement submergée que pendant les expériences des 4e et 5e colonnes de la table. De plus le vide s'est fait d'autant plus exac-

tement, qu'il y avoit une plus grande quantité d'eau dans la chaudière, ayant été poussé jusqu'à 5 lignes pour la 4ᵉ colonne de la table, et à 4½ lignes pour la 5ᵉ. D'après cela, on concevra facilement que la boule du thermomètre devant employer un certain temps à acquérir et à indiquer la chaleur du milieu dans lequel elle est plongée, il est possible que ce temps soit plus long pour la vapeur que pour l'eau, mais il n'en est pas de même de l'action méchanique de la vapeur sur le mercure du barometre, qui, à quelques petits frottements près, qu'elle a à vaincre, doit produire sur-le-champ l'ascension due à la force expansive. Ainsi, on peut mettre en fait que le mercure monte dans le tube barométrique, avant que le thermometre indique la chaleur qui occasionne cette ascension, et, de plus, la série des expériences doit faire conclure que la vapeur ralentit davantage la marche du thermometre que l'eau. En effet, en prenant pour terme de comparaison la 5ᵉ colonne de la table (qui, contenant dans la série de ses nombres des résultats dont on est sûr par d'autres expériences, doit donner la vérité, ou en approcher le plus), on voit que les autres colonnes tendent à coincider d'autant plus exactement avec elle, que la boule du thermometre participoit plus de la chaleur de l'eau, ensorte qu'en ayant égard à la moindre rapidité avec laquelle la vapeur communique la chaleur et faisant les corrections qui y sont relatives, la table ainsi corrigée donneroit par-tout le même résultat. Les petites différences entre les 4ᵉ et 5ᵉ colonnes doivent être attribuées, au moins en grande partie, au plus ou moins de perfection avec laquelle on a pu faire le vide, dans les deux cas, et qui a dû aussi avoir une certaine influence sur les résultats des 2ᵉ et 3ᵉ colonnes.

Conclusions à tirer des expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau

1370. M. de Betancourt conclut des expériences et des raisonnements précédents, 1°. que la vapeur a le même degré de chaleur que l'eau d'où elle se dégage; 2°. que la pression de l'air et celle de la vapeur influent de la même maniere sur les degrés de chaleur que l'eau peut recevoir à une pression déterminée; 3°. qu'il y a une relation et une dépendance mutuelle entre la température et la pression de la vapeur, telle que la même pression doit toujours correspondre à la même température, et réciproquement, quelle que soit l'étendue du vase dans lequel se fait la vaporisation. Tout ces résultats sont conformes à la théorie que nous avons donnée dans la premiere partie de cet ouvrage, et s'en déduisent immédiatement.

Accord entre la théorie exposée et ceux déduits des expé[riences]

1371. Après avoir appliqué à ces expériences les formules

déduites de notre méthode d'interpolation (*), M. de Betancourt rend raison des légeres différences qu'on trouve entre le calcul et l'expérience, dont les principales viennent de l'im-

---

(*) L'académie des sciences, à qui nous avons présenté cette méthode d'interpolation, l'a jugée digne d'être imprimée parmi les mémoires des savants étrangers. Nous avons pensé que plusieurs lecteurs la verroient ici avec quelque intérêt, et nous allons en donner une exposition, qui, quoiqu'abrégée, sera néanmoins très suffisante pour ceux qui ont quelques notions d'analyse; d'ailleurs les formules ci-après, que nous donnons toutes calculées depuis trois jusqu'à six observations, suffiront pour un très grand nombre de cas dans la pratique.

Il n'est pas inutile de dire que la méthode qu'on va voir paroît s'adapter principalement aux expériences sur les fluides élastiques. Il est très naturel de penser que chaque méthode d'interpolation doit avoir une certaine classe de phénomenes à laquelle elle est plus propre qu'à une autre; et en effet les diverses lois de la nature supposent nécessairement diverses formes particulieres de fonctions analytiques, avec lesquelles elles ont un accord plus ou moins parfait.

Nota. Les recher[illegible]

Soient trois observations . . . . a, b, c,
correspondantes aux valeurs de x . . . . 0, x', $2x'$.

Il s'agit de déterminer une équation de la forme

$$y = M\beta^{x} + \alpha,$$

qui satisfasse aux valeurs qu'on vient de donner, c'est-à-dire telle qu'en faisant successivement $y = a$, $y = b$, $y = c$, on ait

$$a = M + \alpha,$$
$$b = M\beta^{x'} + \alpha,$$
$$c = M\beta^{2x'} + \alpha.$$

Tirant de ces équations les valeurs de β, M et α, on a

$$\beta = \left(\frac{b-c}{a-b}\right)^{\frac{1}{x'}},$$
$$M = \frac{a-b}{1-\beta^{x'}} = \frac{(a-b)^2}{a-2b+c},$$
$$\alpha = a - M = \frac{ac-b^2}{a-2b+c}.$$

Lorsque la valeur de $\beta^{x'}$ ou celle de $\frac{b-c}{a-b}$ sera négative, il y aura une infinité de valeurs de x qui rendront β^{x} imaginaire; et, en faisant $\beta^{x} = \beta^{x'n}$, ce cas aura lieu toutes les fois que n sera une fraction réduite à sa plus simple expression, dont le dénominateur sera un nombre pair. Pour obvier à cet inconvénient et rendre l'équation $y = M\beta^{x} + \alpha$ propre à satisfaire

perfection dans la division des échelles: il en conclut que les résultats déduits des formules doivent être regardés comme ceux qui auroient dû être donnés par les expériences, suppo-

---

aux valeurs données de y, sans être obligé de considérer β^x comme négatif, on multipliera le terme β^x par cosinus $\left(\frac{x\pi}{x'}\right)$ π étant la demi-circonférence; et on aura l'équation

$$y = M\beta^x \cos.\left(\frac{x\pi}{x'}\right) + \omega,$$

qui, en faisant $x=o$, $x=x'$, $x=2x'$, donne

$$a = M + \omega,$$
$$b = -M\beta^{x'} + \omega,$$
$$c = M\beta^{2x'} + \omega,$$

et satisfait aux valeurs données de y sans qu'on soit obligé d'avoir égard au signe de β^x lorsqu'on élève cette quantité à la puissance n: c'est le signe du facteur cos. $\left(\frac{x\pi}{x'}\right)$, qui détermine celui de β^x, et un pareil facteur peut toujours être censé sous-entendu dans toute progression géométrique dont les signes des termes sont alternatifs, lorsqu'on veut lier ces termes par la loi de continuité

Soient quatre observations . . . . a, b, c, d,
correspondantes aux valeurs de x . . . . o, x', $2x'$, $3x'$.

Et proposons-nous de trouver une équation de la forme

$$y = M\beta^x + N\gamma^x$$

qui satisfasse aux observations données, c'est-à-dire telle qu'en faisant $y=a$, $y=b$, $y=c$, $y=d$, on ait

$$a = M + N,$$
$$b = M\beta^{x'} + N\gamma^{x'},$$
$$c = M\beta^{2x'} + N\gamma^{2x'},$$
$$d = M\beta^{3x'} + N\gamma^{3x'}.$$

Eliminant N de ces équations, on a

$$a\gamma^{x'} - b = M\gamma^{x'} \quad - M\beta^{x'},$$
$$b\gamma^{x'} - c = M\gamma^{x'}\beta^{x'} - M\beta^{2x'},$$
$$c\gamma^{x'} - d = M\gamma^{x'}\beta^{2x'} - M\beta^{3x'}$$

Les seconds membres de ces équations forment une progression géomé-
sées

sées parfaites, et que toutes les fois qu'on voudra faire quelque usage de la force expansive de la vapeur à différents degrés de température, on doit préférer les résultats du calcul à ceux de l'expérience.

trique dont $\beta^{x'}$ est la raison: on peut donc former les équations suivantes entre les premiers membres.

$$a\beta^{x'}\gamma^{x'} - b\beta^{x'} = b\gamma^{x'} - c, \text{ ou } c = (\beta^{x'} + \gamma^{x'})b - a\beta^{x'}\gamma^{x'};$$

$$b\beta^{x'}\gamma^{x'} - c\beta^{x'} = c\gamma^{x'} - d, \text{ ou } d = (\beta^{x'} + \gamma^{x'})c - b\beta^{x'}\gamma^{x'}.$$

On voit par ces valeurs que les quantités a, b, c, d doivent faire partie d'une suite récurrente, dont l'échelle de relation est composée des quantités $\beta^{x'} + \gamma^{x'}$ et $-\beta^{x'}\gamma^{x'}$. Faisons $\beta^{x'} + \gamma^{x'} = \rho$, et $\beta^{x'}\gamma^{x'} = \sigma$, nous aurons

$$c - \rho b + \sigma a = 0,$$

$$d - \rho c + \sigma b = 0;$$

d'où on tirera $\rho = \frac{ad - bc}{ac - b^2}$, et $\sigma = \frac{bd - c^2}{ac - b^2}$.

Les valeurs de ρ et σ étant calculées, on cherchera les facteurs du polynome du second degré

$$1 - \rho z + \sigma zz.$$

Soient p et q ces facteurs, c'est-à-dire supposons qu'on ait

$$1 - \rho z + \sigma zz = (1 - pz)(1 - qz),$$

on en conclura

$$\beta^{x'} = p,\ \gamma^{x'} = q; \text{ d'où } \beta = p^{\frac{1}{x'}}, \text{ et } \gamma = q^{\frac{1}{x'}},$$

ce qui dérive évidemment de la théorie des équations.

On aura ensuite $M = \frac{b - a\gamma^{x'}}{\beta^{x'} - \gamma^{x'}}$,

$$N = a - M = \frac{b - a\beta^{x'}}{\gamma^{x'} - \beta^{x'}}.$$

Lorsqu'on aura une valeur négative pour $\beta^{x'}$ ou $\gamma^{x'}$, il faudra, conformément à ce qui est dit précédemment, multiplier les termes correspondants de la formule par cos. $\left(\frac{\pi x}{x'}\right)$, et regarder les quantités $\beta^{x'}$ et $\gamma^{x'}$ comme positives

Dans le cas où on auroit $p = q$, il faudroit, au lieu de $y = M\beta^x + N\gamma^x$, écrire

$$y = M\beta^x + Nx\gamma^x.$$

Courbes qui présentent ces résultats.

1372. La fig. (221) offre deux courbes ponctuées, dont les abscisses représentent les températures, et dont les ordonnées respectives représentent les forces expansives, données par l'ex-

---

l'équation $\beta = p^{\frac{1}{x'}}$ subsistant toujours. On fera ensuite successivement $x = 0$ et $x = x'$, ce qui donnera

$$M = a, \text{ et } N = \frac{b - a\beta^{x'}}{x'\beta^{x'}}.$$

Voyez l'Introduction à l'Analyse des infiniment petits d'Euler.

Mais, si les facteurs $1 - pz$ et $1 - qz$ sont imaginaires, l'équation générale doit encore s'énoncer autrement, et il faut l'écrire de la manière suivante.

$$y = \frac{\sin.[(x+1)z]}{\sin z} M\beta^x + \frac{\sin(xz)}{\sin z} N\beta^x.$$

Pour déterminer β, φ, M et N, on fera $\beta^{x'} = g$, et on posera l'équation $1 - pz + \sigma zz = 1 - 2gz\cos\varphi + ggzz$, qui, égalant les coëfficients des mêmes puissances de z, donnera

$$g = \beta^{x'} = \sigma^{\frac{1}{2}}, \cos\varphi = \frac{p}{2g} = \frac{p}{2\beta^{x'}} = \frac{p}{2\sigma^{\frac{1}{2}}}.$$

Pour trouver ensuite M et N, il faut supposer, dans la valeur de y, ci-dessus, $x = 0$, ce qui donne $y = a$, et ensuite $x = x'$, ce qui donne $y = b$: et, au moyen des équations qui résulteront de ces substitutions, on aura

$$M = a,$$

$$N = \frac{b \sin z}{\beta^{x'} \sin(x'z)} - \frac{a \sin[(x'+1)z]}{\sin(x'z)}.$$

Voyez l'ouvrage ci-dessus cité.

Soient cinq observations . . . . a, b, c, d, e,
correspondantes aux valeurs de x . . . . 0, x', $2x'$, $3x'$, $4x'$,
et proposons-nous de trouver une équation de la forme

$$y = M\beta^x + N\gamma^x + \omega$$

qui satisfasse aux observations données, c'est-à-dire telles qu'on ait

$$a = M + N + \omega,$$
$$b = M\beta^{x'} + N\gamma^{x'} + \omega,$$
$$c = M\beta^{2x'} + N\gamma^{2x'} + \omega,$$
$$d = M\beta^{3x'} + N\gamma^{3x'} + \omega,$$
$$e = M\beta^{4x'} + N\gamma^{4x'} + \omega,$$

périence, des vapeurs de l'esprit de vin et de l'eau. Les courbes non ponctuées, avec lesquelles celles-ci se confondent presque entièrement, représentent les mêmes forces expansives telles qu'elles sont données par le calcul.

Retranchons successivement ces équations l'une de l'autre, il viendra

$$a - b = \mathrm{M} + \mathrm{N} - \mathrm{M}\beta^{x'} - \mathrm{N}\gamma^{x'},$$
$$b - c = \mathrm{M}\beta^{x'} + \mathrm{N}\gamma^{x'} - \mathrm{M}\beta^{2x'} - \mathrm{N}\gamma^{2x'},$$
$$c - d = \mathrm{M}\beta^{2x'} + \mathrm{N}\gamma^{2x'} - \mathrm{M}\beta^{3x'} - \mathrm{N}\gamma^{3x'},$$
$$d - e = \mathrm{M}\beta^{3x'} + \mathrm{N}\gamma^{3x'} - \mathrm{M}\beta^{4x'} - \mathrm{N}\gamma^{4x'}.$$

Eliminant M, on a

$$a\beta^{x'} - b\beta^{x'} - b + c = \mathrm{N}\cdot\beta^{x'} - \mathrm{N}\beta^{x'}\gamma^{x'} - \mathrm{N}\gamma^{x'} + \mathrm{N}\gamma^{2x'},$$
$$b\beta^{x'} - c\beta^{x'} - c + d = \mathrm{N}\gamma^{x'}\beta^{x'} - \mathrm{N}\beta^{x'}\gamma^{2x'} - \mathrm{N}\gamma^{2x'} + \mathrm{N}\gamma^{3x'},$$
$$c\beta^{x'} - d\beta^{x'} - d + e = \mathrm{N}\gamma^{2x'}\beta^{x'} - \mathrm{N}\beta^{x'}\gamma^{3x'} - \mathrm{N}\gamma^{3x'} + \mathrm{N}\gamma^{4x'}.$$

Les seconds membres de ces équations forment entre eux une progression géométrique, dont $\gamma^{x'}$ est la raison, ce qui donne entre les premiers membres les équations suivantes.

$$b\beta^{x'} - c\beta^{x'} - c + d = a\gamma^{x'}\beta^{x'} - b\beta^{x'}\gamma^{x'} - b\gamma^{x'} + c\gamma^{x'},$$
$$c\beta^{x'} - d\beta^{x'} - d + e = b\gamma^{x'}\beta^{x'} - c\beta^{x'}\gamma^{x'} - c\gamma^{x'} + d\gamma^{x'}.$$

Faisons
$$a - b = \mathrm{A},$$
$$b - c = \mathrm{B},$$
$$c - d = \mathrm{C},$$
$$d - e = \mathrm{D},$$

les équations précédentes deviendront

$$\mathrm{C} = \mathrm{B}(\beta^{x'} + \gamma^{x'}) - \mathrm{A}\beta^{x'}\gamma^{x'},$$
$$\mathrm{D} = \mathrm{C}(\beta^{x'} + \gamma^{x'}) - \mathrm{B}\beta^{x'}\gamma^{x'}$$

On voit que les différences A, B, C, D forment une suite récurrente dont l'échelle de relation est composée des quantités $\beta^{x'} + \gamma^{x'}$, et $-\beta^{x'}\gamma^{x'}$; il résulte de là que la suite a, b, c, d, e, doit aussi être une suite récurrente, comme on le verra tout-à-l'heure

Faisons $\beta^{x'} + \gamma^{x'} = \rho$, et $\beta^{x'}\gamma^{x'} = \sigma$;

les deux équations précédentes deviendront

Application des observations précédentes aux arts et à la physique.

Effet de la vapeur de l'eau de condensation dans les machines à feu.

1373. Nous avons observé (1341), en expliquant le méchanisme de la machine à feu dans l'état de perfection ou M. Wats

$$C = \rho B - \sigma A,$$
$$D = \rho C - \sigma B;$$

d'où on tire

$$\rho = \frac{AD - BC}{AC - B^2},$$
$$\sigma = \frac{BD - C^2}{AC - B^2}.$$

Cherchant ensuite les facteurs du polynome $1 - \rho z + \sigma zz$, de maniere qu'on ait $1 - \rho z + \sigma zz = (1 - pz)(1 - qz)$, on aura

$$\beta^{x'} = p \; ; \quad \gamma^{x'} = q,$$

d'où

$$\beta = p^{\frac{1}{x'}}; \quad \gamma = q^{\frac{1}{x'}}.$$

On a ensuite

$$M = \frac{A\gamma^{x'} - B}{(1 - \beta^{x'})(\gamma^{x'} - \beta^{x'})} = \frac{A\gamma^{x'} - B}{(\beta^{x'} - 1)(\beta^{x'} - \gamma^{x'})};$$

$$N = \frac{A\beta^{x'} - B}{(1 - \beta^{x'})(\beta^{x'} - \gamma^{x'})} = \frac{A\beta^{x'} - B}{(\gamma^{x'} - 1)(\gamma^{x'} - \beta^{x'})};$$

$$\omega = a - M - N.$$

Lorsque les valeurs de $\beta^{x'}$ ou de $\gamma^{x'}$ seront négatives, on multipliera, comme précédemment, par cos $\left(\frac{\pi x}{x'}\right)$ le terme de la formule auquel se rapporte celle de ces quantités qui est négative.

Si, dans les équations $C = \rho B - \sigma A$ et $D = \rho C - \sigma B$, on substitue pour A, B, C, D leurs valeurs, on aura

$$d = (1 + \rho)c - (\sigma + \rho)b + \sigma a,$$
$$e = (1 + \rho)d - (\sigma + \rho)c + \sigma b.$$

Ainsi les quantités a, b, c, d, e forment une suite récurrente dont $1 + \rho$, $-(\sigma + \rho)$ et σ composent l'échelle de relation: on peut observer que la somme de ces quantités, prises avec leurs signes, est égale à l'unité.

On voit encore que, dans la suite des différences A, B, C, D, un terme quelconque dérive des deux précédents, et que, dans celle des quantités a, b, c, d, e, un terme quelconque se dérive des trois précédents: d'après cette derniere propriété, lorsque p et q seront égales ou imaginaires, il sera plus commode de rapporter le problême à celui qui va suivre que de le traiter directement.

l'avoit mise, en 1770, et en parlant de la pompe à air adaptée à cette machine, que le mélange de l'eau employée à faire la condensation et de celle produite par la vapeur condensée, est à une

---

Soient ces observations . . . . a, b, c, d, e, f, correspondantes aux valeurs de x . . . . . . o, x', $2x'$, $3x'$, $4x'$, $5x'$, et proposons-nous de trouver une équation de la forme

$$y = M\beta^{x} + N\gamma^{x} + P\delta^{x},$$

qui satisfasse à ces observations, c'est-à-dire telle qu'on ait

$$a = M + N + P,$$
$$b = M\beta^{x'} + N\gamma^{x'} + P\delta^{x'},$$
$$c = M\beta^{2x'} + N\gamma^{2x'} + P\delta^{2x'},$$
$$d = M\beta^{3x'} + N\gamma^{3x'} + P\delta^{3x'},$$
$$e = M\beta^{4x'} + N\gamma^{4x'} + P\delta^{4x'},$$
$$f = M\beta^{5x'} + N\gamma^{6x'} + P\delta^{5x'}.$$

Eliminant M, on a

$$a\beta^{x'} - b = N\beta^{x'} + P\beta^{x'} - N\gamma^{x'} - P\delta^{x'},$$
$$b\beta^{x'} - c = N\beta^{x'}\gamma^{x'} + P\beta^{x'}\delta^{x'} - N\gamma^{2x'} - P\delta^{2x'},$$
$$c\beta^{x'} - d = N\beta^{x'}\gamma^{2x'} + P\beta^{x'}\delta^{2x'} - N\gamma^{3x'} - P\delta^{3x'},$$
$$d\beta^{x'} - e = N\beta^{x'}\gamma^{3x'} + P\beta^{x'}\delta^{3x'} - N\gamma^{4x'} - P\delta^{4x'},$$
$$e\beta^{x'} - f = N\beta^{x'}\delta^{4x'} + P\beta^{x'}\delta^{4x'} - N\gamma^{5x'} - P\delta^{5x'}.$$

Eliminant N, il vient

$$a\beta^{x'}\gamma^{x'} - b\beta^{x'} - b\gamma^{x'} + c = P\beta^{x'}\gamma^{x'} - P\gamma^{x'}\delta^{x'} - P\beta^{x'}\delta^{x'} - P\delta^{2x'},$$
$$b\beta^{x'}\gamma^{x'} - c\beta^{x'} - c\gamma^{x'} + d = P\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'} - P\gamma^{x'}\delta^{2x'} - P\beta^{x'}\delta^{2x'} - P\delta^{3x'},$$
$$c\beta^{x'}\gamma^{x'} - d\beta^{x'} - d\gamma^{x'} + e = P\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{2x'} - P\gamma^{x'}\delta^{3x'} - P\beta^{x'}\delta^{3x'} - P\delta^{4x'},$$
$$d\beta^{x'}\gamma^{x'} - e\beta^{x'} - e\gamma^{x'} + f = P\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{3x'} - P\gamma^{x'}\delta^{4x'} - P\beta^{x'}\delta^{4x'} - P\delta^{5x'}.$$

Les seconds membres de ces équations forment une progression géométrique dont $\delta^{x'}$ est la raison, ce qui établit entre les premiers membres une relation exprimée par les équations suivantes.

température telle qu'il en résulte une force expansive de 3 ou 4 pouces de mercure ; cette force expansive, qui varie suivant la saison ou suivant la température de l'eau employée à faire

---

$$d = c[\beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'}] - b[\beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'}] + a\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'},$$

$$e = d[\beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'}] - c[\beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'}] + b\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'},$$

$$f = e[\beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'}] - d[\beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'}] + c\beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'}.$$

Faisons
$$\rho = \beta^{x'} + \gamma^{x'} + \delta^{x'},$$
$$\sigma = \beta^{x'}\gamma^{x'} + \beta^{x'}\delta^{x'} + \gamma^{x'}\delta^{x'},$$
$$\tau = \beta^{x'}\gamma^{x'}\delta^{x'}$$

Les équations précédentes se changeront en

$$d = \rho c - \sigma b + \tau a,$$
$$e = \rho d - \sigma c + \tau b,$$
$$f = \rho e - \sigma d + \tau c.$$

Et les quantités a, b, c, d, e, f formeront une suite récurrente dont ρ, $-\sigma$ et τ composeront l'échelle de relation. Ces dernières quantités, déduites des équations ci-dessus, sont, en faisant

$ad - bc = A$; $be - cd = B$; $c' - bd = C$; $d' - ce = D$; $c' - df = E$; $b' - ac = F$; $cf - de = G$, $bd - ae = H$; $ce - bf = K$;

$$\rho = \frac{FG - EC}{C - DF} = \frac{FK - CH}{AC - BF},$$
$$\sigma = \frac{AF - BD}{AD - BC} = \frac{AK - FH}{AC - BF},$$
$$\tau = \frac{D - CE}{AD - BC} = \frac{CG - BD}{C - DF}.$$

On donne deux valeurs afin de fournir un moyen de vérifier le calcul : si on ne veut calculer que les premières, on pourra se dispenser d'évaluer H et K qui ne se trouvent que dans les secondes.

Les valeurs de ρ, σ et τ étant connues, pour avoir celles de β, γ et δ on cherchera les facteurs du polynome

$$1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3,$$

de telle sorte qu'on ait

$$1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3 = (1 - pz)(1 - qz)(1 - rz).$$

Et les valeurs de β, γ, δ seront données par les équations

$$\beta^{x'} = p, \quad \gamma^{x'} = q, \quad \delta^{x'} = r.$$

On a ensuite, pour calculer M, N et P,

la condensation, agit en sens opposé de la vapeur affluente de la chaudière et doit par conséquent se retrancher de l'effet de la machine. Cette partie du déchet des machines à feu n'avoit

$$M = \frac{c - b(\gamma^{x'} + \delta^{x'}) + a\gamma^{x'}\delta^{x'}}{(\beta^{x'} - \gamma^{x'})(\beta^{x'} - \delta^{x'})},$$

$$N = \frac{c - b(\beta^{x'} + \delta^{x'}) + a\beta^{x'}\delta^{x'}}{(\gamma^{x'} - \beta^{x'})(\gamma^{x'} - \delta^{x'})},$$

$$P = \frac{c - b(\gamma^{x'} + \beta^{x'}) + a\beta^{x'}\gamma^{x'}}{(\delta^{x'} - \beta^{x'})(\delta^{x'} - \gamma^{x'})}.$$

Si le polynome $1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3$ a deux facteurs égaux à p et q, alors la formule générale doit avoir la forme

$$y = Mx\beta^x + N\beta^x + P\delta^x$$

On conservera les valeurs $\beta^{x'} = p$, $\delta^{x'} = r$, et faisant successivement $x = 0$, $x = x'$, $x = 2x'$, on aura

[1] . . . . $a = N + P$,

[2] . . . . $b = Mx'\beta^{x'} + N\beta^{x'} + P\delta^{x'}$,

[3] . . . . $c = 2Mx'\beta^{2x'} + N\beta^{2x'} + P\delta^{2x'}$.

Multipliant la seconde de ces équations par $2\beta^{x'}$, et retranchant la troisieme du produit, on a

$$2b\beta^{x'} - c = 2N\beta^{2x'} - N\beta^{2x'} + 2P\beta^{x'}\delta^{x'} - P\delta^{2x'}$$

Multipliant ensuite l'équation $a = N + P$ par $a\beta^{2x'}$ et retranchant du produit celle qu'on vient de trouver, on a

$$a\beta^{2x'} - 2b\beta^{x'} + c = P[\beta^{2x'} - 2\beta^{x'}\delta^{x'} + \delta^{2x'}],$$

d'où on tire $$P = \frac{a\beta^{2x'} - 2b\beta^{x'} + c}{(\beta^{x'} - \delta^{x'})^2}.$$

On a ensuite $$N = a - P,$$

$$M = \frac{b - N\beta^{x'} - P\delta^{x'}}{x'\beta^{x'}} = \frac{a(\beta^{x'}\delta^{x'}) - b\delta^{x'} + c}{\beta^{2x'}(x'+1) - \beta^{x'}\delta^{x'}}.$$

La seconde valeur de M se trouve en multipliant l'équation [2] par $\delta^{x'}$, retranchant l'équation [3] du produit, et retranchant ensuite la différence de l'équation [1] multipliée par $\beta^{x'}\delta^{x'} - \beta^{2x'}$.

Il peut se faire que le polynome $1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3$ ait ses trois facteurs égaux; alors la formule générale prendra la forme

$$y = Mx^2\beta^x + Nx\beta^x + P\beta^x.$$

nullement fixé l'attention, ou du moins on n'avoit pu en avoir aucune évaluation précise, jusqu'à l'époque où M. de Betancourt a fait connoître les résultats de ses expériences. On savoit

---

On aura $\beta^{x'} = p = q = r$, et pour déterminer M, N et P les trois équations

$$a = \mathrm{P},$$
$$b = \mathrm{M}x'^2\beta^{x'} + \mathrm{N}x'\beta^{x'} + \mathrm{P}\beta^{x'},$$
$$c = 4\mathrm{M}x'^2\beta^{2x'} + 2\mathrm{N}x'\beta^{2x'} + \mathrm{P}\beta^{2x'}.$$

Substituant la valeur a de P dans les deux dernieres équations, multipliant la seconde par $4\beta^{x'}$ et retranchant la troisieme du produit, il vient

$$4b\beta^{x'} - c = 4\mathrm{N}x'\beta^{2x'} - 2\mathrm{N}x'\beta^{2x'} + 4a\beta^{2x'} - a\beta^{2x'};$$

d'où on tire $\quad \mathrm{N} = \frac{4b\beta^{x'} - 3a\beta^{2x'} - c}{2x'\beta^{2x'}}.$

Si on eût multiplié par $2\beta^{x'}$, la soustraction auroit donné

$$2\beta^{x'}b - c = -2\mathrm{M}x'^2\beta^{2x'} + a\beta^{2x'};$$

d'où $\quad \mathrm{M} = \frac{2b\beta^{x'} - a\beta^{2x'} - c}{-2x'^2\beta^{2x'}} = \frac{a\beta^{2x'} - 2b\beta^{x'} + c}{2x'^2\beta^{2x'}}.$

Lorsque les facteurs du polynome $1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3$ contiendront des quantités imaginaires, on aura

$1 - \rho z + \sigma z^2 - \tau z^3 = (1 - pz)(1 - \rho' z + \sigma' z^2)$, et on fera

$1 - \rho' z + \sigma' z^2 = 1 - 2gz\cos\varphi + ggzz$, ce qui donne

$$g = \sqrt{\sigma'}, \quad \cos\varphi = \frac{\rho'}{2g} = \frac{\rho'}{2\sqrt{\sigma'}};$$

et la formule générale sera de la forme

$$y = \mathrm{M}\beta^{x} + \frac{\mathrm{N}\sin(x+1)\varphi + \mathrm{P}\sin(x\varphi)}{\sin\varphi}\cdot\gamma^{x}.$$

On aura d'abord $\beta^{x'} = p$ et $\gamma^{x'} = g$, et les quantités M, N et P seront données par les équations

$$a = \mathrm{M} + \mathrm{N},$$
$$b = \mathrm{M}\beta^{x'} + \frac{\sin(x'+1)\varphi}{\sin\varphi}\mathrm{N}\gamma^{x'} + \frac{\sin(x'\varphi)}{\sin\varphi}\cdot\mathrm{P}\gamma^{x'},$$
$$c = \mathrm{M}\beta^{2x'} + \frac{\sin(2x'+1)\varphi}{\sin\varphi}\mathrm{N}\gamma^{2x'} + \frac{\sin(2x'\varphi)}{\sin\varphi}\cdot\mathrm{P}\gamma^{2x'}.$$

Faisons $\frac{\sin(x'+1)\varphi}{\sin\varphi} = v$, $\frac{\sin(2x'+1)\varphi}{\sin\varphi} = v'$, $\frac{\sin(x'\varphi)}{\sin\varphi} = u$, $\frac{\sin(2x'\varphi)}{\sin\varphi} = u'$;

les équations deviendront

seulement

seulement que le produit des machines à feu étoit plus considérable en hiver qu'en été; mais les expériences que nous avons rapportées non seulement expliquent cette différence, mais en donnent la mesure.

Nous reviendrons bientôt sur cette matiere, et nous parlerons des moyens de diminuer autant qu'il est possible toutes les

$$a = \mathrm{M} + \mathrm{N},$$
$$b = \mathrm{M}\beta^{x'} + \mathrm{N}\nu\gamma^{x'} + \mathrm{P}u\gamma^{x'},$$
$$c = \mathrm{M}\beta^{2x'} + \mathrm{N}\nu'\gamma^{2x'} + \mathrm{P}u'\gamma^{2x'}.$$

Multipliant la seconde par $u'\gamma^{x'}$, la troisieme par u, et retranchant le produit de la troisieme du produit de la seconde, on a

$$bu'\gamma^{x'} - cu = \mathrm{M}u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - \mathrm{M}u\beta^{2x'} + \mathrm{N}\nu u'\gamma^{2x'} - \mathrm{N}\nu' u\gamma^{2x'},$$

ou, $$bu'\gamma^{x'} - cu = \mathrm{M}(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}) + \mathrm{N}(\nu u'\gamma^{2x'} - \nu' u\gamma^{2x'}) \cdots (\mathrm{Z}).$$

Multipliant successivement l'équation $a = \mathrm{M} + \mathrm{N}$ par $u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}$ et par $\nu u'\gamma^{2x'} - \nu' u\gamma^{2x'}$, on a

$$a(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}) = \mathrm{M}(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}) + \mathrm{N}(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'}),$$
$$a(\nu u' - \nu' u)\gamma^{2x'} = \mathrm{M}(\nu u' - \nu' u)\gamma^{2x'} + \mathrm{N}(\nu u' - \nu' u)\gamma^{2x'}.$$

Comparant successivement ces deux équations avec l'équation (Z), on a

$$\mathrm{M} = \frac{bu'\gamma^{x'} - cu - a(\nu u' - \nu' u)\gamma^{2x'}}{u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - (\nu u' - \nu' u)\gamma^{2x'} - u\beta^{2x'}},$$
$$\mathrm{N} = \frac{bu'\gamma^{x'} - cu - a(u'\beta^{x'}\gamma^{x'} - u\beta^{2x'})}{(\nu u' - \nu' u)\gamma^{2x'} - u'\beta^{x'}\gamma^{x'} + u\beta^{2x'}}.$$

On a de plus $\mathrm{P} = \frac{b - \mathrm{M}\beta^{x'} - \mathrm{N}\nu\gamma^{x'}}{u\gamma^{x'}}$.

On voit aisément comment il faudroit s'y prendre pour un plus grand nombre d'observations, les procédés sont absolument les mêmes que ceux que nous avons employés dans les cas de cinq et de six observations.

Feu M. Charles, de l'académie des sciences, a donné, à l'art *Interpolation* du Dictionnaire de mathématiques, faisant partie de la Nouvelle Encyclopédie méthodique, des formules dont la composition et l'usage sont très simples. L'esprit de sa méthode consiste à avoir une équation qui donne la valeur de la variable y au moyen d'un nombre de termes égal à celui des observations a, b, c, etc. Chacun de ces termes contient une des quantités a, b, c, etc., et ils sont combinés de maniere que, lorsqu'on suppose à x une valeur correspondante à une de ces quantités, tous les termes qui ne la contiennent pas s'évanouissent, et elle reste seule dans le terme qui la contient.

causes, provenant de la condensation, qui tendent à diminuer l'effet des machines à feu.

De la maniere de mesurer la hauteur des montagnes par la température de l'eau bouillante.

1374. Voici une autre application du travail de M. de Betancourt à la mesure des hauteurs par les divers degrés de chaleur de l'eau bouillante sur ces hauteurs.

Il résulte des principes et des expériences que nous avons mis sous les yeux du lecteur, qu'il y a une relation entre la pression de l'eau et le degré de chaleur qu'elle peut acquérir jusqu'à l'ébullition, et réciproquement; cette relation est donnée par la table ci-dessus (art. 1368), ou encore mieux par la table X de la collection des tables. Ainsi lorsque par cette table on voudra savoir à quel degré de chaleur l'eau bouillira, dans un lieu où le barometre se trouveroit à une hauteur donnée, à 20 pouces par exemple, on trouvera dans la table que ce degré de chaleur doit être plus grand que 73° et plus petit que 74°, ou, en interpolant (*), qu'il doit être de 73°, 505. Réci-

---

On voit qu'il y a une infinité de manieres de combiner des fonctions pareilles; nous allons exposer celles qui paroissent les plus commodes.

1re. . . $y = p\frac{a\sin(\pi x)}{\sin(p\pi x)} + q\frac{b\sin[\pi(x-1)]}{\sin[q\pi(x-1)]} + r\frac{c\sin[\pi(x-2)]}{\sin[r\pi(x-2)]} + \text{etc.}$

2me. . . $\pi y = p\frac{a\sin(\pi x)}{h^{px}-1} + q\frac{b\sin[\pi(x-1)]}{h^{q(x-1)}-1} + r\frac{c\sin[\pi(x-2)]}{h^{r(x-2)}-1} + \text{etc.}$

3me. . . $\pi^2 y = \sin(\pi x)^2\left[\frac{a}{x^2} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{(x-2)^2} + \frac{d}{(x-3)^2} + \text{etc}\right].$

Les quantités a, b, c, d, etc., désignent les valeurs de y correspondantes aux valeurs 0, 1, 2, 3, de x. La quantité π est la demi-circonférence qui a l'unité de longueur pour rayon; p, q, r, etc., sont des quantités arbitraires, qui peuvent cependant servir à faire convenir la formule avec certaines observations intermédiaires qui ne seroient point comprises dans a, b, c, etc.; enfin h est le nombre dont le logarithme est 1.

Nous n'entrerons dans aucun détail sur ces formules dont l'usage est aisé et dont la composition n'est pas difficile à concevoir.

(*) Pour trouver par les parties proportionnelles, dans la table X, le degré de chaleur de l'eau correspondant à une hauteur donnée du barometre,

Soient
- h La hauteur donnée du barometre;
- h' La hauteur du barometre, prise dans la table, moindre que h, et qui s'en approche le plus;
- k Le degré du thermometre correspondant à h';
- h'' La hauteur du barometre, prise dans la table, correspondante à $k+1$;
- x Le degré de chaleur qu'on cherche;

On aura $x = k + \frac{h-h'}{h''-h'}$.

proquement, si on veut savoir quelle est la pression de l'eau bouillante, à un degré de chaleur determiné, par exemple, à 72°, on trouvera dans la table X que cette pression est de 18,43 pouces, hauteur que le barometre doit avoir dans une couche d'air atmosphérique pour que l'eau y bouille à 72° de chaleur.

1375. Pour bien sentir l'identité que supposent les regles qu'on vient de poser, il faut observer que cette relation entre l'ébullition à l'air libre, et la pression indiquée par la table à la même température, se deduit de la considération fort simple que l'eau ne bout à l'air libre que lorsque la vapeur qu'elle tend à degager commence à avoir une force expansive capable de surmonter le poids de la colonne d'air qui presse l'eau en ébullition.

On voit par là qu'on peut se dispenser des observations barométriques pour mesurer la hauteur des montagnes, lorsqu'on aura la température de l'eau bouillante sur leur sommet, puisque nous connoissons, soit par la table X, soit par la formule de l'art. (1325), la relation entre la température de l'eau bouillante, et la pression ou hauteur du barometre qui lui correspond.

1376. M. de Betancourt, pour s'assurer complètement de la possibilité de mesurer la hauteur des montagnes par le thermometre seul, a rassemble diverses observations comparatives entre les températures de l'eau en ébullition, sur des lieux elevés, et les hauteurs correspondantes du barometre, afin de connoître si les rapports donnés par ces observations étoient d'accord avec ses expériences : il a trouvé, a cet egard, des resultats très satisfaisants Voici une table de quelques expériences de M. Deluc comparees avec celles de M. de Betancourt. Expériences sur cet objet

---

Réciproquement, pour trouver la force expansive, ou ce qui est la même chose, la hauteur du barometre correspondante à un nombre fractionnaire de degrés du thermometre, sans avoir recours à la formule générale de l'article 1325, on emploiera la formule suivante.

Soient
- a Le nombre fractionnaire donné ;
- a' Le nombre entier immédiatement plus petit que a ;
- h La hauteur du barometre correspondante à a', prise dans la table ;
- h' La hauteur du barometre correspondante à $a'+1$;
- y La hauteur du mercure ou la force expansive cherchée ;

On aura $y = h + (a - a')(h' - h)$.

N.° des observat.	DEGRÉS DE CHALEUR ET PRESSIONS DE L'EAU BOUILLANTE, observés sur les montagnes, par M. Deluc. LIEUX des observations.	Chaleur de l'air, thermo de Réaumur	Pression de l'eau, ou hauteur du baromètre	Chaleur de l'eau bouillante au therm. de Réaumur	DEGRÉS DE CHALEUR DE L'EAU BOU[illegible]ANTE, correspondants au[illegible] pressions [illegible] servées par M. D[illegible] et d[illegible] duits des expériences [illegible] rapportées art. 1522, [illegible] 1566, etc. DEGRÉS de chaleur de l'eau d'après		DIFFÉRENCE entre les observations de M. Deluc, et	
					l'expérience.	le calcul.	l'expérience	le calcul.
1	Beaucaire.	14½	28,248	80,37	80,27	80,29	+ 0,10	+ 0,08
2	Geneve. .	12½	27,056	79,33	79,24	79,33	+ 0,09	+ 0,00
3	Grange-tourn	16¾	24,510	77,11	77,22	77,42	— 0,11	— 0,31
4	Lauslebourg		24,145	77,18	76,92	77,14	+ 0,26	+ 0,04
5	Grange les f.	15	24,089	76,76	76,88	77,09	— 0,12	— 0,33
6	Graineron.	10¾	20,427	73,26	73,85	73,89	— 0,59	— 0,63
7	Glaciere de B.	6½	19,677	72,56	73,16	73,24	— 0,60	— 0,68

La plus grande différence entre les observations de M. Deluc et le calcul fondé sur les expériences de M. de Betancourt est de 0,68, dans un cas où le poids de l'atmosphere étoit diminué de près d'un tiers. Cette différence paroîtra légere si on considere que les résultats de M. Deluc different plus entre eux qu'ils ne different de ceux de M. de Betancourt. On voit en effet, par les 4.e et 5.e expériences, que le barometre étant à très peu-près à la même hauteur, les degrés correspondants du thermometre, donnés par M. Deluc, different entre eux de ½ de degré et que les résultats de M. de Betancourt tiennent sensiblement le milieu entre ces expériences.

M. de Betancourt cite encore d'autres faits qui prouvent que sa marche indiquant les termes moyens entre les divers essais connus, porte par conséquent le caractere de la vérité. Il seroit à desirer que les expériences sur l'ébullition de l'eau et de quelques autres fluides, à différentes hauteurs, fussent plus mul-

tipliées, et, sur-tout, faites avec des instrumens très comparables, les différences de niveau avec la surface de la mer étant déterminées exactement, on auroit leur relation avec la hauteur du barometre, le degré du thermometre, auxquels il ne seroit pas inutile de joindre l'état hygrométrique et thermométrique de l'atmosphere.

1377. Dans l'expérience de M. de Saussure, sur le *col du géant*, citée art. (640), la hauteur du barometre fut observée de 18,946 pouces : or, d'après la table X, une pression de 18,43 pouces donneroit l'ébullition à 72° de chaleur, et une pression de 19,43 pouces la donneroit à 73°; ainsi pour une pression de 18,946 pouces, l'ébullition doit avoir lieu à un degré du thermometre $= 72° + \frac{18,946 - 18,43}{19,43 - 18,43} = 72°, 516$ (*voyez la note de l'art.* 1374) (*).

1378. Terminons ce chapitre par une application de la méthode de M. de Betancourt à la graduation du thermometre : le procédé consiste à faire une opération inverse de la

Utilité de l'expérience sur la force expansive de la vapeur de l'eau pour la graduation du thermometre.

(*) Nous pensons que nos lecteurs verront avec intérêt la table placée à la fin de cette note, qui peut compléter ce que nous avons dit sur la mesure de la hauteur des montagnes par le thermometre. La colonne des élévations au-dessus du niveau de la mer, correspondantes à différentes hauteurs du barometre, est tirée du petit ouvrage de M. Lambert, cité art. (551). Il en a calculé les nombres au moyen d'une formule combinée d'après un grand nombre d'expériences, dans lesquelles il avoit fait, aux hauteurs mesurées géométriquement, les corrections relatives à la réfraction terrestre; et les résultats des calculs s'accordent d'une maniere très satisfaisante avec les diverses expériences qu'il rapporte.

L'exemple que nous avons rapporté art. (640) peut nous servir à faire une application de la table de M. Lambert, d'autant plus satisfaisante que la mesure de M. de Saussure n'est point une de celles qui ont servi à la composition de la formule, à laquelle elle est bien postérieure.

M. Lambert observoit, sur le col du géant, la hauteur du barometre de 18,946 pouces, et M. Levêque observoit dans le même temps, au prieuré de Chamouni, une hauteur de 25,052 pouces : ainsi, d'après la table ci-après, la hauteur de la station de M. de Saussure, au dessus du niveau de la mer, étoit entre 1652,5 et 1768 toises, et, pour trouver cette hauteur précise, on a la proportion, 19 — 18,5 : 1768 — 1652,5 :: 19 — 18,946 . $x = 12,47$, partie proportionnelle à ajouter à 1652,5 toises, ce qui donne pour la hauteur de la station 1664,97 toises.

On trouvera, par le même procédé, que la hauteur de la station de M. Levêque étoit de 458,7 + 5,25 = 463,95 toises.

La différence de niveau entre les stations est donc, par la table, de 1664,97 — 463,95 = 1201,02 toises, et on a, pour la même différence de niveau évaluée par différentes méthodes, savoir :

precedente; car lorsqu'on veut mesurer la hauteur des montagnes par le thermometre, le problême se réduit à conclure la pression de la chaleur, et il s'agit ici, au contraire, de deduire la chaleur de la pression.

		Erreurs	
		absolues	*relatives.*
Mesure géométrique	1223 toises . .	000,000	[illegible]
Formule de art. (658, 659) sans correction	1213	10,000	[illegible]
Méthode de M. Trembley . .	1206,796 . .	16,204	[illegible]
Table de M. Lambert	1201,02 . . .	21,98	[illegible]
Méthode de M. Deluc	1177,886. . .	45,114	[illegible]

On voit par cet exemple qu'il est possible que, dans bien des cas, la table de M. Lambert donne autant et même plus de précision que différentes méthodes de correction qu'on pourroit employer : nous ne voulons cependant pas conclure de là qu'il faille rejeter de semblables méthodes, nous les croyons au contraire indispensables pour rapporter les mesures à l'état local et momentané de l'atmosphere, mais les physiciens ont encore à travailler pour les amener au degré de perfection nécessaire à la solution complete du problême : nous en avons donné les raisons très en détail, art. (656 *et suiv.*). La seule conclusion que nous voulons tirer ici en faveur de la table de M. Lambert, est que les valeurs *compensées et moyennes* qu'elle présente, étant rapprochées des résultats des expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau et de l'esprit-de-vin, doivent faire connoître leur ébullition à une hauteur donnée au dessus du niveau de la mer, à la précision d'une petite fraction de degré du thermometre de Réaumur, et nous avons pensé que ce rapprochement inspireroit assez d'intérêt aux physiciens et aux artistes pour devoir nous engager à calculer et à donner une table qui eût assez d'étendue pour pouvoir être comparée avec toutes les expériences connues.

On pourroit, d'après les valeurs que renferme cette table, construire une courbe entre les degrés d'ébullition et la hauteur des montagnes, qui serviroit de complément aux courbes de la figure 221; mais on trouveroit, à peu de chose près, une ligne droite, ainsi qu'on peut s'en assurer, soit par la construction graphique, soit par la comparaison des valeurs numériques, qui fera connoître que les différences de hauteurs ne s'éloignent pas beaucoup d'être proportionnelles aux différences de température.

On peut aisément rendre raison de cette propriété, en observant que la courbe donnée par la table n'est qu'une portion d'une courbe beaucoup plus étendue, c'est-à-dire un arc qui n'embrasse qu'environ 13 degrés dans le voisinage de la température de l'ébullition. On conçoit qu'en faisant des expériences, soit au-dessous du niveau de la mer, soit à une hauteur au-dessus de ce niveau, plus grande que 2976 toises, on prolongeroit cet arc de droite et de gauche, et qu'alors il pourroit acquérir une courbure très sensible.

Pour se renfermer dans les limites de la table et avoir graphiquement

Afin de bien concevoir ceci, il faut savoir que, pour diviser un thermometre, on commence par determiner deux points fon-

---

d'une maniere approchée les hauteurs correspondantes à différents degrés d'ébullition, tracez (fig. 222) deux lignes XX', YY' perpendiculaires entre elles, portez 8000 parties de A en B, qui représenteront des centiemes de degré du thermometre de Réaumur, en comptant o au point A, et 1316 de ces parties de B en Q, élevez la perpendiculaire QD, et portez 2976 parties de Q en D, ces dernieres pouvant être, ou non, égales aux premieres, et représentant des toises, menez la ligne droite DB, les ordonnées PM seront les hauteurs mesurées sur l'échelle QD, et les abscisses correspondantes AP seront les températures de l'eau bouillante sur ces hauteurs, cette propriété ayant lieu depuis la valeur AQ = 66,84 jusqu'à la valeur AB = 80,00

Si on prend AB' = 63,57, AQ' = 51,32, qu'on tire la perpendiculaire Q'D' = QD, et qu'on mene la ligne droite D'B', cette ligne sera pour l'esprit-de-vin, dans l'espace Q'B', ce que la ligne DB est pour l'eau dans l'espace QB

En supposant les divisions de centiemes de degrés de AB égales aux divisions de toises de QD, observant qu'au point B on compte 80° et o toises, au point Q, 66°,84, et au point D 2976 toises, on trouvera l'angle DBA = 66° 8' 40", dont la cotangente = 0,44221, ainsi nommant x le degré de température et y la hauteur correspondante, on aura pour l'eau bouillante

$$x = 80° - 0{,}0044221\, y,$$

équation applicable depuis 66 jusqu'à 80 degrés de chaleur

On trouvera pareillement que l'angle D'B'A = 67° 37' 30", dont la cotangente = 0,41163, ainsi l'équation pour l'ébullition de l'esprit-de-vin, à différentes hauteurs, sera, en observant qu'on compte 63°,57 au point B et 51°,32 au point Q',

$$x = 63°{,}57 - 0{,}0041163\, y,$$

équation applicable depuis 51 jusqu'à 64 degrés de chaleur

Pour juger du degré de précision des équations précédentes, nous allons les appliquer à quelques points à peu-près équidistants pris dans toute l'étendue de l'axe des hauteurs.

HAUTEURS	TEMPÉRATURE de l'eau bouill.	TEMPÉRATURE de l'esprit-de-vin en ébullition	ERREUR sur la températ. de l'eau bouill.	ERREUR, sur la températ. de l'esprit-de-vin en ébullition
000,0	80,00	63,57	0,00	0,00
602,7	77,33	61,09	0,12	0,17
1187,1	74,75	58,68	0,14	0,15
1768,0	72,18	56,29	0,21	0,23
2597,3	69,40	53,70	0,08	0,13
2976,0	66,84	51,32	0,00	0,00

damentaux, celui de la glace et celui de l'eau bouillante, et la distance entre ces deux points se divise en un certain nombre

On voit par cette table qu'en supposant que les courbes des hauteurs sont des lignes droites, la plus grande erreur sur la température de l'eau bouillante n'est pas d'un septieme de degré, et que la plus grande erreur sur l'esprit-de-vin n'est que d'un cinquieme de degré environ : or cette précision est plus que satisfaisante dans une infinité de cas.

Voici maintenant la table que nous avons annoncée.

TABLE pour connoître le rapport entre la hauteur du barometre, l'élévation au-dessus du niveau de la mer, et la température de l'eau et de l'esprit-de-vin en ébullition.

Fractions en lignes.	Hauteur du barometre en pouces.	Élévation au-dessus du niveau de la mer en toises.	Température à l'instant de l'ébullition		Fractions en lignes.	Hauteur du barometre en pouces.	Élévation au-dessus du niveau de la mer en toises.	Température à l'instant de l'ébullition	
			de l'eau.	de l'esprit-de-vin.				de l'eau.	de l'esprit-de-vin.
	14,000	2976,0	66,44	51,32	7	20,583	1307,7	74,08	57,95
6	14,500	2824,0	67,48	51,91	8	20,666	1290,3	74,16	58,04
	15,000	2677,0	68,12	52,48	9	20,750	1272,9	74,23	58,12
6	15,500	2534,9	68,86	53,04	10	20,833	1255,6	74,30	58,20
	16,000	2397,3	69,52	53,57	11	20,916	1238,4	74,39	58,29
6	16,500	2264,0	69,90	54,10	.	21,000	1221,2	74,46	58,37
	17,000	2134,[illegible]	70,46	54,60	1	21,083	1204,1	74,53	58,45
6	17,500	2009,3	71,02	55,10	2	21,166	1187,1	74,61	58,55
	18,000	1887,4	71,54	55,58	3	21,250	1170,1	74,69	58,63
6	18,500	1768,0	72,07	56,06	4	21,333	1153,2	74,76	58,72
.	19,000	1652,4	72,57	56,52	5	21,416	1136,4	74,84	58,80
1	19,083	1634,5	72,65	56,59	6	21,500	1119,7	74,91	58,88
2	19,166	1615,7	72,74	56,68	7	21,583	1103,0	74,99	58,96
3	19,250	1597,0	72,82	56,75	8	21,666	1086,4	75,07	59,04
4	19,333	1578,3	72,89	56,83	9	21,750	1069,9	75,15	59,09
5	19,416	1559,7	72,99	56,91	10	21,833	1053,5	75,20	59,15
6	19,500	1541,2	73,06	56,99	11	21,916	1037,1	75,28	59,21
7	19,583	1522,8	73,14	57,06	.	22,000	1020,8	75,35	59,27
8	19,666	1504,4	73,22	57,14	1	22,083	1004,4	75,42	59,32
9	19,750	1486,1	73,30	57,21	2	22,166	988,5	75,50	59,38
10	19,833	1467,9	73,40	57,28	3	22,250	972,2	75,56	59,44
11	19,916	1449,8	73,46	57,36	4	22,333	956,1	75,63	59,50
.	20,000	1431,8	73,55	57,43	5	22,416	940,0	75,71	59,56
1	20,083	1413,9	73,65	57,50	6	22,500	924,0	75,78	59,61
2	20,166	1396,1	73,69	57,58	7	22,583	908,0	75,85	59,67
3	20,250	1378,1	73,82	57,66	8	22,666	892,2	75,93	59,73
4	20,333	1360,4	73,89	57,73	9	22,750	876,4	76,00	59,79
5	20,416	1342,7	73,95	57,81	10	22,833	860,7	76,06	59,84
6	20,500	1325,3	74,01	57,88	11	22,916	845,0	76,13	59,90

de

de parties égales, dont chacune désigne ce qu'on nomme un degré de chaleur. Mais pour que l'eau bouillante indique une chaleur constante et propre à rendre les instrumens comparables, il faut nécessairement que l'ébullition se rapporte à une pression déterminée, puisque nous savons que l'eau peut bouillir à un degré de chaleur plus ou moins grand suivant la pression qu'elle éprouve. En conséquence, on est

SUITE de la Table pour connoître le rapport entre la hauteur du barometre, etc.

FRACTIONS DU POUCE en lignes.	HAUTEUR du barometre en pouces.	ÉLÉVATION au-dessus du niveau de la mer en toises.	TEMPÉRATURE à l'instant de l'ébullition	
			de l'eau.	de l'esprit de vin
.	23,000	829,5	76,20	59,96
1	23,083	813,9	76,27	60,02
2	23,166	798,4	76,34	60,09
3	23,250	783,0	76,40	60,19
4	23,333	766 6	76,47	60,21
5	23,416	752,5	76,54	60,28
6	23,500	737,1	76,61	60,34
7	23 583	721,9	76,68	60,40
8	23 666	706,8	76,75	60,47
9	23,750	691,8	76,81	60,53
10	23,833	676,8	76,88	60,60
11	23,916	661,8	76 95	60,66
.	24,000	647,9	77,02	60,73
1	24,083	632,1	77,08	60,79
2	24,166	617,3	77,15	60,86
3	24,250	602,7	77,21	60,92
4	24,333	588,0	77,27	60,98
5	24,416	573,4	77,34	61,05
6	24,500	558,8	77,41	61,11
7	24,583	544,4	77,47	61,18
8	24,666	529,3	77,54	61,25
9	24,750	515,5	77,60	61,31
10	24,833	501,2	77,66	61,38
11	24,916	487,0	77,73	61,46
.	25,000	472,8	77,79	61,51
1	25,083	458,7	77,86	61,57
2	25,166	444,6	77,92	61,65
3	25,250	430,5	77,99	61,71
4	25,333	416,5	78,05	61,77
5	25,416	402,5	78,12	61,84
6	25,500	388,7	78,18	61 91

FRACTIONS DU POUCE en lignes.	HAUTEUR du barometre en pouces.	ÉLÉVATION au-dessus du niveau de la mer en toises.	TEMPÉRATURE à l'instant de l'ébullition	
			de l'eau.	de l'esprit de vin
7	25,583	374,8	78,24	61,97
8	25,666	361,1	78,30	62,03
9	25,750	347,3	78,36	62 09
10	25,833	333,7	78,42	62,14
11	25,916	320,1	78,49	62,20
.	26,000	306,6	78,55	62,25
1	26,083	293,1	78,61	62,30
2	26,166	279,6	78,68	62,36
3	26,250	266,2	78,74	62,42
4	26,333	252,9	78,80	62,47
5	26,416	239,7	78,87	62,52
6	26,500	226,5	78,93	62,58
7	26,583	213,4	78,99	62 63
8	26,666	200,4	79,05	62,69
9	26,750	187,4	79,11	62,74
10	26,833	174,4	79,16	62,79
11	26,916	161,4	79,23	62,85
.	27,000	148,7	79,28	62,90
1	27,083	136,0	79,34	62,96
2	27,166	123,3	79,40	63,01
3	27,250	110,8	79,46	63,07
4	27,333	98,2	79,52	63,12
5	27,416	85,7	79,58	63,18
6	27,500	73,3	79,64	63,23
7	27,583	60,9	79,69	63,29
8	27,666	48,6	79,75	63,35
9	27,750	36,3	79,81	63,40
10	27,833	24,1	79,87	63,45
11	27,916	12,0	79 93	63,51
.	28,000	0,0	80,00	63,57

convenu de déterminer le point de l'eau bouillante, sur le thermometre, à une pression de 28 pouces, c'est-à-dire lorsque le barometre indique une pareille hauteur. On voit sur le champ que cette methode, bonne en elle-même, entraîne cependant des inconvénients dans la pratique: en effet il peut arriver qu'au même lieu le barometre soit un certain temps sans indiquer 28 pouces; il peut arriver encore qu'il ne les indique jamais. à Madrid, par exemple, il ne peut, dans aucun état de l'atmosphere, monter à 27 pouces, il seroit donc impossible, par les moyens connus jusqu'à présent, de déterminer à Madrid le point de l'ébullition à 28 pouces de pression. Mais, par la methode de M. de Betancourt, on peut toujours faire cette détermination quelle que soit la hauteur du barometre lors de l'ébullition; car comme on connoît les degrés du thermometre qui doivent correspondre à des pressions quelconques, on pourra toujours, dans un état donné de l'atmosphere, trouver sur l'échelle du thermometre, outre le point de la glace, un autre point dont on saura le numéro, au moyen de la table X, et qui fournira le moyen de faire une sous-division de degré en degré. par exemple, si, lorsqu'on fait bouillir l'eau, le barometre indique 26,59 pouces, on verra, par la table X, que cette pression doit correspondre à une température de 79 degres; divisant donc en 79 parties égales l'espace compris entre le terme de la glace et celui de l'ébullition ainsi observée, chacune de ces parties indiquera un degré du thermometre de Réaumur.

Lorsqu'on aura un appareil semblable à celui de M. de Betancourt, il sera inutile de s'assujettir à la hauteur du barometre à l'air libre; car alors on pourra, au moyen d'une pression quelconque, déterminer, par la table X, la graduation correspondante du thermometre; et, comme on aura le moyen de trouver ainsi autant de points qu'on voudra, ces points se serviront de vérification reciproque. Les hautes températures donneront dans ce cas beaucoup d'exactitude, parceque la marche du barometre y est très grande relativement à celle du thermometre.

1379. M. de Betancourt, après avoir décrit ses expériences sur l'esprit-de-vin, termine son mémoire par quelques considérations sur l'utilité qu'on pourroit retirer, dans l'usage des machines à feu, de la vaporisation de quelques autres fluides que l'eau: mais nous reviendrons sur cet objet. Nous allons passer à la description du méchanisme des machines à feu.

Description d'une premiere machine à feu à double effet.

1380. La machine que nous allons décrire se rapporte particulièrement à celles exécutées à Paris, à l'isle des Cygnes, pour faire mouvoir des moulins à bled. MM Perrier freres, qui en sont les auteurs, les ont fait construire après le voyage en Angleterre de M. de Betancourt, dont nous avons parlé art. 1345, et conformement au modele dont il est question dans le même article. Ces machines, dont l'exécution est si soignée que nous doutons qu'on l'ait surpassée et même égalée nulle part, ont d'ailleurs tout le succès qu'on doit en attendre, et sont une preuve incontestable de l'excellence du méchanisme perfectionné qu'on a substitué à celui des machines de Chaillot. Objet est [illegible] auquel se rapporte la machine qu'on va décrire.

M. Perrier l'aîné nous a assurés que, quoiqu'il n'ait construit des machines à double effet qu'après avoir connu le modele de M. de Betancourt, il avoit eu cependant depuis très long temps l'idée de pareilles machines ; que son objet étoit de diminuer la grosseur du cylindre à vapeur, de supprimer les contrepoids, de simplifier tout l'attirail, enfin d'économiser le combustible. On ne sauroit révoquer en doute l'assertion d'un artiste aussi habile que digne de foi, il est d'ailleurs tres naturel de penser que ceux qui ont beaucoup réfléchi sur les divers moyens d'employer la vapeur de l'eau comme moteur aient cherché à transmettre son effort d'une maniere telle que l'attirail intermédiaire le diminuât le moins possible : or les machines de Chaillot, quoique beaucoup plus parfaites que les anciennes, étoient encore loin de remplir cette condition. Nous verrons par la suite les diverses tentatives faites ou proposées pour approcher encore davantage de la moindre perte, soit de combustible, soit d'effort du moteur.

1381. Les figures (223, 224 et 225) représentent l'ensemble de toute la machine; on voit en [1] et [2] (*), fig. (223), les plans, à differentes hauteurs, de deux chaudieres dont on suppose que la machine est pourvue. Cette précaution est assez nécessaire, afin que le travail ne cesse pas lorsqu'on répare une des chaudieres. [1] fait voir les massifs de maçonnerie sur lesquels Chaudieres, [illegible]

(*) Les principaux détails des figures seront indiqués par des chiffres arabes renfermés entre deux crochets quarrés de cette forme [ ], afin de les distinguer des chiffres de renvoi aux articles de l'ouvrage, qui seront entre deux parenthèses, de cette forme ( ) par là, nous éviterons une multitude de lettres, dont l'usage est toujours embarrassant lorsqu'il en faut un aussi grand nombre, et nous ne les emploierons que pour exprimer les sous détails des objets que les chiffres indiquent en masse.

se pose la brique qui supporte immédiatement la chaudiere; A est le cendrier, c'est une chambre pratiquée au-dessous de la grille de fer sur laquelle on met le combustible; le plan ponctué B B est une voûte qui a une issue extérieure et qui aboutit au cendrier; une autre voûte latérale D D sert de communication entre la voûte B B et le dessous C de la cheminée; [2] est le plan du massif de brique qui supporte immédiatement la chaudiere; A est la grille de fer sur laquelle se met le combustible; t, t sont deux tasseaux destinés à supporter en partie le fond de la chaudiere, et empêcher qu'il ne se *gauchisse* par la pression supérieure. L'espace qui est autour de ces tasseaux, y compris celui occupé par la grille A, forme au-dessous de la chaudiere une chambre dans laquelle se répandent la flamme et la fumée. Cette chambre a deux issues, l'une du côté de A par ou on jette le combustible, et l'autre en E; cette seconde issue communique avec un tuyau supérieur qui traverse la chaudiere, et sert, comme on va le voir, à porter la chaleur au milieu de l'eau qu'on veut échauffer.

[2], fig. (224), est un plan de la chaudiere, pris dans une section horizontale, passant à-peu-près au milieu de la hauteur de l'eau qui y est enfermée; le tuyau ou canal $a\,b$, qui fait partie de la chaudiere et qui traverse l'eau, sert de conduit à la chaleur et à la fumée qui y affluent par l'ouverture E repondant à l'issue E, fig. (223), chaudiere [2], et forme la communication entre le dessous de la chaudiere ou se fait le feu et l'espace $a\,b$ environné d'eau. Ainsi le feu et la fumée, après avoir échauffé le dessous de la chaudiere, se trouvent encore au sein du fluide, et l'échauffent de nouveau d'une maniere très avantageuse. Au sortir du canal $a\,b$, la flamme entre dans le canal F'FFFF', et ne trouvant point d'issue en F', est obligée de cheminer dans le sens FFFF', et de faire tout le tour de la chaudiere avant d'arriver à la cheminée C.

L'explication que nous venons de donner des plans [1] et [2] des chaudieres se concevra encore mieux par l'examen des coupes et des élévations, fig. (226, 227, 229 et 230): les trois premieres de ces figures se rapportent au plan [1], ainsi qu'on le voit écrit sur les planches; mais comme les chaudieres sont parfaitement semblables, et ne different qu'en ce que leurs parties sont disposées en sens contraire par rapport à l'axe longitudinal, il est aisé, en ayant égard à cette circonstance, de rapporter les plans et coupes à l'un ou à l'autre indifferemment. On voit dans toutes ces figures trois pieces p, p', p''; la premiere

est un regard ou ouverture de la chaudiere ; la seconde est un tuyau avec un robinet pour la vider : nous verrons, ci-après, l'usage de la troisieme. La section CCC de la cheminée, fig. (226) et les parties BB, DD, KK, ne sont point dans le même plan que la section du reste de la figure, ce qui se verra aisément par la comparaison avec le plan [1]; pareillement la section de la partie supérieure de la fig. (227) est faite vers l'extrémité à gauche du plan [1], fig. (224), et la partie inférieure GA de la même fig. 227 est la section du plan [1], fig. (224), faite du côté de la cheminée sur l'axe de la voûte qui va au cendrier. On use souvent de cet expédient, dans le dessin des machines, afin qu'une même coupe puisse mieux donner l'idée de l'ensemble (*)

L'ouverture de la cheminée CC, (fig. 226), est continuée en K'K jusqu'à la voûte DD, et a, par ce moyen, une communication avec l'issue extérieure BB, l'espace CC, dans lequel passe la fumée, est séparé de l'espace KK par une plaque de fer qu'on voit dans la coupe, et qu'on peut ôter à volonté.

1382. On voit dans l'élévation, fig. (230), la porte de fer p fermant l'ouverture pp, fig. (227), par laquelle on jette le combustible dans l'espace G, fig. (226 et 227), sur la grille de fer qui sépare G de A. Cette porte se ferme aussitôt que le combustible est lancé, et ne se r'ouvre que lorsqu'on en met de nouveau. Ainsi, pendant tout le temps de la combustion, le fourneau n'a de communication avec l'air atmosphérique que par la cheminée CC et par la voûte d'issue BB. D'après cela, la chaleur causant une grande raréfaction dans l'espace G, l'air atmosphérique afflue dans cet espace par B et A, et forme un courant qui donne la plus grande activité à la combustion. Nous reviendrons sur cet objet ainsi que sur d'autres détails relatifs aux cheminées : passons à la maniere dont la vapeur produit et continue le mouvement de la machine.

Courant d'air pour donner de l'activité à la combustion.

1383. La vapeur qui se forme dans la chaudiere [1], fig. (224 et 225), passe par le tuyau vv, fig. (224), lequel tuyau aboutit en vv, fig. (231 et 232); ainsi l'espace E', qui sépare l'extrémité vv des soupapes S et S', qu'on voit au-dessous, est continuellement rempli de vapeur prête à affluer dans les tuyaux T, T'. Nous pouvons considerer cette vapeur comme sans cesse repro-

Correspondance entre le mouvement du piston du cylindre à vapeur et ceux des soupapes qui établissent la communication entre la chaudière, le cylindre à vapeur et le condenseur.

(*) On s'est efforcé de représenter par des dégradations de teinte les différentes sections comprises dans la même figure sur des plans plus ou moins avancés, mais, malgré cette ressource, on ne se croit pas dispensé d'en indiquer les principales dans le discours; les autres seront aisément comprises par ceux qui ont la plus légere habitude du dessin géométral.

duite par une cause quelconque, et faire ainsi, pour les explications subsequentes, abstraction et de la communication de l'espace E² avec la chaudiere et de la chaudiere elle même. (*)

Dans l'état de la machine que représentent les fig. (231 et 232) le piston [14] est au point le plus élevé de sa course, le vide est censé fait dans toute la partie inferieure du cylindre, et la soupape S est ouverte, au-dessous de cette soupape S est une ouverture VV qui communique du cylindre à l'espace T. La vapeur entre donc par la soupape S, remplit tout l'espace T jusqu'à la soupape σ, qui, étant fermée, ne lui livre point passage, et il faut observer que cette soupape σ étant la seule issue inférieure de l'espace T, la vapeur ne peut ni pénétrer dans l'espace V', ni dans celui QQ : la seule issue qu'elle ait est donc l'ouverture VV par laquelle elle va presser la partie supérieure du piston, qui, n'éprouvant aucune pression inférieure (**), descend jusqu'au bas du cylindre et fait descendre en même temps et la verge *tt* qui lui sert de tige, et toutes les parties de la machine attachées à cette verge.

Nous avons dit que lorsque le piston a commencé à descendre, le vide étoit fait dans la partie inférieure du cylindre; cette condition avoit lieu parceque la vapeur qui y avoit été introduite précédemment s'étoit échappée par l'ouverture inférieure V, pour aller dans l'espace QQ, et que cet espace communiquant avec le tuyau ou canal vertical R, par une ouverture qui est au-dessous de la soupape *q*, laquelle soupape est toujours ouverte, toute la vapeur a dû se condenser au moyen d'une injection continuelle d'eau froide qui est entretenue dans ce tuyau R. Nous verrons bientôt les details du mechanisme qui produit cette injection. On voit par là pourquoi les soupapes S et σ' sont ouvertes en même temps, l'une étant destinée à introduire la vapeur par dessus le cylindre, et l'autre à conduire la vapeur qui est dessous au *condenseur*, c'est-à-dire à l'espace dans lequel sa condensation s'opere.

Suivons à present la marche du piston, que nous avons supposé arrivé au point le plus bas de sa course. A cette époque, un mechanisme que nous decrirons bientôt, et qui est mis en mou-

(*) Le lecteur pourra, s'il le juge à propos, lire l'art. (1596) avant d'aller plus avant, cependant, par les raisons énoncées dans cet article, il seroit peut être préférable d'aller de suite.

(**) Nous faisons, pour un moment, abstraction de la vapeur produite par l'eau de condensation. voyez la note de l'art. (1338)

vement par l'action même de la vapeur, fait fermer les soupapes S et σ', et fait ouvrir les soupapes S' et σ: la vapeur peut donc affluer par S et descendre jusqu'en σ'; mais arrivée là, elle ne peut point pénétrer en QQ, car la seule communication σ', qu'elle eût avec cet espace, se trouve fermée, et elle ne trouve d'autre issue que le canal $V'V'$, ce canal aboutit à une ouverture quarrée $V'V'$ pratiquée dans le fond FF du cylindre, et la vapeur, s'introduisant par cette ouverture, vient presser la partie inférieure du piston. Mais en même temps la vapeur qui s'étoit introduite dans la partie supérieure du cylindre (*), et qui ne peut plus communiquer avec l'espace L', puisque la soupape S est fermée, afflue avec rapidité par la soupape ouverte σ dans l'espace QQ et de suite dans l'espace R, où elle est condensée par l'injection continuelle d'eau froide que nous avons dit précédemment se faire dans cet endroit. Le vide s'établit donc dans la partie supérieure du cylindre, et il n'y a plus aucun obstacle à l'ascension du piston que tend à produire et que produit en effet l'effort de la vapeur qui agit à la partie inférieure.

Le piston étant remonté, les soupapes S' et σ se ferment et les soupapes S et σ' s'ouvrent; la vapeur afflue de nouveau à la partie supérieure du cylindre pour presser le piston, s'échappe de la partie inférieure, et se rend au condenseur; c'est-à-dire que les choses se retrouvent dans la position représentée par les fig. (231 et 232), et que le mouvement du haut en bas se reproduit de la manière décrite au commencement de cet article. On voit que le piston montera et descendra successivement et sans interruption, tant que la chaudière fournira de la vapeur, et en supposant que le méchanisme soit tel que le mouvement alternatif des soupapes S, σ', S, σ, ait lieu de la manière qu'on vient de décrire.

1384. Pour classer commodément dans l'esprit les fonctions de ces différentes soupapes, il faut concevoir que l'intérieur du cylindre est divisé en deux parties variables par le piston de ce cylindre. Le tuyau ou espace T sert d'issue à la partie supérieure, et le tuyau ou espace T' sert d'issue à la partie inférieure : le premier de ces espaces a deux portes S et σ fermées par les soupapes qui leur correspondent; le second a deux portes, pareillement fermées, S' et σ' : chaque porte supérieure établit la communi-

Moyen de classer com[illegible]

(*) Nous appellerons ordinairement partie supérieure et partie inférieure du cylindre les espaces compris au-dessus ou au-dessous du piston, dans quelque point de sa course que se trouve le piston.

cation entre la chaudiere et la partie du cylindre à laquelle elle correspond ; chaque porte inférieure établit la communication entre la même partie du cylindre et le condenseur. De plus, lorsque la communication avec la chaudiere est ouverte dans un des deux espaces T ou T, la communication avec le condenseur est ouverte dans l'autre espace, en sorte que si les soupapes S, S, σ, σ', sont supposées aux angles d'un parallélogramme, celles qui se trouvent ouvertes et fermées en même temps sont toujours, respectivement, aux extrémités d'une même diagonale.

Du moyen d'injection employé à opérer la condensation ; soupape extérieure pour modérer à volonté l'injection et par conséquent la vitesse de la machine, [illegible] que l'on peut [illegible] à cet égard.

1385. Ainsi la vapeur de la partie du cylindre dont l'issue ou porte inférieure σ ou σ' est ouverte, se rend constamment dans l'espace R où elle se condense aussitôt. Cette condensation s'opere par le moyen d'un jet d'eau froide qui jaillit continuellement de l'extrémité du tuyau 3, 4, 5, fig. (232), lequel tuyau traverse l'espace [9], sans donner d'autre issue à l'eau que l'ouverture extérieure 3 et l'extrémité intérieure 5; au-dessus de l'ouverture 3 est une soupape 2, 2, fixée à l'extrémité inférieure de la tige 1, 2, dont la partie supérieure taraudée traverse un écrou à oreille, fixé au-dessus du plancher de la bache [6] En serrant ou desserrant cet écrou, on approche plus ou moins la soupape 2, 2, de l'ouverture 3 qu'elle pourroit fermer exactement si elle étoit assez descendue pour cela.

Cette ouverture 3 est, comme on voit, entièrement plongée dans la bache [6]; par conséquent, la condensation et le vide s'opérant sans cesse dans l'espace R, l'eau tend à jaillir par l'ouverture intérieure 5, avec une vitesse due à une colonne d'eau qui auroit 32 pieds, plus la hauteur de l'eau de la bache au dessus de l'ouverture 5, moins la hauteur d'une colonne d'eau équivalente à la petite force expansive qui exerce son action dans le condenseur (1341) : ainsi l'eau doit affluer avec beaucoup d'impétuosité dans l'espace R; mais on peut diminuer à volonté la quantité de cette eau qui y entre, dans un temps donné, en rapprochant, par le moyen de l'écrou 1, 1, la soupape 2, 2, de l'ouverture 3, de telle sorte que, si cette soupape est assez abaissée pour fermer entièrement l'ouverture, il n'entrera plus d'eau froide dans le condenseur.

On ne peut pas de même augmenter indéfiniment la quantité d'eau qui entre dans l'espace R, la limite de cette quantité est donnée par la grandeur de l'ouverture 3 Lorsque cette soupape est à une hauteur au dessus de l'ouverture 3, telle qu'une surface cylindrique, de même hauteur, et qui auroit la soupape

2, 2, pour base, soit égale à l'ouverture 3, alors il entre par cette ouverture toute l'eau qui peut y entrer, et, quoiqu'on l'élevât davantage, il n'en entreroit pas une plus grande quantité.

Il est aisé de demontrer, par les éléments de géométrie, que, d'après ce qu'on vient de dire, la plus grande affluence de l'eau dans l'espace R a lieu lorsque la soupape 2, 2, est élevée au-dessus de l'ouverture 3, à-peu-près de son demi-rayon : nous disons à-peu-près à cause de la forme conique de la soupape.

On voit, fig. (225), l'élévation exterieure du condenseur, et, fig. (231), une coupe faite à angle droit sur celle que represente la fig (233). On voit, de plus, dans toutes les autres figures, les mêmes lettres ou chiffres de renvoi placés sur les parties qui se correspondent : ainsi nous n'avons pas besoin d'indiquer ici toutes les figures où se trouvent differentes projections du condenseur.

1386. On sait, d'après ce qui a été dit art. (1341), ce qui resulte, pour l'effet de la machine, de l'eau de condensation qui tombe dans l'espace [9], fig (231 et 232) Nous avons fait voir que le ressort que developpoit la vapeur de cette eau, et l'air échauffé qui s'en dégage, pouvoient contrebalancer une portion très sensible de l'effort de la vapeur qui sort de la chaudiere, et qu'il étoit indispensable de se delivrer de cette eau et de cet air. Le moyen employé pour produire cet effet dans la machine que nous décrivons est semblable à celui décrit à l'art. (1341), qui se rapporte à la fig (194). Le canal ou tuyau [11], [11], fig (225 et 231), communique de l'espace [9], où tombe l'eau de condensation, au corps de pompe [10] La soupape 6, 6, qui partage l'espace [11], [11], livre passage à l'eau et à l'air de condensation, lorsque le piston 7, 7, 7 s'élève, et que l'aspiration se fait dans le corps de pompe [10]; cette soupape se referme ensuite pendant le passage de l'un et l'autre fluide au dessus de ce piston, qui a lieu lors de son abaissement, le tout conformément à ce qui a été dit art (661 et 1341).

De la pompe employée à enlever l'eau de condensation et l'air qui se dégage pendant qu'elle s'opère, tuyau nourricier qui conduit cette eau dans la chaudiere.

L'eau et l'air de condensation sont ainsi élevés au haut de l'espace [10], fig. (233), d'où ils se répandent dans l'espace ou boîtes 'A 'A, et sont de suite refoulés au dessus de la soupape 8, 8, dans le corps de pompe [12], [12]; là le piston 9, 9, 9, les élève jusqu'au tuyau *t' t'*, qui se nomme tuyau nourricier, et qui conduit l'eau dans la chaudiere. Ce tuyau *t' t* reparoît dans diverses autres figures, mais principalement dans le plan, fig. (224), où on le voit, en partie ponctué et en partie tracé plein On retrouve dans la fig (227) son extrémité qui aboutit à un autre tuyau *t' t''* dont l'extrémité inferieure plonge dans l'eau de la chaudiere.

Un robinet placé à l'extrémite de $t\,t'$ donne le moyen de ne laisser entrer dans la chaudiere que la quantité d'eau nécessaire pour l'entretenir à une hauteur constante. (Voyez, art. (1398), la maniere de connoître cette hauteur). Le surplus de l'eau s'échappe par un tuyau latéral.

Il est aisé de concevoir pourquoi l'eau qui s'introduit en $t\,t'$ pénetre dans la chaudiere, malgré la vapeur qui se forme en $f\,f$, fig (227), lorsque cette vapeur n'est qu'à 80 ou 85 degrés; car cette eau a, outre le poids de l'atmosphere, celui de toute la colonne depuis $t''\,t'$, jusqu'à la surface de l'eau de la chaudiere.

Les tiges des pistons 7, 7, 7 et 9, 9, 9, fig (231 et 233), sont attachées au balancier [13], [13], fig (225), et se meuvent avec lui de la même maniere qu'on l'a expliqué, art (1341), pour la fig. (194). Comme les deux tiges se trouvent dans un plan perpendiculaire au plan de la figure (225), la tige du piston 7, 7, 7, cache la tige 10, 10, fig. (233), du piston 9, 9, 9. Dans la coupe de la fig (231), on a cassé la tige du piston 7, 7, 7, un peu audessus du corps de pompe [10], au moyen de quoi on voit s'élever par derriere la tige 10, 10.

Observation sur un effet résultant de l'aspiration de l'eau et de l'air donnés par la condensation.

1387. Observons que, d'après le méchanisme qu'on vient de décrire, l'aspiration de l'eau et de l'air de condensation a lieu lorsque le piston du cylindre à vapeur descend; et que, lorsque ce même piston remonte, l'eau et l'air de condensation sont pressés pour s'elever au-dessus du piston qui les a aspirés précédemment. Ils doivent donc, dans ce dernier cas, s'opposer à la marche du piston du cylindre à vapeur, plus que dans le précédent.

Principe sur lequel la construction du régulateur est fondée.

1388. Après avoir expliqué le jeu général de la machine, et la maniere dont l'action de la vapeur se transmet au balancier, il reste à développer un méchanisme dont la proprieté est de reproduire sans cesse le mouvement alternatif du piston du cylindre à vapeur, par des moyens inhérents à la machine, et sans autre agent extérieur que l'homme employé à renouveler le combustible à mesure qu'il se consume: ce méchanisme constitue ce qu'on appelle le *régulateur*.

Nous avons vu, art (1331 et 1332), que dans les premiers essais qu'on a faits des machines à feu, il falloit que des hommes fussent occupés à tourner différents robinets nécessaires pour l'introduction et la condensation de la vapeur: on sent aisément toutes les especes d'inconvénients qu'entraîne une pareille méthode. Les machines dont nous avons parlé, art. (1338 *et suiv.*), n'ont pas

cette incommodité; mais comme nous ne les donnions que pour fournir des exemples de la théorie de la vaporisation, exposée art. (1309 *et suiv.*), nous nous étions réservé de décrire subséquemment le *régulateur* avec tous les détails nécessaires. Exposons d'abord les principes sur lesquels sa construction est fondée.

La fig. (234) représente une piece de bois *pp*, qu'on nomme *poutrelle*, portant un tasseau *t*; cette poutrelle s'abaisse et s'éleve successivement par un mouvement vertical et continuel; on voit dans le surplus de la figure un assemblage de pieces qui offre une combinaison de leviers dans lesquels il faut soigneusement distinguer les points ou axes de rotation fixes, et les points de rotation mobiles. ceux de la premiere espece, c'est-à-dire les points de rotation fixes, sont les points *a*, *f*, *m* et *y*, la poutrelle ou semelle HH étant immobile; ceux de la seconde espece, c'est-à-dire les points de rotation mobiles, sont les points *h*, *k*, *r* et *y'*. Les trois branches *ab*, *ac*, *ad*, ne forment qu'une seule piece tournant autour du point *a*. Il en est de même des trois branches *fd*, *fg*, *fh*, quoique situées dans différents plans, elles forment un seul levier composé, tournant autour du point *f*, et dont la branche *fh* tient aux verges *hk* et *hr* par la charniere mobile *h* qui est commune aux trois verges. A à l'extrémité *d* de la branche *ad* est pratiqué un arrêt contre lequel l'extrémité de la branche *fd* vient s'appuyer, la boule ou le poids *b* qui termine la branche *ab* tend à faire presser l'une contre l'autre les extrémités des branches *ad* et *fd*; un effet semblable est produit par la poutrelle ou lentille *ss'*, dont le poids tend à faire baisser les points *r* et *h*, à donner à la branche *fd* un mouvement de rotation dans le sens *dd'*, et par conséquent à faire presser verticalement l'extrémité de cette branche contre son arrêt.

Le levier coudé *kmn* est encore d'une seule piece, tournant autour du point *m*; la branche *mn* entre, comme on voit, dans une entaille faite à la queue d'une soupape *qq*; et le but de tout le méchanisme que nous décrivons ici est de faire hausser et baisser alternativement cette soupape *qq*.

Dans la position indiquée par les lignes pleines de la figure, les points *d*, *f*, *h*, *k*, sont en ligne droite horizontale; la poutrelle *pp* est supposée s'abaisser et le tasseau *t* passer à la position *t'*. Dans cette hypothese, le tasseau *t* venant appuyer contre l'extrémité *c* de la branche *ac*, la fera baisser jusqu'en *c'*; et le levier composé *bacd*, qui, comme on vient de le dire, est d'une seule piece, prendra la position *b'a'c'd*. Mais alors les extrémités des

branches ad et fd venant à se séparer, la branche ad ne pourra plus servir d'arrêt à la branche fd ; le poids de la lentille ss' exercera, par le moyen de la verge rh, une action presque verticale sur le point h de la ligne horizontale $dfhk$, et forcera ce point à s'abaisser, quelle que soit la résistance opposée en n. (*)

D'après cela, les points de rotation f et m étant immobiles, le levier composé $dfgh$ prendra la position $d''fg'h'$, c'est-à-dire que les points d, g et h décriront les arcs, de même valeur angulaire, dd'', gg' et hh'. Par une suite nécessaire, le point k décrira un arc kk' ; la ligne droite fhk deviendra la ligne brisée $fh'k'$, la verge hr prendra la position $h'r'$, la lentille ss' s'abaissera en $s''s'$; et enfin le levier coudé kmn prendra la position $k'mn'$. Le dernier effet ne peut se produire sans que la soupape qq ne prenne la position qq', en s'élevant d'une quantité qui a une certaine relation avec l'ouverture de l'angle nmn ou de son égal $k'mk$.

Cependant le tasseau t, qui, par l'abaissement de la poutrelle pp, étoit arrivé à la position t', ne descend pas plus bas, et, au contraire, il remonte non seulement à la position t, mais encore plus haut. Le levier composé $bac'd'$, n'étant plus contenu en c', tend à reprendre sa position $bacd$, mais ne rencontrant plus la branche fd qui est passée en fd'', il outrepasse cette position, et le contrepoids b descend jusqu'à ce que la branche ad vienne s'appuyer contre l'extrémité d'' de fd''.

Pendant ce temps la poutrelle pp continue de monter jusqu'à ce qu'une cheville q, placée à côté de cette poutre, vienne rencontrer la branche fg', et l'oblige, en l'entraînant avec elle, à se remettre dans la position fg. On conçoit aisément que cela ne peut se faire sans que l'extrémité d'' de la branche fd'' glisse le long de la branche ad, et cela jusqu'à ce que les extrémités de ces deux branches se rencontrent et se remettent dans la position indiquée par les lignes pleines de la figure : on conçoit encore qu'à cette époque la soupape qq' a dû revenir à sa place qq, et que les choses se retrouvent dans l'état où nous les avons supposées au commencement de cet article, à cela près que le tasseau t est au plus haut point de sa course. Si donc ce tasseau et la poutre pp recommencent à descendre et à monter successivement, tous les effets que nous venons de décrire se repro-

(*) En effet, km étant verticale, la résistance en n ne peut transmettre qu'une action horizontale en k, laquelle (267) ne peut point, dans le premier instant, empêcher l'effet de la traction verticale qui a lieu en h.

duiront, et l'ouverture à laquelle s'adapte la soupape *qq* sera alternativement fermée et ouverte.

La poutrelle *ss'* doit être courbée à sa partie inférieure, afin d'éviter les secousses qu'occasionneroit une chûte trop subite. Au moyen de cette courbure, le point de contact de *ss* et HH s'approchera de plus en plus du centre de gravité de *ss* et même le dépassera, ce qui amortira considérablement la force de la chûte.

Tels sont les principes sur lesquels est fondé le méchanisme qui sert à faire mouvoir spontanément les soupapes destinées, dans la machine à feu, à ouvrir ou à fermer à la vapeur le passage de la chaudière au cylindre et du cylindre au condenseur, et à prolonger par conséquent le mouvement de la machine : passons aux applications.

1389. Supposons que *f* est un axe de rotation, et que les branches *fg*, *fd* et *fh*, attachées à différents points de cet axe, font corps et tournent avec lui. Les branches *ac* et *fg* seront disposées de manière que le tasseau *t* et la cheville *q*, attachés à la poutrelle *pp*, puissent les atteindre : quant à la branche *fh*, elle pourra être placée en un point quelconque de l'axe, pourvu que *m* soit aussi un axe qui ait les mouvements de renvoi nécessaires pour faire lever la soupape *qq*. Appl[illegible] de ce p[illegible] aux [illegible]

Ce n'est pas tout ; on peut encore, avec la combinaison des deux leviers composés *bacd*, *gfdk*, et une seule lentille *ss'*, faire ouvrir et fermer ensemble autant de soupapes *qq* qu'on voudra ; pour cela la verge *hr* sera attachée à un levier séparé, fixé à un point quelconque de l'axe, et on établira dans d'autres points du même axe autant d'ajustements *fhkmn* qu'on voudra faire mouvoir de soupapes. Il est évident que ce que nous avons dit pour une seule doit s'appliquer à quelque nombre que ce soit, la différence ne consistera que dans le plus ou moins d'effort à faire.

C'est avec de semblables modifications que le méchanisme décrit dans l'article précédent s'applique aux machines à feu ; deux axes correspondants à l'axe *f* font mouvoir chacun deux soupapes ; un troisième axe correspondant à *a* fournit les encliquetages nécessaires, ainsi qu'on va le voir plus en détail.

1390. Les fig. (235, 236, 237, 238, 239) représentent les détails du régulateur appliqué à la machine à feu dont nous nous occupons en ce moment. Pour bien concevoir le jeu de toutes les pièces, il faut rapprocher la fig. (232) de la fig. (238). Descriptio[n] et jeu du régu- lateur

Ces deux figures offrent une élévation du cylindre à vapeur, devant lequel on voit les tuyaux T, T' et les boîtes qui contiennent les soupapes qui établissent la communication entre la chaudiere, le cylindre et le condenseur. Ces tuyaux et ces boîtes sont vus extérieurement dans la fig (238), avec les différentes tringles qui servent à faire lever et baisser les soupapes, et la fig (232) en représente la coupe faite parallèlement au plan du tableau.

Cela posé, on voit, fig. (238), que l'axe inférieur ff a deux tringles hk, $h^3 k^3$, destinées à faire mouvoir respectivement les soupapes σ et S', diagonalement opposées; l'axe supérieur $f^1 f^1$ a deux tringles pareilles $h^1 k^1$, $h^4 k^4$, qui correspondent, respectivement, aux soupapes diagonalement opposées S et σ'. Or on a vu art (1384) que, pour le jeu de la machine, il falloit toujours que deux soupapes, placées aux extrémités d'une même diagonale, fussent ouvertes, pendant que les soupapes placées aux extrémités de l'autre diagonale étoient fermées, et c'est l'effet que produisent les deux axes $f^1 f^1$, ff, au moyen des encliquetages de l'axe du milieu aa

Avant de passer à la fig. (239), qui présente le jeu de ces encliquetages, il faut savoir que toutes les pieces attachées aux axes supérieurs $f^1 f^1$, et inférieurs ff, font corps avec ces axes et tournent avec eux, et que par conséquent toutes les pieces attachées à un même axe se meuvent ensemble; au contraire les pieces adaptées à l'axe du milieu aa tournent sur cet axe qui est immobile, et se meuvent indépendamment l'une de l'autre. Les soupapes S et S' paroissent l'une au dessus de l'autre, fig. (239), quoique dans le fait elles soient à la même hauteur; mais on a ainsi disposé la figure afin que celle qui est en avant ne cache pas la plus éloignée; il y a même remarque à faire sur les soupapes $\sigma\sigma'$; cela posé, on voit que l'axe aa porte une piece dao (n°. 1), qui sert d'arrêt à la piece fd de l'axe ff, qui par conséquent empêche que le poids ou lentille $s^1 s^m$ ne donne un mouvement de rotation à cet axe ff, dont l'effet seroit de tirer les tringles hk, $h^3 k^3$, et de faire lever les soupapes σ et S'. Une autre piece $d^1 a\ c^1 b$ est destinée à servir d'arrêt à la piece $f^1 d^1$ de l'axe $f^1 f^1$; mais comme l'encliquetage est lâché, le poids de la lentille $s^m s^1$ tient les deux soupapes σ' et S ouvertes. La branche $a d^1$ se tient appuyée contre la branche $f^1 d^1$ par l'effet du contrepoids bb. Les différentes pieces de l'encliquetage sont dessinées séparément à côté de la figure, avec les mêmes lettres de renvoi, afin qu'on puisse bien distinguer le jeu de chacune.

Dans cet état, la poutrelle *pp*, qui a un mouvement alternatif de montée et de descente, est suposée partir du point le plus haut de sa course, et commencer à redescendre ; lorsque la cheville *v* sera assez abaissée pour appuyer sur la branche $f^a g^a$ (n°. 2), elle fera tourner tout l'équipage attaché à l'axe $f^a f^a$, tendra à faire engager l'enchquetage $a\,d^a f^a$ et à faire fermer les soupapes σ' et S. On conçoit que les dimensions des pieces peuvent être tellement combinées que, lorsque l'enchquetage s'engage, les soupapes achevent de se fermer, et c'est en effet ce qui a lieu. Mais, lorsque ce double effet se produit, le tasseau *t* atteint l'extrémité *c* de la branche *ac*, la force de s'abaisser et fait dégager l'enchquetage *adf*; alors le poids de la lentille $s^a s^{aa}$ a une libre action sur l'axe *ff*, fait faire une partie de révolution à cet axe, et fait par conséquent ouvrir les soupapes σ et S', tandis que l'arrêt qui est en d^a empêche que la lentille $s^a s^{aa}$ ne produise le même effet sur les soupapes σ' et S.

On voit donc comment la descente de la poutrelle *pp* fait fermer les soupapes diagonalement opposées S et σ', fig. (232), et ouvrir les soupapes de l'autre diagonale S' et σ. Il sera fort aisé de concevoir comment la montée de cette poutrelle produit l'effet inverse. La cheville *q* rencontrant la branche *fg* la fait remonter, et fait engager de nouveau l'enchquetage *fda* (n°. 1) que le tasseau *t* avoit fait dégager. Les soupapes σ et S' se ferment; mais pendant ce temps le tasseau t^a va presser, par dessous, l'extrémité c^a de la branche $a\,c^a$ et fait dégager l'enchquetage f^a $d^a a$ que la descente de la cheville *v* avoit fait engager ; la lentille $s^a s^a$ exerce alors toute son action sur l'axe *f*, et lui faisant faire une portion de révolution, fait ouvrir les soupapes σ' et S. Les choses reviennent donc dans l'état où elles sont représentées par les fig. dont les n^{os}. se suivent depuis 231 jusqu'à 234. L'élévation générale, fig. (225), présente l'état de la machine qui a lieu lorsque la poutrelle *pp* est au point le plus bas de sa course, cas auquel les soupapes ouvertes sont σ et S'.

On voit, dans la même fig. (225), comment se produit le mouvement alternatif de montée et de descente de la poutrelle *pp*; elle tient, comme on voit, à une verge de fer mixtiligne *fe*, attachée, à charniere, au côté *cd* du parallélogramme *abcd*; nous verrons, dans la suite, que le point *e* décrit, dans sa course, une ligne qui est sensiblement droite et verticale. Ainsi la vapeur ne peut pas faire monter et descendre le piston du cylindre à vapeur, sans donner un mouvement semblable à la piece verticale *efpp*, et ce dernier mouvement reproduit le premier en

ouvrant et fermant les soupapes qui servent d'un côté à introduire la vapeur et de l'autre à la conduire au condenseur

Effort à vaincre pour lever les soupapes, outre leur poids; [illegible] de la vapeur

1391. Les soupapes qui se ferment sont également pressées, des deux côtés, par la vapeur; mais celles qui sont prêtes à s'ouvrir ne sont pressées qu'à la partie supérieure, et on a à surmonter, outre leur poids, l'action de la vapeur. Il est aisé, d'après la connoissance du rapport entre le diametre du piston du cylindre à vapeur et celui des soupapes, combiné avec les dimensions des pieces du régulateur, de calculer l'effet de la levée des soupapes sur le mouvement du piston. La conservation spontanée de ce mouvement paroit au premier coup-d'œil présenter quelque chose de paradoxal, d'après la théorie générale des machines, par la disproportion qui semble exister entre les produits des masses par les vitesses qui sont alternativement causes et effets Nous aurons occasion de revenir sur cet objet; il suffira, en attendant, d'observer que la rapidité prodigieuse de l'affluence de la vapeur, soit au condenseur, soit dans la partie vide du cylindre, entre pour beaucoup dans l'explication de cette difficulté.

1392. La fig (236) offre une élévation du régulateur sur la face opposée à l'élevation de la fig (238); la poutrelle pp se voit derriere les axes dans la premiere et devant ces axes dans la seconde; les charnieres $h\ h'$ sont aussi placées à droite du lecteur et à gauche dans l'autre, comme cela doit être La fig (235) offre un plan général du régulateur et des soupapes supérieures; on y voit les distances horizontales et l'arrangement des différentes pieces, la fig (237) offre les plans séparés de chaque axe et des pieces qui y tiennent Les projections des parties $k\,m\,n$, $k'\,m'\,n'$, etc ne se trouvent pas bien exactement dans ces plans, telles qu'elles devroient être, d'après les profils, fig (239), parcequ'on a voulu, dans ces profils, mettre toute la netteté possible pour l'explication, et éviter le croisement des lignes. On peut, au moyen de tous ces détails, suivre aisément les effets du régulateur dans les fig (225 et 231), et on aura, par la, l'intelligence complete de la maniere dont le mouvement de la machine à feu se produit et se conserve

Des qualités qui doit avoir un bon régulateur [illegible]

1393 Nous aurons occasion de revenir sur plusieurs recherches relatives au regulateur, mais en attendant, pour mettre le lecteur à portée de se rendre raison des motifs qui, parmi les différentes qu'on peut lui donner, ont determiné celle qu'on vient de décrire, il est à propos de poser, d'après M de Betancourt, quelques principes sur les conditions auxquelles doit être soumise,

mise, en général, la composition d'un régulateur; ces conditions sont :

1°. Qu'un très petit effort puisse vaincre l'effet de la vapeur sur la soupape, pour éviter les saccades qui ébranleroient la machine;

2°. Que les soupapes s'ouvrent promptement, afin que la vapeur puisse, sans perdre de temps, vaincre l'inertie des balanciers et des autres pieces qui en dependent;

3°. Que les soupapes se ferment lentement, afin que l'axe du balancier n'éprouve pas de chocs violents lorsque la vapeur doit agir en sens contraire;

4°. Qu'on puisse regler avec facilité l'ouverture des soupapes, pour que tous les mouvements se fassent avec l'accord convenable.

La 1re condition est remplie par le régulateur que représente la fig (239); car, lorsque les soupapes *s* et *S'* sont fermées, *fhk* et *fh*[3] *k*[3] étant dans une situation rectiligne, si l'encliquetage *fda* vient à se degager, le plus petit effort en *h'* doit faire mouvoir les charnieres *h* et *h*[2], et mettre les choses dans l'etat que représente le n°. 2, ou les soupapes *s* et S sont ouvertes.

La 2e l'est aussi, car les tasseaux *t* et *t*[3] font degager promptement les encliquetages, et donnent aux lentilles *s' s'* et *s'' s''* la faculte d'exercer aussitôt leur action. Cependant il y a une gradation dans le mouvement; des le premier instant, la vitesse de *h* est tres sensible et celle de *k* est encore nulle; elle s'accelere ensuite par gradation, mais tout cela s'opere dans un petit espace de temps.

La 3e l'est encore, puisque les chevilles *v* et *q* pressent sur les branches *f*[3] *g*[3] et *fg*, à une distance assez grande des centres de mouvement *f*[3] et *f* pour que le mouvement des charnieres *h*, *h*[2], *h*[3], *h*[4], soit doux et lent : or le mouvement des charnieres *k*, *k*[2], *k*[3], *k*[4], a encore plus de lenteur que celui des precedentes, et tout cela est combine de maniere que les soupapes parcourent un petit espace, pendant que les chevilles *v* et *q* en parcourent un beaucoup plus grand.

Pour satisfaire à la 4e condition, on fait, d'un côté, varier la place tant des tasseaux *t*, *t*[3], que des chevilles *v*, *q*, et de l'autre, on accourcit ou on allonge les tringles *h k*, *h*[2] *k*[2], *h*[3] *k*[3], *h*[4] *k*[4], au moyen des vis et des ecrous qu'on y voit représentés, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à regler le tout de la maniere qu'on desire.

1394. Nous avons dit qu'il y avoit une soupape *q*, fig (232),

Méchanisme au moyen duquel la machine conserve spontanément un mouvement uniforme et constant sans le secours d'aucun agent extérieur.

adaptée à l'ouverture par laquelle la vapeur se rend de l'espace QQ au condenseur R. Il est temps de parler de l'usage de cette soupape et du moyen qu'on a employé pour qu'elle soit plus ou moins rapprochée de l'orifice auquel elle s'adapte, suivant l'exigence des cas

On sait que le bon effet d'une machine dépend, en grande partie, de l'uniformité de son mouvement, et cette uniformité dépend elle-même de l'espece du moteur et de la maniere dont il est appliqué. Dans bien des circonstances, le moteur ne peut, par sa nature, produire qu'un mouvement varié; dans d'autres, cette variation résulte de la difficulté qu'on trouve à lui conserver toujours la même intensité d'action: ce dernier cas a lieu dans la machine à feu. Il est bien difficile, pour ne pas dire impossible, que le chauffeur regle toujours si parfaitement son feu, que la vapeur se trouve toujours au même degré de température; un homme imprudent ou mal adroit pourroit pousser la chaleur, de maniere à donner au balancier, au volant et aux autres pieces que la machine met en mouvement, une vitesse telle qu'il pourroit en résulter des accidents très graves: il faut donc que la machine porte avec elle un moyen spontané de modérer la vitesse ou de faire en sorte qu'elle n'aille pas au delà de certaines limites, quelle que soit l'action du feu.

L'expédient auquel on s'est principalement attaché pour remplir cette condition a été de ralentir plus ou moins la rapidité de la condensation; un tel expédient remplit évidemment son objet; car on conçoit aisément que si, lorsque la vapeur affluant de la chaudiere vient presser un des côtés du piston du cylindre à vapeur, la condensation ne se fait pas sur-le-champ de l'autre côté, il y aura une réaction qui contrebalancera, en tout ou en partie, l'action de la vapeur, pendant tout le temps que le vide tardera à se faire

On a deux procédés immédiats pour ralentir la condensation; l'un, dont nous avons parlé art. (1385), consiste à diminuer la quantité d'eau refrigérante introduite dans le condenseur, en fermant plus ou moins la soupape 2, 2, fig (232), au moyen de l'écrou 1, 1; l'autre, qui est préférable, se réduit à régler la quantité de vapeur qui va à la condensation, dans un temps donné, en fermant plus ou moins la soupape q, l'ouverture de la soupape 2, 2, restant toujours la même. Pour donner à ce second procédé toute la perfection désirable, on a imaginé un méchanisme tel que la soupape q s'ouvrît ou se fermât spontanément, suivant le besoin, par l'effet même de la machine et sans le se-

cours d'aucun agent étranger. Voici en quoi consiste ce méchanisme.

On voit en [16], fig. (231), une petite bache placée au dessus de la grande bache [6], [6], une pompe *rr* fixée au même lieu puise de l'eau dans l'espace [6], [6], pour la verser, comme on le voit dans la figure, dans l'espace [16]. La tige du piston de cette pompe est attachée en *l*, à la poutrelle *pp*, qui, comme on sait, est elle-même fixée au balancier et fait mouvoir les pieces du régulateur. La quantité d'eau versée dans l'espace [16], en un temps donné, sera donc proportionnelle au nombre d'oscillations faites par le balancier dans le même temps, et par conséquent à la vîtesse de la machine en général. On voit dans la bache une petite planche ou cloison inclinée qui sépare l'espace dans lequel tombe l'eau de la pompe de celui dans lequel nage la lentille, afin que l'eau renfermée dans ce dernier espace soit moins agitée. *aa* est une lentille creuse, de métal, qui flotte sur l'eau contenue en [16], à cette lentille est attaché un levier courbe *dcb* qui tourne autour de l'axe *c*; l'extrémité de la branche *cd* entre dans une entaille pratiquée à la queue de la soupape *q*, au moyen de quoi cette soupape s'éleve, lorsque la lentille *aa* s'abaisse, et réciproquement; *fgh* est un siphon qui traverse la lentille *aa*, dont une des extrémités plonge dans l'eau, en [16], et l'autre dans l'eau, en [6]. Ce siphon peut se fermer par un robinet en *k*, lequel robinet peut aussi être seulement employé à modérer la quantité d'eau qui s'écoule.

D'après cela, l'élévation de la surface supérieure de l'eau, en [16], sera constante ou variable selon que la quantité d'eau fournie par la pompe sera ou ne sera pas égale à la quantité d'eau enlevée par le siphon; l'écoulement de ce siphon est uniforme, puisque sa vitesse dépend de la pression de l'atmosphere que nous supposerons constante, les variations barométriques pouvant être négligées, ainsi c'est uniquement la plus ou moins grande fourniture de la pompe qui fera hausser ou baisser la lentille *aa* et par conséquent la soupape *q*. Lorsque la machine ira trop vîte, soit par une diminution de résistance, soit par une plus grande activité du chauffage, la pompe *rr* fournira plus d'eau que le siphon n'en enlevera, mais alors l'élévation de la lentille *aa* fera abaisser la soupape *q*, la condensation sera ralentie et de suite le mouvement de la machine: au contraire, si une augmentation de résistance exigeoit plus d'effort, le nombre des coups de piston de la pompe *rr*

diminueroit d'abord; mais alors l'eau baissant en [16], la soupape q s'ouvriroit davantage et accéléreroit la condensation. Ceci suppose cependant qu'avant l'augmentation de la résistance il y auroit eu une perte d'effet dans la machine, ce qu'il faut éviter en général. Il faut que dans l'état habituel les soupapes aient l'ouverture nécessaire pour produire tout l'effet possible, et on a vu (1385) que cette ouverture avoit des limites.

Ainsi, pour avoir un modérateur exact, il faut d'abord connoître le nombre d'oscillations que le balancier doit faire dans un temps donné; supposons qu'il en fasse 15 par minute, on aura une pompe et un siphon de dimensions telles que 15 coups de la pompe fournissent autant d'eau, par minute, que le siphon en enlèvera dans le même temps. La quantité primitive d'eau mise dans la bache [16] sera assez grande pour que la soupape q ait l'ouverture convenable, et alors on sera sûr que cette ouverture restera constamment la même, ou que, si elle éprouve une augmentation momentanée, elle reviendra promptement à son premier état.

Nous verrons, par la suite, d'autres moyens imaginés pour modérer la vitesse de la machine.

Pompe qui sert à alimenter la grande bache.

1395. On voit en [17], fig. (225, 231, etc.), la pompe qui sert à alimenter la grande bache [6], [6]; la tige du piston de cette pompe tient au balancier [13], [13], et est par conséquent mise en mouvement par la machine même: un ajutage à robinet est placé au bas et à droite de la bache [6], [6], pour faire écouler l'eau à mesure qu'elle entre à la partie supérieure. On conçoit que l'immersion des parties [9], [11], de la machine, qui sont échauffées par la vapeur, tend à faire hausser la température de l'eau de la bache, ce qu'il faut éviter autant qu'on peut, vu que cette eau étant celle qui sert à la condensation, il est nécessaire que sa température ne surpasse pas beaucoup celle du réservoir qui fournit la pompe [17], [17], et qu'en conséquence elle soit renouvelée à mesure qu'elle s'échauffe.

Moyens employés pour faire passer la machine du repos au mouvement.

1396. Nous avons supposé dans l'art. (1383) et les suivants que le mouvement de la machine étoit établi, et nous n'avons parlé que de la manière dont il se continuoit: il faut maintenant expliquer comment il est primitivement produit, c'est-à-dire comment on fait passer le piston du repos à l'action. Quoique cette explication semble devoir précéder les autres, nous l'avons mise à la suite, parcequ'elle se conçoit mieux lorsqu'on a l'ensemble des pièces de la machine plus présent à l'esprit.

On a vu dans la description du régulateur que les soupapes

S, S', σ, σ', fig. (322), s'ouvroient et se fermoient par la pression que les chevilles v et q, fig (239), exerçoient sur des leviers $f^2 g^2$, et fg. ces leviers ont à leurs extremités g^2 et g des poignées g^2, g, comme on voit dans les plans et les élevations du régulateur, au moyen desquelles ils peuvent faire fonction de manivelle, et dont on se sert pour ouvrir ou fermer, à bras d'homme et à volonte, les soupapes S, S', σ, σ'. Quant à la soupape q, fig. (232), elle s'ouvre et se ferme aisement avec le levier cb.

Outre les soupapes dont on vient de parler, il y en a une 6e à l'ouverture exterieure d'un tuyau $\rho^2 \rho^2$, fig (231), placée à l'extremité de l'espace [11], [11], et au dessous du corps de pompe [10]; ce tuyau s'appelle le *reniflar*. Lors donc qu'on veut mettre la machine en mouvement, ce qui exige qu'on commence par la vider d'air, on ouvre, fig (231 et 232), les quatre soupapes S, S', σ, σ', la soupape q du condenseur, celle du reniflar $\rho^2 \rho^2$, et on ferme la soupape 2, 2, du tuyau 3, 4, 5, qui introduit l'eau de la bache dans le condenseur. Cela fait on met l'eau de la chaudiere en ébullition; la vapeur, affluant en E^2, dilate, par sa chaleur, l'air contenu tant dans le cylindre que dans tous les espaces qui communiquent avec lui. cet air ainsi dilate, et qui, comme on le voit aisement, n'a d'autre issue exterieure que $\rho^2 \rho^2$, s'échappe par le reniflar en faisant ouvrir par la simple pression la soupape 6, 6, de l'espace [11].

Lorsqu'on juge que la machine est suffisamment purgée d'air, on ferme la soupape du reniflar, qui est chargée d'un poids capable de resister à la pression inferieure de la vapeur, laquelle agit alors sur les soupapes du piston 7, 7, 7, de la pompe à air, et de suite sur les soupapes 8, 8, et 9, 9, de la pompe [12] de reprise, fig (233).

Dans cet etat de choses, si le piston du cylindre à vapeur se trouve, comme dans la figure (231), au point le plus haut de sa course, on ferme, fig. (232), les soupapes σ et S, et la soupape 2, 2, du tuyau d'injection 3, 4, 5. Alors la communication de la chaudiere est établie seulement avec l'espace T et la partie supérieure du cylindre à vapeur, et elle est interceptée avec la partie inferieure du cylindre et toutes les autres parties intérieures de la machine, de plus l'injection ayant lieu dans le condenseur, le vide doit se former tant au dessous du piston du cylindre que dans tous les espaces qui y communiquent, et la machine se trouve dans la situation où on l'a supposée dans la description de son mouvement, art. (1383).

De la boîte à vapeur, ou à eau ... destinée à contenir la vapeur dans le cylindre.

1397. Il y a deux conditions essentielles à remplir pour l'effet de la machine, savoir ; 1°. que la vapeur conserve le plus possible la température qu'elle a au sortir de la chaudiere ; 2°. qu'il ne s'en échappe au dehors par aucune des parties de la machine. Nous verrons dans la suite les précautions qu'on prend pour remplir la premiere condition ; la deuxieme est remplie par le soin et la précision qu'on met à la construction et à l'assemblage des pieces. Cependant l'ouverture par laquelle la tige *tt* du piston [14] du cylindre à vapeur, fig (231), entre dans le cylindre, doit, quelque attention qu'on y ait mise, causer une petite déperdition de vapeur et un leger refroidissement dans la partie supérieure du cylindre. Pour parer à cet inconvénient on a imaginé de pratiquer au dessus du cylindre une boîte γγ, communiquant avec l'espace E', et par conséquent avec la chaudiere, au moyen du tuyau γ'γ', qui entretient en γγ une affluence continuelle de vapeur. Cette vapeur coërce celle du cylindre qui tendroit à s'échapper par en haut, et empêche tout refroidissement à l'orifice par ou entre la tige *tt'*, au moyen de quoi toute la vapeur contenue dans le cylindre conserve sa température et son ressort.

Les Anglois nomment la boîte γγ *steam-box*, c'est à dire *boîte à vapeur*, les ouvriers françois ont conservé la dénomination angloise.

Tuyau d'épreuve pour connoître la quantité de l'eau de la chaudiere.

1398. Nous avons dit, art. (1386), que l'eau de condensation étoit élevée à une hauteur suffisante pour pouvoir rentrer dans la chaudiere. On épargneroit un effort au moteur en n'élevant cette eau qu'à la hauteur nécessaire pour la sortir de la bache, dans laquelle il faut soigneusement éviter qu'elle ne tombe à cause de sa chaleur (1395), mais on se priveroit du grand avantage d'entretenir la chaudiere avec de l'eau qui a deja acquis un assez haut degré de température, et de faire ainsi une économie sur le combustible.

Nous avons dit, en outre, qu'un tuyau de dérivation empêchoit que la chaudiere ne reçut plus d'eau qu'il n'étoit nécessaire, et voici comment on connoît qu'elle en a la quantité suffisante, la fig. (228), qui représente une coupe de la partie inferieure de la chaudiere, fait voir, en outre, un tuyau *a' b' b'* qui paroît à l'exterieur, et qu'on voit en élevation, fig (230) ; la partie inférieure de ce tuyau plonge comme on voit dans l'eau de la chaudiere, et il communique, à sa partie supérieure, avec la vapeur : d'après cela, l'eau doit s'y introduire et s'y tenir au même niveau que dans la chaudiere ; et comme la

partie apparente de ce tuyau est en verre, on peut, à chaque instant, connoître la hauteur intérieure de l'eau.

1399. Il est très aisé d'adapter de la même maniere un thermometre qui fasse connoître, à l'exterieur, la temperature intérieure de l'eau; cette température donnera sa pression, au moyen de la table X. On pourroit au thermometre substituer un barometre dont le tube seroit apparent et dont la cuvette plongeroit dans la vapeur; la pression ainsi déterminée feroit connoître la température au moyen de la même table et du petit calcul indiqué dans la note de l'art. (1374).

Thermometre et barometre peuvent s'adapter à la chaudiere.

1400. Lorsqu'on veut arrêter la machine, soit pour cesser le travail, soit dans le cas de quelque accident, il faut donner issue à la vapeur qui se forme dans la chaudiere, et c'est à quoi est destinée la soupape f'', fig. (224, 229 et 230) : on leve cette soupape, à volonte, en tirant une chaîne $k^{\prime} k''$ qui passe sur une poulie et qui répond à des équerres à peu-près semblables à celles qu'on emploie pour les mouvements des sonnettes dans les appartements. Cette soupape est chargée de maniere que l'excès de son poids, plus celui de l'atmosphere, sur la pression inférieure de la vapeur, ne laisse pas un trop grand effort à faire à celui qui veut la lever.

Soupape de sûreté placée au-dessus de la chaudiere.

La soupape f'' se nomme *soupape de sûreté.*

1401. Nous pensons que tous les détails où nous sommes entrés depuis l'art. (1381) sont bien suffisants pour donner au lecteur une intelligence complete du jeu de la machine representee par la fig. (223) et les suivantes jusqu'a la fig. (239). Il n'est point encore question des dimensions respectives des pieces de cette machine, nous traiterons cet objet dans la suite, et il falloit d'abord connoître leur méchanisme et leur action réciproque. L'objet ultérieur de ce méchanisme est de donner au piston [14] du cylindre à vapeur [3] un mouvement alternatif de montée et de descente avec un effort et une vitesse capables de produire l'effet qu'on a en vue. Ce mouvement est communiqué au balancier [13], [13], par le moyen de la verge tt, fig. (225), et les oscillations de ce balancier peuvent donner, comme on le verra, tous les mouvements circulaires ou rectilignes dont on a besoin.

De la verge qui transmet au balancier l'action du piston [illegible]

Le premier objet de remarque dans la transmission du mouvement du piston au balancier est la substitution d'une verge inflexible tt à la chaîne KK des machines representées par les fig. (193 et 194) et décrites art. (1338) et suivants. Cette substitution tient à la principale perfection qui donne tant d'a-

vantage aux machines nouvelles sur les anciennes, et qui consiste à faire faire au piston le même effort en montant et en descendant : on voit que dans les fig. (193 et 194) le piston, en montant, ne produit aucun effet sur le balancier et qu'il faut même un contrepoids P pour rendre son ascension possible. Ce contrepoids augmente, en pure perte pour l'effet, les masses à mouvoir et l'inconvénient des ébranlements et des saccades. Mais ce n'est pas tout ; la machine, fig. (194), pour produire le même effet, dans un temps donné, que la machine, fig. (225), est obligée de faire un effort double, c'est-à-dire de faire, pendant la descente du piston, un effort égal à la somme de ceux qui sont faits pendant une descente et une montée du piston, fig. (225). On suppose que les dimensions du balancier, le nombre et l'amplitude des oscillations, sont les mêmes, et la proposition qu'on vient d'énoncer est une conséquence immédiate des principes établis depuis l'art. (487) jusqu'à l'art. (507). Or pour produire un pareil effort, il faut, à égale température de la vapeur, qu'elle agisse sur une surface double, et par conséquent que la section horizontale du piston et du cylindre à vapeur, fig. (194), soit double de celle des mêmes pièces, fig. (225). On voit quelle simplification doit résulter, dans la construction de cette dernière machine, de la diminution de ses dimensions et de la suppression des contrepoids ; on voit encore pourquoi il a fallu établir la communication du piston au balancier par une verge inflexible qui pût, indifféremment, transmettre un effort, soit en montant, soit en descendant.

Parallélogramme des- [illegible] verticale.

1402. Cependant l'emploi d'une verge inflexible tt laissoit une difficulté à résoudre, qui consistoit à lui donner un mouvement vertical ; cette difficulté se lève sans peine dans la machine de la fig. (194) ; car la chaîne que tient la tige du piston s'enroulant sur un arc de cercle KK, la direction de cette tige est toujours tangente à un cercle vertical, qui a pour centre le point fixe C et CP pour rayon. Voici le moyen, extrêmement ingénieux, par lequel on est parvenu à obtenir le même avantage dans la fig. (225).

Le parallélogramme $abdc$ tient au balancier par les points a et c, fixes par rapport à ce balancier ; mais les côtés de ce parallélogramme peuvent changer d'inclinaison, les uns par rapport aux autres, au moyen de ce que leurs extrémités sont assemblées à charnières, c'est à dire garnies de boîtes ou colliers qui embrassent des axes horizontaux, comme on le verra lors-

quo

que nous donnerons les détails particuliers de la construction de ce parallélogramme. Les axes en *a* et *c* sont dans un même plan avec le centre ou axe O de rotation du balancier.

De plus, l'angle *d* du parallélogramme est toujours retenu à une distance constante d'un point fixe *f*, au moyen de la verge de métal *f d* dont l'extrémité est également garnie d'une boîte ou collier qui embrasse l'axe passant en *d*.

Cela bien conçu, si on imagine que l'angle *b* soit poussé ou tiré dans une direction verticale, l'effort se décomposera suivant *b a* et *b d*, les points *a* et *c* décriront des arcs de cercle dont le point O sera le centre, et le point *d* décrira un arc de cercle qui aura *f d* pour rayon. Mais les courbes décrites par les points *a*, *c*, *d*, ne peuvent être ainsi fixes et déterminées, sans que le point *b* ne décrive aussi une courbe pareillement fixe et déterminée : or on conçoit aisément, à l'inspection de la figure, que lorsque le mouvement du balancier tend à écarter le point *b* de la verticale dans un sens, l'effet de la rotation de *d* autour de *f* est d'écarter *b* de la verticale dans le sens contraire, et que ces deux effets peuvent se combiner de telle manière que la courbe décrite par le point *b* diffère si peu d'une ligne droite verticale, que dans la pratique on puisse la considérer comme telle. Il n'est pas encore temps de donner les calculs qui déterminent plus précisément le mouvement du point *b*, et nous nous contenterons, quant à présent, d'indiquer le moyen.

1403. Nous avons vu, art. (1390), que la poutrelle qui fait mouvoir le régulateur étoit suspendue au milieu du côté *d c* du parallélogramme, et en effet les différentes parties des côtés de ce parallélogramme participent plus ou moins de la propriété énoncée dans l'article précédent, et peuvent par conséquent être employées à remplir un objet analogue d'après le degré de précision dont on a besoin, c'est ce que le calcul indiquera. Suspension de la poutrelle du régulateur.

1404. L'axe de rotation du balancier de la machine, fig. (194), n'est jamais pressé que de haut en bas, puisque le piston ne fait effort qu'en descendant : il n'en est pas de même de l'axe du balancier de la machine, fig. (225); le double effet de cette machine tend alternativement à soulever l'axe et à le comprimer contre ses appuis, et cette circonstance exige des précautions particulieres, telles que l'axe ne soit jamais dérangé de sa place. On voit en [18], [18], fig. (225), l'armature employée pour remplir cette condition : nous ne nous y Axe du balancier

arrêtons pas en ce moment, parcequ'elle sera, dans la suite, dessinée et décrite plus en détail.

De volant et de la mouche.

1405 Enfin on voit en [19], [19], le *volant* dont nous avons parlé art. (1350), et l'engrenage [20], [20], au moyen duquel le balancier fait mouvoir le volant, cet engrenage est connu sous le nom de *mouche* · nous reviendrons sur ces objets.

Il est bien aisé de concevoir comment l'axe du volant peut donner le mouvement, non seulement à une roue verticale, mais encore à une roue d'une inclinaison quelconque. Le mouvement horizontal, par exemple, peut se produire, ou par une roue verticale portant des dents ou des alluchons perpendiculaires à son plan qui s'engrenent dans une lanterne, ou par deux roues, l'une verticale, l'autre horizontale, à engrenages obliques. Ainsi toutes les especes de mouvement de rotation peuvent s'obtenir par le mouvement oscillatoire du balancier, et sont conservés et rendus uniformes par le mouvement acquis du volant

Filet d'eau qui coule sur les tourillons de l'axe du volant.

Les tourillons qui forment l'extrémité de l'axe horizontal du volant exerçant une pression considerable sur les boîtes dans lesquelles ils tournent, il est d'usage d'adapter à la machine une petite pompe, qui conduit un filet d'eau sur chaque tourillon, afin de rafraîchir continuellement les deux métaux qui frottent l'un sur l'autre. On n'a pas représenté cette petite pompe dans le dessin ; son ajustement est si simple que le constructeur le plus ordinaire le devinera tres aisément.

Description d'une seconde machine a feu a double effet.

Motifs de la description de cette seconde machine.

1406. La machine que nous avons decrite dans le chapitre précedent se rapporte à des choses exécutées, et sous ce point de vue il étoit intéressant de la connoître : on en a exécuté d'autres sur le principe de celle que nous allons décrire qui contient plusieurs changements dont l'objet est de perfectionner le mechanisme précédent. Les principaux de ces changements sont la forme de la chaudiere, le mechanisme du moderateur, la disposition des soupapes qui établissent la communication entre la chaudiere le cylindre et le condenseur, enfin la maniere de communiquer l'action du moteur à la resistance : au reste ceux qui auront lu et bien compris la description précedente concevront celle-ci avec la plus grande facilite.

1407. Les fig. (240, 241) représentent le plan général et l'élévation de toute la machine. La fig (242) est une section faite sur la ligne AB du plan, et la fig (243) est une section particuliere de la chaudiere et de la cheminée faite sur la ligne CD du plan ; la fig. (247) montre le plan du massif sur lequel est établie la chaudiere et celui de la bache. On voit, dans les deux coupes, la chaudiere [1] établie solidement dans un massif *μμμμ* qui ne laisse à découvert que sa calotte superieure, au haut de laquelle est un regard R pour penétrer dans l'intérieur : le tuyau à robinet *rr* sert à vider la chaudiere

Chaudiere, fourneau, cheminée, courant d'air pour la combustion

Une rampe *δδ*, fig (243), creusée derriere la cheminée, conduit à une voûte en berceau $z'z''$, interrompue par la chambre $z''z'''$ pratiquée au dessous de la cheminée, et terminée par le cendrier *zz* placé au dessous de la grille *qq*; au haut de la chambre $z''z''$ est une plaque de fer qui ferme la partie inferieure de la cheminée, et qui s'ôte à volonté lorsque cela est nécessaire.

La matiere combustible se jette, par l'ouverture *vv*, sur la grille *qq*, et la flamme se répand dans l'espace *ww*, fig (242, 243 et 247); le dessous de la chaudiere, qui couvre cet espace, a la forme d'une calotte ou d'une voûte tant pour résister à la pression superieure de l'eau que pour favoriser l'action du feu

Une porte de fer, qui bouche l'ouverture *vv*, est toujours fermée, excepté quand on jette du charbon D'après cela, la fumée qui se forme dans l'espace *ww* n'a d'autre issue que le canal *g, g, g, g*, qui serpente autour de la chaudiere, comme on le voit particuliérement dans la fig. (247), et qui aboutit à la cheminée K, par ce moyen, tout le contour de la chaudiere est échauffé en même temps.

On conçoit, d'après la disposition des parties $z''z''$ et *zz*, que pendant la combustion du charbon, l'ouverture *vv* étant fermée, il doit y avoir un courant d'air par la voûte $z''z''$, le cendrier *zz* et la grille *qq*, qui sert à entretenir l'activité du feu et à déterminer la marche de la fumée par le canal qui la conduit à la cheminée.

1408 La chaudiere n'admet point la flamme dans le sein de l'eau, au moyen d'un canal qui la traverse, comme dans la machine décrite précédemment, mais il faut observer que la chaudiere de cette machine avoit une forme différente de celle représentée par la fig (243), et qui rendoit cette précaution nécessaire On voit par le plan, fig. (247), et le profil, fig. (243), que la paroi de l'espace [1] est une surface de révolution, et que la

Forme de la chaudiere comparée avec celle de la premiere machine

H ij

chaleur appliquée au pourtour a par-tout une égale tendance à pénétrer au centre, propriété que n'admet point la forme oblongue représentée par les fig. (226 et 227).

De la marche de la vapeur dans la machine et des effets des soupapes qui établissent ou interceptent la communication dans les différentes parties.

1409 La vapeur qui se forme dans la chaudiere [1], fig. (241 et 242), s'introduit dans le tuyau *ffff*, d'où elle se rend dans l'espace T, pour passer ensuite dans le cylindre, et de là au condenseur: cet espace T ayant ainsi une communication continuelle avec la chaudiere, considérons le, un moment, comme un magasin inépuisable de vapeur produite par une cause quelconque, et voyons comment elle est appliquée au mouvement de la machine.

La fig. (244) est un profil pris sur la ligne *a'b'* des fig. (240 et 242), qui représente toutes les parties servant à la communication de la vapeur. On y a ponctué l'orifice extrême du tuyau *ffff*, par où la vapeur afflue dans l'espace TTTT, où, comme on vient de le dire, elle se renouvelle sans cesse.

Cet espace TTTT est fermé par deux soupapes S et S' qui servent soit à intercepter soit à établir sa communication avec les parties inférieure ou supérieure du cylindre (*). En effet, on voit au-dessous de la soupape S l'ouverture V, qui aboutit à la partie inférieure du cylindre, et au-dessous de la soupape S' l'ouverture V', qui aboutit à la partie supérieure. Ces ouvertures se voient en VV et V'V', fig. (242), en observant qu'on a usé dans cette figure de l'expédient indiqué art. (1381), qui consiste à présenter, dans un même dessin, des sections faites sur des plans plus ou moins éloignés: on reconnoîtra aisément, en comparant la fig. (242) avec les plans et élévations, que la section VVTTT est en avant de la section [2] faite sur l'axe du cylindre, et que l'ouverture V'V' doit paroître en arriere de cette même section [2]. Les soupapes σ et σ' servent à ouvrir ou à fermer le passage du cylindre au condenseur: on voit que l'espace QQ se trouve immédiatement au-dessous de la soupape σ et n'est séparé de la soupape σ' que par l'espace T'T'T', qui est entierement libre: or QQ communique avec le canal vertical *k* dans lequel se fait une injection continuelle d'eau froide, qui tombe dans l'espace cylindrique [4].

D'après cela, dans l'état que présente la fig. (244), la soupape S', qui introduit la vapeur à la partie supérieure du cylindre, est ouverte et la soupape σ' est fermée; (voyez la fig. 242,

---

(*) Voyez ce qu'on entend par partie supérieure ou inférieure du cylindre, à la note 3me de l'art. (1383).

à côté de laquelle on a mis un petit profil des soupapes supérieures). La vapeur n'a encore aucune issue du côté T′TT, car la soupape S est fermée, et les cloisons qui sont à droite des soupapes S et σ n'ont aucune ouverture, ainsi toute la vapeur renfermée dans l'espace T T T n'a d'autre issue que l'ouverture V′, par laquelle elle va, fig. (242), presser le dessus du piston qu'on suppose au point le plus haut de sa course; l'effet contraire a lieu au dessous de ce piston, car la soupape σ étant ouverte, toute la vapeur qui peut être au bas du cylindre afflue dans l'espace QQ et ne peut point affluer ailleurs, la soupape S étant fermée et toute communication avec T′T′T étant d'ailleurs interceptée. Cette vapeur se rend dans l'espace *h* ou elle est aussitôt condensée par l'injection d'eau froide qui y a lieu : le vide(*) s'opère donc nécessairement à la partie inférieure du cylindre; et rien ne s'opposant à la pression de la vapeur introduite à la partie supérieure, le piston doit s'abaisser.

Lorsque ce piston est parvenu au point le plus bas de sa course, les soupapes σ et S′ se ferment, et les soupapes S et σ' s'ouvrent: alors il se produit un effet inverse du précédent, la vapeur logée au dessus du piston trouvant la communication interceptée en S′ et la soupape σ' ouverte, afflue dans l'espace T′T′T, de là dans l'espace QQ, et enfin au condenseur, le vide se fait à la partie supérieure du cylindre. Dans le même temps, la vapeur qui afflue dans l'espace TTTT, trouvant la soupape S ouverte et la soupape σ fermée, ne peut point aller plus avant et n'a d'autre issue que l'ouverture V, par laquelle elle va, dans le cylindre, presser le dessous du piston, et, comme le vide est fait au-dessus, rien ne s'oppose à son action, et le piston remonte.

Le piston étant parvenu au point le plus haut de sa course, les soupapes S et σ' se ferment et les soupapes σ et S′ s'ouvrent; la vapeur inférieure se condense, la vapeur supérieure presse, le piston redescend, et ainsi de suite.

Le jeu alternatif de toutes ces soupapes se fixera aisément dans la mémoire, par une méthode pareille à celle employée, art. (1384). Il faut concevoir que l'intérieur du cylindre à vapeur [2] est divisé en deux parties variables par le piston de ce cylindre; la chambre V sert d'issue à la partie inférieure, et la chambre V′ à la partie supérieure; chacune de ces chambres a

Méthode pour classer dans la mémoire le jeu de ces soupapes.

(*) Voyez ce que nous entendons ici par le mot *vide*, à la note de l'art. (1358).

deux portes fermées par les soupapes qui leur correspondent, chaque porte ou soupape supérieure établit la communication avec la chaudiere, et chaque porte ou soupape inférieure établit la communication avec le condenseur; ensuite la porte supérieure d'une des chambres V ou V' étant ouverte, la porte inférieure de l'autre chambre est ouverte en même temps; et réciproquement, les deux autres portes étant fermées.

Avantage de la seconde machine sur la premiere dans la disposition des soupapes.

1410. Il est à propos, avant d'aller plus loin, de faire remarquer un avantage de la disposition des soupapes que nous venons de décrire sur celle de la machine décrite dans le chapitre précédent. La fig. (232) représente l'état de cette machine à l'instant où la vapeur de la partie inférieure du cylindre à vapeur se condense; mais il faut bien observer que la condensation a lieu, non seulement pour la vapeur enfermée dans le cylindre dont le ressort a fait monter le piston, mais encore pour celle contenue dans l'espace T', qui est consumée en pure perte, n'ayant point servi à l'effet utile de la machine. Pareillement, lorsque la vapeur de la partie supérieure du cylindre se condensera, on perdra, en outre, toute celle contenue dans l'espace T, qui n'aura point contribué à la descente du piston.

Un pareil déchet n'a point lieu dans la disposition représentée par la fig. (244), et cet avantage résulte du rapprochement des soupapes S, σ, et S', σ'. En effet, dans le cas de la fig. (244), la vapeur qui est au-dessous du piston du cylindre se condense; mais comme l'espace TTT n'a plus de communication avec le cylindre parceque la soupape S est fermée, il ne se perd rien de la vapeur renfermée dans cet espace, ce qui n'auroit pas lieu si la soupape S étoit au haut de l'espace TTT. Lorsqu'en suite les soupapes σ et S' se fermeront, et que les soupapes S et σ' s'ouvriront, il n'y aura pareillement que la vapeur de la partie supérieure du cylindre qui se condensera; car, lorsqu'elle a afflué dans cette partie supérieure, il n'en est point entré dans l'espace T'T'T', la soupape fermée σ' l'ayant empêchée d'y descendre, et le vide s'étant établi dans cet espace. Cette propriété n'existeroit point si la soupape σ' étoit au bas de l'espace TTT, qui se rempliroit de vapeur en même temps que la partie supérieure du cylindre.

Ainsi à chaque montée et descente du piston on économise une quantité de vapeur égale en volume aux espaces TTT et T'T'T', et par conséquent le combustible nécessaire pour la produire. Il est hors de doute que cette économie doit à la longue

produire une diminution sensible sur la consommation de charbon.

Il est vrai que cette disposition exige deux boîtes de plus, parceque les soupapes employées de chaque côté aux mêmes fonctions ne sont plus de niveau et que chacune exige une boîte; mais c'est une dépense de premiere construction qui n'est pas bien considérable; nous donnerons même, dans la suite, des moyens de simplifier l'appareil de la fig. (244).

1411. On voit au-dessous de la soupape q, fig. (242 et 244), le tuyau d'injection xxx dont une extrémité est plongée dans la bache [5] et l'autre enfermée dans le condenseur, sa soupape n se ferme, plus ou moins, par le moyen de l'écrou m, ainsi qu'on l'a vu art. (1385) auquel on peut recourir pour tout ce qui concerne le tuyau d'injection, celui de la machine, fig. (242), n'ayant aucune particularité qui le distingue essentiellement de celui de la machine, fig. (231 et 232). Tuyau et soupape d'injection pour condenser la vapeur.

1412. L'eau de condensation, qui tombe dans l'espace [4], est enlevée par des moyens semblables à ceux décrits, art. (1386): on voit, fig. (242), le tuyau uu qui établit la communication entre l'espace [4] et le corps de pompe [6], la soupape u' s'ouvre lors de l'aspiration et se ferme lorsque le piston II s'abaisse. La fig. (245) représente une coupe de la pompe [6] et de la pompe de renvoi; l'eau d'injection, élevée par le piston II dans l'espace $\beta\beta$, est ensuite aspirée par le piston II', au dessus de la soupape γ, et enfin élevée jusqu'au tuyau *nourricier* $d^3d^3d^3$, fig. (241 et 242), qui la conduit au tuyau vertical d^3d^3 dont l'extrémité inférieure plonge dans la chaudiere; un tuyau de dérivation est placé en f^3f^3. Mécanisme pour enlever l'eau provenant de la condensation.

Le lecteur reviendra sur les art. (1385, 86, 87 et 1398), s'il n'a pas bien présent à la mémoire ce qui est relatif à l'enlèvement de l'eau d'injection, à son versement dans la chaudiere, et aux motifs qui font choisir cette eau de préférence pour renouveler l'eau que la chaudiere perd par l'évaporation.

Passons au régulateur.

1413. Nous avons vu, art. (1388), les principes sur lesquels étoit établi le mécanisme qui sert à faire ouvrir et fermer, alternativement, les soupapes destinées à faire passer la vapeur dans le cylindre et au condenseur: l'art. (1389) renferme les applications de ces principes à la machine décrite dans le chapitre précédent, enfin on a vu, art. (1393), que le mécanisme qui en résulte remplit les conditions qu'on doit se proposer dans Mécanisme et jeu du régulateur.

la construction d'un bon régulateur. La machine que nous décrivons va fournir une seconde application de la même méthode, ce qu'on appercevra aisément à l'inspection des fig (250, 251, 252 et 253).

Lorsqu'en comparant le profil, fig. (250), avec l'élévation, fig. (252), et les plans, fig (251 et 253), on se sera mis au fait de la distribution des différentes pieces sur les axes, il faudra comparer le tout avec la fig. (242), afin de voir la correspondance de l'encliquetage avec le jeu des soupapes, nous allons entrer dans quelques détails pour faciliter ces divers rapprochements.

On sait (1388 et 1389) que les axes ρ' et ρ'' peuvent avoir un mouvement de rotation, et que toutes les pieces qu'ils supportent, étant fixées sur ces mêmes axes, ont le mouvement de rotation commun avec eux; on sait encore qu'il n'en est pas de même de l'axe ρ, qui est immobile, mais que les pieces qu'il supporte, l'embrassant à frottement doux, tournent autour de lui d'une maniere respectivement indépendante. Cela posé, on voit, en rapprochant la fig. (250) de la fig (242), et plaçant mentalement le petit profil qui est à gauche de cette figure derriere la partie supérieure de l'espace TTT, on voit, disons-nous, que les tringles hq et $h'q'$ sont destinées à faire ouvrir et fermer les soupapes σ' et S et que les tringles h^2q^2 h^3q^3 ont la même fonction à l'égard des soupapes S' et σ; les leviers recourbés au moyen desquels ces tringles font lever et baisser les soupapes sont indiqués dans la figure, et on les a déja vus dans la fig (239).

Dans l'état que représente la fig (250), les soupapes σ et S', correspondantes aux tringles h^3q^3 et hq, sont fermées; elles sont maintenues dans cette position par les pieces $bb'b'$ et $y'y'$ qui forment un encliquetage. Le poids ou lentille b'' tend à presser horizontalement l'entaille placée en b' contre la piece ou cliquet $y'y'$; une lentille n, qui tend à faire remonter l'extrémité y', la fait, de son côté, presser de bas en haut contre l'entaille b', au moyen de quoi l'encliquetage est parfaitement sûr.

Quant aux soupapes σ et S', elles sont ouvertes et maintenues dans cette position par la pesanteur de la lentille n'. On conçoit, en effet, que ces soupapes ne pourroient se fermer sans que les articulations h^2 et h^3 ne tournassent autour de l'axe ρ'', afin de lâcher les tringles h^2q^2, h^3q^3, de la quantité nécessaire pour opérer leur abaissement : mais ce mouvement ne peut avoir lieu sans que la lentille n' ne tourne aussi et ne s'éleve, or elle est assez pesante pour ne point s'élever sans y être sollicitée par un moteur étranger aux pieces qui tiennent à l'axe.

Qu'on

Qu'on suppose maintenant que la poutrelle $\delta\delta$, attachée au balancier et parvenue au point le plus haut de sa course, redescende, la cheville x' viendra appuyer sur le levier $\rho'' g'$, et faisant tourner l'axe ρ'', fera tourner en même temps toutes les pieces qui y sont attachées; le cliquet $\rho'' \gamma$ viendra donc s'engager dans l'entaille a' de la piece $a \rho a'$, qui, comme on sait, tourne librement sur l'axe ρ, le centre de gravité de cette piece se trouvant à gauche de l'axe ρ, elle tend toujours à presser du même côté, et fait par son propre poids, contre l'extrémité γ, l'effet que la lentille b'' produit à la jonction $\gamma' b'$; ensuite le contre poids $\rho'' n'$ étant devenu horizontal, ou à-peu près, produit une pression dans le sens $a'\rho$, qui, jointe à celle dans le sens $\gamma\rho''$, assure la solidité de l'encliquetage. Les soupapes σ et S qui étoient ouvertes se trouvent alors fermées, car les articulations h^3, h'', tournant avec toutes les pieces de l'axe ρ'', arrivent au point où les lignes angulaires $\rho'' h^3 q^3$, $\rho'' h'' q'$, deviennent des lignes droites, position à laquelle les tringles acquierent assez de jeu pour que les soupapes soient entièrement abaissées.

Dans le même temps le tasseau o' atteint l'extrémité b de la branche ρb et la force de s'abaisser; aussitôt la lentille b' s'éleve et l'encliquetage $\rho' \gamma' b'$ se lâche; le contre-poids $\rho' n$ s'abaisse alors, fait tourner les articulations h et h', ouvrir les soupapes S et σ', et les pieces de l'axe inferieur prennent une position semblable à celle que viennent de quitter les pieces de l'axe supérieur; elles s'y maintiennent par l'effet du contre-poids $\rho' n$. La poutrelle $\delta\delta$ commençant à s'élever lorsque l'encliquetage $\rho' \gamma' b'$ est lâché, la branche $\rho b'$ vient, par l'effet du contre-poids b'', s'appuyer contre la branche $\rho' \gamma'$, de la même maniere qu'on voit, dans la figure, $\rho a'$ s'appuyer contre $\rho'' \gamma$.

Les choses restent dans cet état jusqu'à ce que la poutrelle $\delta\delta$ soit remontée à la hauteur nécessaire pour que la cheville x atteigne le levier $\rho' g$ · la pression qu'elle exerce contre ce levier fait rengager l'encliquetage et le remet, ainsi que les soupapes σ' et S, dans la position de la figure, en même temps le tasseau o vient presser l'extrémité a du levier ρa, fait dégager l'encliquetage $\rho'' \gamma a'$, qu'il remet pareillement ainsi que les soupapes σ et S' dans la position de la fig (242). On voit par là comment la montée et la descente successives de la poutrelle $\delta\delta$ font fermer et ouvrir alternativement les soupapes σ', S; σ, S'.

La poutrelle $\delta\delta$ tient, fig.(241), au balancier mû par l'action immédiate du cylindre à vapeur; ce qui acheve d'expliquer

l'influence réciproque du régulateur sur le mouvement du piston et du mouvement du piston sur le régulateur : on conçoit donc comment, en continuant seulement d'entretenir le feu, le mouvement de la machine se continuera spontanément et sans le secours d'aucun agent étranger.

Contre-poids substitués au régulateur, aux lentilles qui en font l'effet dans la première machine.

1414. On a pu remarquer que dans le régulateur que nous venons de décrire nous avons substitué des contre-poids n et n' aux lentilles S''S''', S''' S', de la fig. (239), l'un et l'autre de ces moyens a été mis en pratique. Celui de la fig. (250) paroît avoir sur celui de la fig. (239) le désavantage de s'abaisser rapidement et de causer des saccades: cependant nous avons observé que dans certaines machines, où l'on avoit employé le méchanisme fig. (239), la forme des pieces S'S''', S'' S', étoit telle, qu'on ne profitoit nullement de la courbure dont leur partie inférieure est susceptible, et qu'il ne paroissoit pas que cette omission entraînât d'inconvénient sensible.

Méchanisme, usage et calcul du modérateur destiné à régler la vitesse de la machine.

1415. La soupape q, fig (242 et 244), placée au dessus de l'orifice qui fait communiquer l'espace QQ avec l'espace k dans lequel jaillit l'eau d'injection, doit s'élever ou s'abaisser plus ou moins, selon la rapidité avec laquelle on veut que s'opere la condensation. Nous avons parlé (1385) de la nécessité de pouvoir modérer la vitesse de la machine dans certaines circonstances; le méchanisme employé ici pour produire cet effet est différent de celui adapté, pour le même objet, à la machine décrite dans le chapitre précédent; voici en quoi il consiste.

La fig (246) représente l'élevation latérale de la partie inférieure des pieces [3], [3], fig (241), où se trouve la soupape q qui est ponctuée, fig (246); une cheville ou arrêt z fixée à la tige de cette soupape porte sur un levier wz', dont l'axe est en w, et comme la distance wz est petite par rapport à wz', un mouvement très sensible en z' n'en produit qu'un fort petit en z: une chaîne ou corde verticale $z't$ s'enroule sur une poulie ou un cylindre dont l'axe répond au centre d'un cadran extérieur, et porte un index qui peut répondre à différentes divisions de ce cadran : d'après cela, on conçoit qu'en tournant l'index à droite ou à gauche, on fait hausser ou baisser le point z' et par conséquent la soupape q; ce qui satisfait aux conditions demandées.

L'index t muni de son cadran fait l'effet d'un micrometre au moyen duquel on peut faire mouvoir la soupape q d'une quantité aussi petite qu'on veut, quantité qu'il est facile d'évaluer; car soit $a=wz$; $b=wz'$; $k=$ la longueur de la circonférence

sur laquelle s'enroule l'extrémité supérieure de $z't$; n = le nombre entier ou fractionnaire de tours faits par l'index; h = l'élévation de la soupape correspondante à la marche n de l'index;

on a $$h = \tfrac{e}{2}kn.$$

Si le cadran est supposé divisé en un nombre q de parties et qu'on nomme q' le nombre des divisions parcourues par l'index, on aura $n = \frac{q'}{q}$, et l'équation précédente se changera

en $$h = \tfrac{e}{2}\cdot\tfrac{q'}{q}\cdot k.$$

1416. Le modérateur que nous venons de décrire fournit le moyen de faire varier à volonté la vitesse du piston, le feu restant le même, depuis zéro jusqu'à la limite indiquée art. (1385); mais il exige le secours d'un agent extérieur et étranger à la machine, et n'a pas, comme celui décrit art. (1394), l'avantage de conserver spontanément l'uniformité du mouvement. Nous avons néanmoins voulu le faire connoître, afin de varier les procédés et parceque dans bien des cas il est susceptible d'une application utile: les constructeurs pourront, selon les circonstances, opter entre l'un et l'autre. Nous parlerons dans la suite de quelques autres expédients employés pour parvenir au même but. *Comparaison de ce modérateur avec celui de la première machine.*

1417. La machine que nous décrivons diffère encore de celle décrite dans le chapitre précédent dans une partie importante, savoir la communication de l'effort du moteur à la résistance. La tige cc', fig. (241) du piston du cylindre à vapeur devant, d'après la propriété fondamentale du méchanisme qui la fait mouvoir, faire effort en montant et en descendant, il est nécessaire, comme ci-devant, qu'elle soit entièrement rigide et que son extrémité supérieure se meuve dans une ligne droite verticale. Voici comment on a rempli cette dernière condition sans employer le parallélogramme de la fig. (225.) *Du moyen employé pour assurer la verticalité du mouvement du piston du cylindre à vapeur.*

Deux pieces de bois ab, dO, tournent autour des points ou centres a et O; leurs autres extrémités b et d sont assujetties l'une à l'autre par la piece de fer $bc'd$, avec des articulations en b et en d. Les longueurs ab et dO, de centre en centre des tourillons, sont égales, la somme $ab + dO$ de ces longueurs est égale à la distance du point a au point O projetée sur l'horizon, ou mesurée horizontalement, en sorte que lorsque ab et dO sont de niveau, la ligne droite passant par d et b est verticale; et comme la longueur de la piece bd, de centre en centre des

tourillons, est égale à la différence de niveau des points a et O, bd devient verticale en même temps que ab et dO deviennent horizontales.

Au moyen de cette disposition, si les points b et d ne décrivent pas des arcs d'un grand nombre de degrés, au-dessus et au-dessous des horizontales passant respectivement par les points a et O, le milieu c' de bd parcourra sensiblement une ligne droite verticale. En effet, tant que b et d s'éloignent peu de l'horizontale, les rayons ab et dO étant de même longueur, le point b s'élève ou s'abaisse, par rapport au point a, sensiblement de la même quantité dont le point d s'élève ou s'abaisse par rapport au point O; d'où il suit que les arcs décrits par les points b et d peuvent, dans ce cas, être censés égaux. Cette hypothese admise, les points b et d doivent toujours être à la même distance d'une verticale dont les points O et a seroient eux-mêmes également éloignés; donc si c' est placé au milieu de bd, il doit se trouver continuellement dans la verticale dont nous venons de parler. Cette verticale passant par l'axe commun du cylindre à vapeur [2] et de la tige cc' de son piston, il ne s'agit que de placer un axe horizontal au sommet c' de la tige qui tourne dans un collier pratiqué au milieu de bd, et on aura rempli la condition proposée : nous traiterons bientôt, art. (1478 et suivants), avec plus de détail, la partie géométrique du problême.

Comparaison de ce moyen avec le moyen analogue employé dans la pompe en machine.

1418. Le procédé que nous venons de décrire paroîtra sûrement à bien des lecteurs avoir plus de simplicité et d'élégance que celui dont il a été question art. (1402), nous observerons cependant qu'il exige un balancier dO et un contre-balancier ab, et par conséquent deux axes de rotation a et O : il est vrai que ces axes n'ont pas besoin d'être construits avec la même solidité que l'axe unique de la fig. (225), parcequ'ici l'effet de la pression, des chocs et des saccades, se diminue en se portant sur deux points. Passons à l'effet de ces balanciers.

Pieces que le balancier et le contre-balancier mettent en mouvement.

1419. La piece ab porte deux secteurs kk'; on ne voit dans l'élévation de la machine que celui de devant, qui cache l'autre, et auquel est attachée une chaîne qui porte le piston de la pompe à air [6]. Le secteur de derriere porte le piston de la pompe de renvoi $\pi\pi$ qui éleve dans le tuyau $d'd'$ l'eau d'injection aspirée dans la pompe à air.

Le balancier $df'f$ est composé de deux pieces dO, $f'f$, assemblées à angle droit et maintenues par des tirants de fer ef, $e'f'$. Des articulations placées en f et f' lient la piece ff' aux verges

fg, $f'h$, en continuation desquelles sont des chaînes $gg'g''$, $hh'h''$, qui s'enroulent sur des poulies P et P' et qui supportent les pistons de deux pompes HH, GGG'G' On voit aisément comment la vapeur, faisant alternativement monter et descendre le piston du cylindre à vapeur [2], poussant et tirant verticalement la tige cc', doit communiquer au balancier et au contre balancier un mouvement qui fait marcher les pistons des pompes [6], $\pi\pi$, HH et GGG'G'.

Comment on pourroit adapter un volant à la seconde machine de la pompe qui en produit l'effet utile.

1420. Si on vouloit faire produire à la machine le mouvement de rotation et y adapter un volant, il faudoit prolonger le balancier ou plutôt le demi-balancier dO afin d'avoir une seconde branche à droite de la premiere, à l'extrémité de laquelle on adapteroit l'equipage nécessaire pour produire l'effet desiré: la pompe HH est celle qui fournit l'eau à la bache [5]; on voit, fig. (247), le tuyau H'H'H' qui communique de l'un à l'autre; un tuyau à robinet, placé à la partie inférieure de la bache, sert à la vider; on voit ce tuyau derriere la pompe à air, fig. (247). Voyez à cet égard ce qui a été dit art. (1395).

La pompe GGG'G', fig (241 et 242), est celle qu'on suppose produire l'effet utile de la machine laquelle est censée destinée à élever l'eau du puisard NNN, soit pour un dessèchement, soit pour un autre objet d'utilité.

La pompe HH se rapporte immédiatement à celle représentée par la fig (149), et dont le jeu est décrit art. (663); quant à la pompe GG, son piston, en montant, eleve l'eau, par aspiration, au dessus de la soupape qui ferme la partie supérieure du tuyau d'aspiration, et en même temps refoule l'eau précédemment aspirée dans le tuyau montant G G' Lorsque ce même piston redescend, sa soupape s'ouvre pour donner passage à l'eau qu'il vient d'aspirer, laquelle vient prendre la place de l'eau refoulée, et ainsi de suite, tout cela doit être entendu à la simple inspection de la figure par ceux qui ont lu avec tant soit peu d'attention le chapitre de la premiere partie de cet ouvrage qui traite des machines à élever l'eau, art. (645 et suivants).

Considérations et explications sur la maniere dont cet effet se produit, et solution de quelques difficultés.

1421 Lorsque le piston du cylindre à vapeur s'éleve, les pistons des pompes HH, [6], et $\pi\pi$, s'elevent en même temps, le piston de la pompe GG s'abaisse par son propre poids, et l'eau que la machine est destinée à monter n'est portée du puisard au réservoir supérieur que lors de la descente du piston du cylindre à vapeur. Il sembleroit, d'après cela, que, déduction faite des frottements et autres obstacles à ranger dans la

même classe, la moitié du surplus de l'action du moteur est employée à élever l'eau, destinée uniquement à l'entretien du mouvement de la machine: mais il n'en est pas ainsi. Observons que, lorsque le piston du cylindre à vapeur monte, il enleve, outre l'eau dont on vient de parler, une partie du poids du balancier et contre-balancier, plus tout l'attirail que ces deux pieces supportent, et qu'il n'est soulagé que d'une petite partie de cet effort par le poids du piston de la pompe GG: or, lorsqu'il redescend, le poids soit absolu soit relatif de toutes les pieces enlevées s'ajoute à l'effort de la vapeur pour augmenter l'effet de la pompe (*) GG G'G', et le résultat est le même que si cet excédent d'eau avoit été enlevé par la vapeur lors de la montée du piston.

Il faut que le lecteur pese cette derniere réflexion pour éviter l'erreur de croire qu'on tombe ici dans l'inconvénient des machines représentées par la fig (194), qui élevent, en même temps, et l'eau et des contre poids, et qu'on se prive, par conséquent, de l'avantage énoncé art. (1401), de pouvoir, par comparaison à ces machines, diminuer dans celle-ci le diametre du cylindre à vapeur, en produisant le même effet. Faisons attention que dans le cas de la fig (194) le piston ne fait aucun effort en montant, mais que dans celui de la fig (241) il en fait un qui lui est restitué en descendant, et qu'au total la vapeur ne fait dans chaque course que la moitié de l'effort dû à l'effet total produit au bout d'une montée et d'une descente, ou de deux courses, propriété caractéristique énoncée art. (1401).

Pour mettre cette vérité hors de toute incertitude, supposons que le balancier *d*O ait à droite de l'axe O un autre bras armé de maniere à pouvoir faire équilibre à tout l'attirail qui est à gauche: dans ce cas, lorsque le piston montera, il sera soulagé de toutes les masses qu'il enlevoit précédemment, outre l'eau d'injection et celle destinée à l'entretien de la bache; il pourra donc, au lieu de ces masses, porter une certaine quantité au réservoir, soit par une pompe particuliere, soit par un moyen quelconque: mais lorsque ce même piston redescendra, l'effort de la vapeur ne sera plus augmenté, comme il l'étoit, du poids des corps enlevés dans la course précédente, et la diminution d'effet qui en résultera équivaudra à ce qu'on a gagné lors de l'ascension du piston. Il est donc hors de doute que l'expédient

(*) Il faut excepter la partie du poids du piston de la pompe HH employée à refouler l'eau dans la bache.

dont on vient de parler ne feroit qu'augmenter inutilement la charge de l'axe.

Le point essentiel est d'équilibrer les efforts de maniere que le piston du cylindre à vapeur soit également pressé en montant et en descendant, sans quoi il n'y aura pas d'uniformité dans le mouvement. La quantité de cette pression dépend de l'effet qu'on veut produire, effet d'après lequel on détermine le diametre du cylindre. Si, par exemple, la resistance, absolue ou relative, que le piston a à surmonter en montant étoit moindre que l'effort de la vapeur, l'excédent de cet effort pourroit immediatement être employé à l'effet utile de la machine, ou, plus simplement, on pourroit suspendre un poids équivalent à la tige du piston de la pompe HH, qui restitueroit, en descendant, l'effet dont son ascension auroit tenu lieu. Nous ajouterons diverses considérations à ce que nous venons de dire, lorsque nous parlerons du calcul des machines à feu.

1422. Les fig. (248 et 249) représentent les plans du fond du cylindre à vapeur et celui de sa partie supérieure avec les coupes horizontales des boites correspondantes, destinées à établir la communication entre la chaudiere, le cylindre à vapeur et le condenseur; en comparant ces figures avec le profil, fig. (242), on aura une idée de la composition du cylindre. On voit qu'il est formé de l'assemblage de quatre pieces principales; savoir le couvercle, qui est traversé par la tige du piston et auquel est adapté le *steam-box* dont nous avons parlé art. (1397); une piece inferieure dans laquelle est l'ouverture par où la vapeur s'introduit au dessus du piston, le corps du cylindre proprement dit, et enfin le fond. La disposition des parties supérieures doit réunir à la condition de la solidité celle de l'imperméabilité à la vapeur au travers des joints d'assemblage; celle, fig. (248), à une condition de plus à remplir, savoir la facilité de l'écoulement de la petite portion d'eau résultante de la vapeur qui se condense contre la paroi intérieure du cylindre à vapeur et par d'autres causes. Le rapprochement des fig. (248 et 242) fait voir comment on a rempli cette condition. On voit que le bas du grand corps du cylindre est terminé par une calotte sphérique renversée; au milieu de cette calotte est un trou quarré formant un des orifices d'un canal dont l'autre orifice est l'ouverture par laquelle la vapeur s'introduit dans le cylindre au dessous du piston, le fond du canal ayant une courbure et une inclinaison pour faire couler le fluide d'un orifice à l'autre : de cette maniere toutes les gouttes condensées

Détails sur les pieces qui composent le cylindre à vapeur.

dans le cylindre se réunissent nécessairement au trou formant le centre de la calotte inférieure, d'où elles vont se réunir à l'eau de condensation.

De la maniere de faire passer la machine du repos au mouvement.

1423. Nous avons dit art. (1396) de quelle maniere on donnoit l'impulsion primitive à la machine décrite dans le chapitre précédent, pour la faire passer du repos au mouvement; les procédés pour expulser l'air, au moyen de la vapeur, sont ici les mêmes; on ouvre les quatre soupapes correspondantes aux ouvertures VV et V'V', fig (242), du bas et du haut du cylindre, la soupape *q* du condenseur, celle du reniflar, qu'on voit à gauche de la pompe à air [6], et on ferme la soupape *n* du tuyau d'injection. Le feu étant mis au fourneau et l'eau parvenue à l'ébullition, la vapeur qui s'en dégage chasse l'air contenu dans tout l'espace où elle pénetre, c'est-à-dire dans tout l'intérieur de la machine. Il est aisé de s'assurer que l'air n'a d'autres issues pour s'échapper que le reniflar et les soupapes du piston de la pompe [6]. Lorsque la vapeur occupe seule tout l'intérieur, on ferme la soupape du reniflar, deux des soupapes S, S', *s*, *s'*, on ouvre la soupape du tuyau d'injection, et le mouvement du piston se produit et se continue comme on l'a expliqué art. (1396).

Soupape de sûreté.

1424. On voit à côté du regard R de la chaudiere la soupape de sûreté R'; une chaîne, qui passe sur une poulie *p'* et qui correspond à un mouvement à équerre, facilite le moyen de la lever à volonté lorsqu'on veut arrêter la machine. Voyez ce que nous avons dit art. (1400).

Tuyau d'épreuve pour connoître la hauteur de l'eau dans la chaudiere.

1425. L'élévation de la chaudiere, fig. (241), représente le tuyau d'épreuve *γγ*; on sait (1398) que c'est un tuyau recourbé ouvert par les deux bouts : une de ses extrêmités plonge dans l'eau, l'autre dans la vapeur, au moyen de quoi l'eau doit se tenir dans le tube à la même hauteur que dans la chaudiere; et comme la partie apparente de ce tube est en verre, on peut continuellement s'assurer de la permanence ou de la variation du niveau de l'eau dans l'intérieur de la chaudiere; c'est par cette observation qu'on peut régler la quantité d'eau à faire passer par le tuyau nourricier *d'd'*.

Procédé pour parvenir au même but dans les machines anciennes.

1426. On a employé, dans un grand nombre de machines à feu de l'espece de celles que nous décrirons dans le chapitre suivant, un autre moyen pour s'assurer de la hauteur de l'eau dans la chaudiere. Deux tuyaux verticaux *p* et *q*, fig. (258), traversoient le chapiteau de cette chaudiere; leurs parties extérieures et apparentes ont seulement la longueur suffisante pour pouvoir y adapter commodément un robinet; leurs par-

ties intérieures renfermées dans la chaudiere descendoient assez bas pour que le bout d'un des tuyaux trempât de deux ou trois pouces dans l'eau, et que le bout de l'autre atteignît seulement au fond de la vapeur, à une très petite hauteur au-dessus de la surface de l'eau. Pour s'assurer s'il y avoit trop ou trop peu d'eau dans la chaudiere, on tournoit les robinets des deux tuyaux lorsque l'ebullition avoit lieu, s'ils donnoient tous deux de l'eau, c'est une preuve que l'extremité du plus court atteignoit l'eau et que par conséquent il y en avoit une trop grande quantité, s'ils donnoient tous deux de la vapeur, c'étoit l'indice du contraire. Le moyen indiqué dans l'article précédent est beaucoup plus simple et plus commode que celui-ci.

Il faut observer que, dans l'usage des tuyaux d'épreuve dont on vient de parler, la force expansive de la vapeur doit surpasser le poids de l'atmosphere de maniere à faire équilibre à ce poids plus à une colonne d'eau de plusieurs pieds. La hauteur moyenne de cette colonne dans des machines du genre de celle représentee par la (fig. 193) est de 7 à 8 pieds ainsi la vapeur doit avoir, sur le poids de l'atmosphere, une prepondérance equivalente à une colonne d'eau bouillante de 7, 5 pieds de hauteur, qui, eu égard à la diminution de densité, (525), équivaut à 7, 3 pieds d'eau froide ou à 6,56 pouces de mercure La force expansive de la vapeur est donc au moins de 34,56 pouces de mercure; ce qui, table X, répond à une temperature de plus de 84 degrés pour le cas de l'equilibre; ordinairement la température est d'environ 85 degrés.

1427. On place ordinairement près de la chaudiere et à la hauteur convenable un réservoir provisionnel contenant l'eau destinée à la remplir; cette eau peut être amenée dans le reservoir par des moyens dépendants du jeu de la machine, qu'il est aisé d'imaginer. On a vu art. (1386) comment, lorsque la chaudiere étoit une fois remplie, on réparoit, pendant tout le temps de son mouvement, les pertes de l'évaporation pour l'entretien à une hauteur constante.

Réservoir provisionnel pour remplir la chaudiere.

Détails sur les machines à feu qui ne sont point à double effet, et rapports de ces machines avec celles decrites dans les chapitres précédents.

1428. Il est sans doute des limites que le génie de l'homme ne franchira jamais; il est des difficultes que son industrie ne pourra pas surmonter : mais quand sera t-il au terme de ce qu'il peut executer ou concevoir? S'il est une recherche qui doive échapper à tous ses efforts, c'est assurément celle de la solution

Réflexions sur la [illegible] qu'on doit se [illegible] perfection dans les arts, exemple [illegible] de la machine [illegible] analogue

entre son méchanisme et l'économie an[illegible] té de l'histoire des découvertes.

d'une pareille question. Les connoissances exactes n'ont pas cessé de s'accroître depuis qu'Apollonius et Archimede sembloient avoir epuisé les combinaisons geometriques. Les sciences naturelles ont subi des révolutions encore plus rapides et plus étonnantes : les arts, il est vrai, offrent assez généralement moins de disproportion entre les richesses de l'antiquite et celles de l'âge moderne, parcequ'ils doivent en partie leur origine et leurs progrès au besoin et au tâtonnement, qui agissent également dans tous les siecles. Mais nous touchons à l'époque à laquelle la geométrie, la physique et la chymie vont enfin s'emparer des procedes dus au hasard et abandonnés aux praticiens. Déja les plus heureux essais nous annoncent combien le cabinet du savant et l'attelier du fabricateur peuvent se fournir réciproquement et des objets de découverte et des moyens de perfection.

Le mot perfection, dans les arts, ne doit donc présenter au philosophe qu'une idée de relation, et nullement celle d'une ligne de demarcation absolue entre ce qui est fait et ce qui peut se faire. L'histoire de la machine à feu en fournit un exemple remarquable: dès son origine elle fut regardée, par les hommes éclairés, comme une des plus belles inventions de l'esprit humain; bientôt, d'un objet particulier d'utilité, elle devint, par l'addition du balancier, un moteur applicable à toute espece de mouvement; enfin l'invention du régulateur parut avoir complété l'œuvre du génie. On vit, pour la premiere fois, un mouvement, qui, comme dans l'économie animale, une fois imprimé, se perpétuoit de lui-même à l'aide de la chaleur, et ne s'éteignoit qu'avec elle. Cette analogie, si flatteuse pour l'imagination, se soutenoit dans les diverses parties du méchanisme qui présentoit le symbole de la respiration et de l'inspiration, une circulation intérieure de fluide réparant les pertes, et devenant, sans secours étrangers, le principe conservateur d'une espece de vie mechanique, etc.

Cependant, depuis les travaux de Newcomen et de Beighton (*), le système de construction des machines à feu a changé deux fois de face, et, quel que soit son degré de perfection actuelle, il peut encore subir bien des révolutions. Nous pensons d'apres cela qu'il est utile de faire connoître aux artistes, plus particulièrement que nous ne l'avons fait jusqu'à présent, les machines qui ont précédé celles décrites dans les deux chapitres

(*) Voyez sur Beighton la note de l'art. (1357).

précédents. L'histoire de l'enchaînement des découvertes est toujours une bonne leçon pour le génie : elle encourage l'esprit d'invention par le tableau de ce qui a été fait avant nous, et elle réprime les élans de l'amour-propre, en donnant la prévoyance de ce que pourront faire nos successeurs.

Commençons par la machine de Newcomen.

1429 Le lecteur voudra bien relire ce que nous avons dit art. (1338, 1339 et 1340), où il verra l'effet général dépendant alternativement de la force expansive de la vapeur et du poids de l'atmosphere. Ces articles bien conçus, passons aux (fig 254, 255 et 258) : les deux premieres montrent l'élévation et le plan du régulateur qui fait mouvoir le robinet du tuyau d'injection et ouvrir ou fermer la communication entre la chaudiere et le cylindre ; la (fig 258) est un profil commun du cylindre, de la chaudiere, et de différentes parties accessoires. Communications de la chaudiere au cylindre à vapeur.

L'eau contenue dans l'espace QRTS, et échauffée par le feu qui se fait dans le fourneau QVXT, se vaporise dans l'espace RZS, et la vapeur peut se transmettre dans le cylindre à vapeur AE par le cylindre KZ : ce cylindre est composé de trois pieces ; la piece inférieure fait partie d'une plaque ronde π (fig 255) qui termine l'alambic ou la calotte de la chaudiere ; la supérieure fait partie du cylindre à vapeur, et l'intermédiaire est liée avec les deux autres par deux brides. La base de la piece inférieure est terminée par un petit *relief*, en saillie de quelques lignes, formant une couronne, contre laquelle s'applique la plaque ronde, ou diaphragme, destinée à interrompre le passage de la vapeur dans le cylindre, comme nous le verrons bientôt.

Le cylindre à vapeur est percé, à quelques pouces au-dessus de sa base, de deux trous diamétralement opposés, chacun accompagné d'un collet G, l'un répond à l'extrémité du tuyau d'injection H, et l'autre à un godet I, dont l'usage sera expliqué ci-après.

Cela posé, voici comment se fait l'injection, et comment la vapeur est introduite dans le cylindre à vapeur ou interceptée à l'orifice Z.

1430 La (fig 259) est un profil de la piece inférieure du cylindre de communication KZ ; on y voit la section WW de la plaque qui termine le sommet de la chaudiere, et celle GH de la bride qui fait liaison avec le surplus du cylindre KZ. Pieces qui tiennent au régulateur, [illegible] du régulateur, comment il continue [illegible] le mouvement de la machine une fois pendant.

Cette piece répond à quatre supports de fer KL, qui soutiennent un *anneau* OS. Cet anneau supporte un ressort MN,

qui presse une demi sphere Z', laquelle fait partie de la plaque ou diaphragme QZ'R qui ferme l'ouverture Z.

La (fig. 263) est la projection orthogonale sur un plan horizontal de la (fig. 259) vue par dessous, on y voit le couronnement WW de la chaudiere, l'anneau OS, le ressort MN, et l'orifice Z. La (fig. 261) est un profil de la plaque QR dont le plan est représenté par la (fig. 262). On voit qu'elle a un manche RT, percé d'un trou quarré *ad*.

Le trou *ad* est destiné à recevoir la partie quarrée *ad* d'un pivot vertical (fig. 260), dans laquelle on voit une fente pour placer une clavette. Ce pivot tourne sur les tourillons *cb* et *ae*: le tourillon inférieur *cb* joue dans un trou V, fait à l'anneau OS; et le supérieur *ae* entre exactement dans un trou pratiqué à la plaque π, répondant à l'endroit *δ* (fig. 255). L'extrémité supérieure *ef* du pivot, qui est quarrée et entiérement saillante hors de la chaudiere, fait l'office d'un *tenon*, qui s'adapte au trou quarré d'une clef *δγ*.

On voit donc qu'en tournant à droite ou à gauche le manche de la clef *δγ*, on fera faire un mouvement semblable au pivot *fc*, par suite à la plaque QR, et qu'ainsi on a un moyen extérieur d'ouvrir et de fermer la communication entre la chaudiere et le cylindre à vapeur.

Le robinet *g* (fig 254) du tuyau d'injection a pareillement une tige supérieure, saillante extérieurement, à laquelle est fixée une patte d'écrevisse *h*; c'est cette patte d'écrevisse et la clef *δγ* qui sont mues par le régulateur pour produire et perpétuer le mouvement de la machine, ainsi qu'il suit.

Deux poteaux A (fig. 254, 255, 264) soutiennent un axe BC qui tourne sur ses tourillons; à cet axe sont fixées quatre pieces qui tournent avec lui; savoir une branche EK terminée par un poids K, un levier GH, un autre G'F, et une patte DER à deux griffes.

L'axe BC porte encore une cinquieme piece qui est un *étrier abcd*, mais cet etrier n'est point, comme les quatre pieces précédentes, fixé à cet axe, sur lequel il peut jouer librement, au moyen d'un trou pratiqué à chacune de ses branches *ba*, *cd*.

Le manche *δγ* de la clef qui ouvre et ferme le cylindre à vapeur, passe, en *γ'*, au travers d'une fente pratiquée dans la tige *γ'h*, terminée par une fourche *fg*; les branches de cette fourche sont traversées librement par un axe *bc* fixé à l'étrier *abcd*.

Au-dessus de l'équipage qu'on vient de décrire, on voit une

piece de bois S, qui supporte une espece de marteau *fad*, auquel est adaptée, à peu près à angle droit sur sa direction, une tige de fer *ab*, qui passe entre les deux pinces de la patte d'écrevisse *h*; la piece *fd* et le levier *ab* ont un mouvement commun de rotation sur un axe ou boulon placé en *a*, dans la situation que représente la figure; le marteau *f* est retenu par une entaille pratiquée à une piece de bois *je*; il porte en conséquence un petit arrêt disposé pour se loger dans cette entaille et former une espece d'encliquetage.

Il suit de ce qu'on vient de dire, que, sans appliquer la main à la clef $\delta\gamma$ ni à la patte d'écrevisse *h*, on peut faire ouvrir ou fermer soit le diaphragme soit le robinet d'injection; en effet, en faisant mouvoir une quelconque des pieces qui paroissent à droite de BC, on fera tourner cet axe et la patte DR : or cette patte viendra rencontrer l'axe *bc*, auquel tient la fourche qui termine la tige $h\gamma$, tirera par conséquent cette tige dans un sens ou dans l'autre, et entraînera par suite la clef $\delta\gamma$, ce qui produira le même effet que si on mettoit immédiatement la main à cette clef. Pareillement, supposant l'encliquetage libre en *f*, et faisant tourner le marteau *fd* sur l'axe *a*, la broche *ab* rencontrera l'une ou l'autre des pinces de la patte d'écrevisse *h* et fera ouvrir ou fermer le robinet d'injection. Il ne s'agit plus que de produire ces effets au moyen du mouvement même de la machine; c'est ce que fait la poutrelle L, suspendue au balancier par une chaîne, comme on le voit dans la (*fig.* 256).

Cette poutrelle, que nous appellerons *coulisse*, parcequ'elle est ouverte dans la plus grande partie de sa hauteur, entre librement dans un trou quarré MN, qui la maintient dans sa situation verticale; elle est garnie de quatre chevilles placées aux points Q, P, δ, T, dont les distances se reglent par les expériences qu'on fait pour s'assurer que tous les mouvements se font bien à temps.

Supposons maintenant que le piston du cylindre à vapeur soit au point le plus bas de sa course, ce qui est l'état représenté par la (*fig.* 256), et que l'orifice Z (*fig.* 258), qui communique de la chaudiere au cylindre, soit ouvert; la vapeur affluera par dessous le piston, et sa force expansive, jointe au poids qui est de l'autre côté du balancier, surmontera la pression de l'atmosphere et fera élever le piston; la poutrelle L (*fig.* 254) montera avec la branche du balancier à laquelle elle est attachée: alors les chevilles qui y sont attachées et les poids K et *f* produiront les effets suivants. 1°. La cheville P fera monter la branche G'F, fera par conséquent tourner l'aissieu CB et élever le poids

K, ce poids K en s'élevant atteindra la verticale et la dépassera. 2°. A compter de cet instant la cheville P cessera de presser la branche G F; mais le poids K, tombant du côté gauche, continuera de faire tourner l'axe BC avec tout l'equipage qui y est fixe : la branche D de la griffe DR viendra donc choquer l'axe *bc*, et fera faire une portion de revolution à l'etrier *abcd*, qui, entraînant dans son mouvement la fourche *γ'hfg*, fera tourner la clef *δγ* et fermer l'ouverture Z (fig. 258). 3°. La vapeur ainsi séquestree dans le cylindre continue à presser le piston, mais bientôt la cheville T rencontre la barre *ef*, l'eleve en la faisant tourner sur son pivot en *e*, et fait degager l'encliquetage en *f*. Le marteau *f* tombe aussitôt sur une planche placee en V et fait faire une portion de revolution à la broche *ab*. Cette broche vient choquer contre une des pinces de la patte d'ecrevisse *h*, et fait ouvrir le robinet d'injection, une certaine quantité d'eau froide venant d'un reservoir superieur, dont nous parlerons bientôt, jaillit alors dans le cylindre avec une vitesse due à la hauteur de sa chûte, à laquelle s'ajoute bientôt le poids de l'atmosphere; car la vapeur contenue dans le cylindre se condense tres rapidement et le vuide s'y etablit.

La vapeur n'opposant plus de resistance à la pression de l'air exterieur, le piston redescend; alors les chevilles *d'* et Q et le poids K produisent les effets suivants : 1°. la cheville *d'*, en descendant, presse sur la branche *ad*, fait relever le marteau *f*; la broche *ab* rencontre en tournant la pince de la patte d'ecrevisse *h* opposée à celle qu'elle avoit touchee précédemment et fait fermer le robinet d'injection : 2°. par une continuation du même mouvement l'encliquetage du marteau *f* se rengage et ce marteau reste élevé : 3°. la cheville Q rencontre la branche GH qui avoit été élevée par la chûte du poids K et la fait redescendre; le poids K remonte de gauche à droite, atteint la verticale et la depasse : 4°. dès cet instant la seule action du poids K fait mouvoir tout l'equipage fixe sur l'axe BC, la griffe DR vient atteindre d'un mouvement acceleré l'étrier *abcd*; sa branche R choque l'axe *cb*, et remet l'étrier *abcd*, la fourche *γhfg* et la clef *δγ* dans la position où ils étoient ci devant; l'ouverture Z s'ouvre, et les choses reviennent à l'etat où nous les avons supposees avant l'ascension du piston.

La vapeur affluant de nouveau sous le piston le fait remonter; les mêmes effets que nous venons de decrire se renouvellent et continuent d'avoir lieu tant qu'on entretient le feu sous la chaudiere. On donne ordinairement le nom de *regulateur* à la

plaque ou diaphragme qui intercepte la communication entre la chaudiere et le cylindre à vapeur, mais comme, dans les machines à double effet, on appelle ainsi tout le mechanisme que fait mouvoir la poutrelle L, nous avons conservé la dénomination des chapitres précédents.

1431. L'eau de condensation, jaillissant avec force, va choquer le dessous du piston et retombe ensuite dans le fond du cylindre à vapeur; elle ne peut pas rentrer par le cylindre KZ, (fig. 258), à cause de la partie K saillante intérieurement, et n'a par conséquent d'autre issue que l'orifice b. Voici le détail des tuyaux auxquels cet orifice communique et le méchanisme au moyen duquel les pertes de l'évaporation sont réparées.

Comment l'eau de condensation sort du cylindre à vapeur, y rentre et quant à réparer dans la chaudiere les pertes causées par l'évaporation.

Le premier est un tuyau $bcux$, fermé hermétiquement en x; ce tuyau porte un godet A, auquel il communique par un orifice que ferme une soupape chargée de plomb; un tuyau ll, portant un robinet à son extrémité inférieure et aboutissant par l'autre extrémité à la partie supérieure du cylindre à vapeur, sert au besoin à amener de l'eau dans le godet a, pour les usages que nous verrons ci-après.

Le second est un tuyau $rSSt$, qu'on nomme *rameau d'évacuation* et qui communique à une citerne inférieure; son extrémité t est recourbée verticalement en contremont, et fermée par une soupape suspendue à une tige de fer tg, qui tient à un ressort hg. Cette soupape est toujours baignée dans l'eau afin que l'air ne pénetre pas dans le *rameau d'évacuation*. Cette citerne est une cuvette de plomb, placée sous l'arcade de la plate-forme, ayant deux tuyaux dont l'un sert de decharge de superficie et l'autre de fond.

Le troisieme est un tuyau vertical zz, qu'on nomme *tuyau nourricier*, et qui communique avec le tuyau $bcux$ de la maniere qui est plus clairement indiquée dans l'élévation (fig. 265), où on voit le tuyau y qui aboutit par une extrémité à celui z et par l'autre à celui $bcux$, lequel est caché, en partie, derriere le godet a. Le tuyau nourricier, dont les deux bouts sont ouverts, en a un, comme on voit, plongé dans l'eau de la chaudiere, l'autre est à l'air libre, élevé de quelques pieds au dessus du chapiteau de la chaudiere.

Tout cela bien conçu, il faut encore savoir que le quart environ de l'eau qui sert à la condensation doit rentrer dans la chaudiere pour réparer les pertes faites par l'évaporation; le tuyau zz est destiné à l'y conduire, les trois autres quarts s'évacuent par le tuyau $rSSt$ (fig. 258), dans la citerne inférieure.

Les écoulements dans ces deux tuyaux sont réglés par deux robinets, ou même par un seul, de maniere qu'ils livrent passage à l'eau de condensation, venant de l'orifice *b*, dans la proportion de 3 à 1. Cette eau est refoulée dans les deux tuyaux par l'action de la vapeur, lorsque la communication est établie entre la chaudiere et le cylindre à vapeur, et elle peut alors, d'un côté, surmonter la pression qu'éprouve la soupape *t* et passer dans la citerne, et de l'autre vaincre la résistance qui s'oppose à son introduction dans la chaudiere. Cette résistance vient de la force expansive de la vapeur, qui, ainsi que nous l'avons déja observé, art. (1426), est à 85 degres de chaleur environ, et doit (525 et table X) faire remonter l'eau bouillante dans le tuyau *zz*, ouvert intérieurement et extérieurement, à 7 à 8 pieds au-dessus du niveau de l'eau dans la chaudiere : or lorsqu'une pareille pression s'exerce par le tuyau *y* (fig. 265), elle s'ajoute nécessairement au poids de la colonne d'eau inférieure, et surmonte ainsi la pression de l'intérieur de la chaudiere.

Cuvette d'injection qui fournit l'eau de la condensation.

1432. L'eau de la condensation est, comme on l'a dit, amenée dans le cylindre par le tuyau H, ce tuyau aboutit, à son extrémité supérieure, à un réservoir M (fig. 256), qu'on nomme *cuvette d'injection* et qui fournit l'eau de la condensation. Cette eau y est amenée par le tuyau K'K'K', dont la partie inférieure est une pompe foulante, mue par le balancier, et puisant dans une bache X, entretenue constamment pleine par l'eau même que la machine est destinée à élever, ainsi qu'on le voit dans la figure.

Lorsqu'on commence à faire jouer la machine et qu'il n'y a encore point d'eau dans la cuvette d'injection, on se sert d'une petite pompe Q, qui est à côte, qu'on fait mouvoir à bras, pour fournir a l'injection, en attendant que le mouvement du balancier ait fait monter de l'eau de la bache X. Cette pompe tire l'eau d'un réservoir provisionnel, dont nous parlerons bientôt, et qu'on voit à gauche de la chaudiere.

Un tuyau *g''*, à robinet, sert de déchargeoir de fond à la cuvette M, un autre tuyau *g'*, sans robinet, lui sert de déchargeoir de superficie; ces deux tuyaux se rendent dans un tuyau vertical *g*, lequel vient lui même aboutir au tuyau horizontal P, qui conduit au reservoir provisionnel le trop plein de la cuvette d'injection et en outre l'eau qui sort par le haut du cylindre a vapeur, quand le piston monte, et dont il sera question ci après.

1433.

1433. Voici un moyen employé dans une machine à feu construite à *Schemnitz* en Hongrie, pour que le tuyau d'injection reçoive toujours la même quantité d'eau destinée à chaque injection particuliere : ce moyen a été communiqué à M. l'abbé Bossut par feu M. Jars de l'académie des sciences, (Voyez l'Hydrod. de Bossut, tome II, page 508.) La cuvette d'injection ABCD, fig. (268 *bis*), reçoit, au moyen d'un tuyau K, l'eau d'un autre réservoir pour la transmettre au tuyau Q d'injection ; le tuyau K porte un robinet X qui en ouvre et ferme alternativement le bout T. voici comment ; à l'axe horizontal VH, parfaitement mobile sur ses pivots, sont fixées deux branches de fer, l'une ZM, portant un tonneau ou baril M qui flotte sur l'eau, l'autre ZN, engagée dans les pinces d'une patte d'écrevisse fixée au robinet, et pouvant par ce moyen ouvrir et fermer ce robinet.

Moyen qu'on emploie pour que la cuvette d'injection reçoive toujours la même quantité d'eau

Lorsque l'écoulement par le tuyau d'injection Q est suspendu, la surface de l'eau s'éleve dans la cuvette ABCD, souleve le tonneau M, et ferme enfin le robinet X, en sorte qu'il est entierement fermé quand l'eau est, par exemple, en AD ; si au contraire la cuvette se vuide par le tuyau d'injection Q, le tonneau M descend, et le robinet X s'ouvre pour laisser passer dans la cuvette la nouvelle eau que le tuyau K amene, ainsi de suite. Il est clair que par là il passe, en temps égaux, des quantités égales d'eau dans le tuyau d'injection Q.

1434. Le piston L, fig. (258), qui joue dans le cylindre, est un plateau de métal dont le diametre est un peu moindre que celui du cylindre, et qui est plus enfoncé vers le milieu que vers la circonférence, comme on peut en juger par ses plans et profils, représentés plus en grand dans la fig. (266), n° 1, 2 et 267. On remarquera vers sa circonférence une couronne A, dont la largeur est entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ de la longueur du rayon, formant un relief de la moitié de sa largeur. Sur cette couronne sont appliquées une ou deux bandes de cuir fort épais, saillantes d'une ligne sur le pourtour du piston : l'on rend ce cuir inébranlable en le chargeant d'un anneau B de plomb, de même largeur que la couronne, divisé en trois parties égales, chacune accompagnée d'une queue C, qui s'encastre dans une cellule D, faite de trois plaques de cuivre soudées verticalement sur le fond du piston.

Piston qui compose le piston du cylindre à vapeur

Le centre de ce piston est percé d'un trou qui reçoit le bout de la tige EF par le moyen d'un tenon arrêté avec des clavettes, et cette tige est suspendue à la chaîne du balancier.

Précautions pour que le piston puisse empêcher l'introduction de l'air et le dessèchement du cuir.

1435. La construction du piston que nous venons de décrire exige qu'on prenne quelques précautions pour empêcher que l'air ne s'introduise dans le cylindre à vapeur et que les cuirs ne se dessechent. L'un et l'autre objet est rempli par un tuyau N de deviation, fig. (258), adapté au tuyau d'injection H et ayant un robinet dans le milieu Pendant le jeu de la machine, le tuyau N produit un jet continuel sur le piston, et l'eau qui en résulte s'écoule, lors de la montée du piston, par le tuyau latéral EPP, dans le réservoir provisionnel dont on a parlé précédemment.

On observera qu'au-dessous du sommet du cylindre à vapeur il y a un rebord DB, sur lequel est attachée, avec une *bride*, une coupe de plomb DE, de 18 pouces de hauteur, évasée par le haut.

Évacuation de l'eau des tuyaux mentionnés art. (1431), lorsqu'on commence à faire jouer la machine.

1436. Le sommet du cylindre à vapeur fournit encore de l'eau à un second tuyau O*ll*, dont on a parlé art (1431), qui peut la verser dans le godet *a*, lorsque le robinet placé à son extrémité inférieure est ouvert, d'où, en levant la soupape qui est au fond de ce godet, elle coulera dans les tuyaux dont on a parlé à l'article cité. On use de cet expédient lorsqu'on commence à faire jouer la machine pour chasser l'air de ces tuyaux. L'eau du godet *a a*, comme on voit, une issue dans la chaudiere par le tuyau *zz*.

Eaux à différentes températures que renferment la machine et le réservoir provisionnel.

1437. Le réservoir provisionnel, qui, d'après ce qui est dit précédemment, reçoit le trop plein de la cuvette d'injection et l'eau qui degorge de la partie supérieure du cylindre, est destiné à remplir, au besoin, la chaudiere par le tuyau de communication *z*K : on la vuide par le tuyau de fond *n*O, lorsqu'il est nécessaire d'en retirer l'eau. Les tuyaux *y* et *y'* servent de déchargeoir de superficie et de déchargeoir de fond au réservoir provisionnel.

La machine fournit ainsi pendant son mouvement deux magasins d'eau, à des températures très différentes ; l'une, provenant de l'injection, se rend, chaude, dans la citerne ; l'autre, à une température beaucoup plus basse, selon la saison, passe dans le réservoir provisionnel.

Tuyaux d'épreuve.

1438 On voit en *p* et *q* les deux tuyaux d'épreuve dont on a donné l'usage, art. (1426). Ces tuyaux traversent une plaque ovale de cuivre BC, fig. (255), qui sert de regard à la chandiere, et se détache lorsqu'on veut y entrer pour faire quelques réparations.

Ventouse.

1439. Les figures 254 et 255 offrent le plan et l'élévation d'un bout de tuyau A' placé sur le chapiteau de la chaudiere ; au som-

met de ce tuyau est adaptée une soupape chargée de plomb, nommée *ventouse*, qui s'ouvre pour lasser échapper la vapeur lorsque cette vapeur acquiert un certain degré de force. Elle s'éleve ordinairement quand le piston descend, parcequ'alors la vapeur ne peut plus affluer dans le cylindre, et qu'elle occupe un espace plus petit étant toute renfermée dans la chaudiere. On remarque, en général, dans les descentes du piston, une vapeur qui s'échappe à travers les joints imperceptibles de la chaudiere, qui cesse quand le piston monte, et qui offre l'apparence de l'haleine provenant de la respiration des animaux.

1440. Il y a encore un autre tuyau *def*, fig. (258), adapté au chapiteau de la chaudiere. Son extrémité *f*, qui est hors du bâtiment, est fermée par une soupape chargée de plomb, attachée à une corde qui passe sur deux poulies et dont le bout revient en dedans du bâtiment. Cette disposition a pour objet de donner le moyen d'évacuer la vapeur, en ouvrant la soupape, lorsqu'on veut arrêter la machine. Cette soupape répond à celles que nous avons nommées *soupapes de sûreté*, art. (1400). Le tuyau *fe* se nomme cheminée. Soupape de sûreté.

1441. Le godet I, dont nous avons parlé (1429), est destiné à faire la fonction du *reniflar*, mentionné art. (1396). Au fond de ce godet est une soupape chargée de plomb, suspendue à un ressort de fer qui la maintient toujours dans la même direction Cette soupape sert à évacuer l'air que la vapeur chasse du cylindre lorsqu'on commence à faire jouer la machine; et ensuite celui qui se degage de l'eau d'injection, et qui empêcheroit l'effet de la machine s'il n'avoit pas la liberté de s'échapper. Sous ce dernier aspect la soupape I et le tuyau *rsst* font ensemble l'effet de la pompe à air décrite art. (1386). Godet I, qui [illegible] les fonctions du [illegible] et du cylindre à [illegible] [illegible] pour la machine.

1442. Avant de dire comment on commence à faire jouer la machine, lorsqu'on veut la faire passer du repos au mouvement, il faut d'abord observer que, dans ce cas, le balancier est incliné du côté opposé au cylindre, parceque les attraits placés de ce côté, étant prépondérants, abaissent le bout du balancier auquel ils répondent quand la machine ne va pas. Supposons maintenant qu'on veuille la faire aller; on remplira la chaudiere, on allumera le feu, on fera jouer la pompe Q, fig (256), pour remplir la cuvette M d'injection, s'il est nécessaire, et on aura soin d'ouvrir l'orifice Z, fig. (258), supposé qu'il soit fermé; on se sert, pour cela, d'un manche adapté à l'une des branches Comment on commence à mettre la machine en mouvement.

L ij

fixées sur l'axe BC, fig (254 et 255), semblable à ceux dont il est parlé, art. (1396), pour un usage analogue. L'eau entrant en ébullition, la vapeur se forme et s'élève dans le cylindre, en chasse l'air, et échauffe l'eau qui, d'après ce qu'on a vu, art. (1435), vient de la cuvette d'injection au-dessus de la tête du piston : on fait passer une partie de cette eau par le tuyau *ll*, fig. (257), dans le godet *a*, dont on ouvre la soupape pour que l'eau entre dans les tuyaux par lesquels se décharge l'eau d'injection.

Lorsque la vapeur a acquis assez de force pour ouvrir la soupape qui ferme la cheminée *def*, fig (258), et en sortir avec détonnation, le conducteur, qui attend ce moment, prend d'une main la queue du marteau *fd*, fig. (254), de l'autre le poids K, et ferme le diaphragme du régulateur. Un instant après il ouvre le robinet d'injection ; la condensation se fait dans le cylindre, et le piston descend. Le diaphragme du régulateur s'ouvre ensuite de lui même, et la machine continue à se mouvoir par le seul entretien du feu sous la chaudière.

Cheminée et parties accessoires.

1443 Nous ne nous arrêterons pas à la description du fourneau, des canaux de circuits de la flamme et de la fumée, de la cheminée du fourneau, et des objets qui y sont relatifs; toutes ces dispositions rentrent absolument dans celles détaillées aux chapitres précédents, et se rapportent sur tout à la seconde machine à double effet, comme on peut le voir par les profils, fig (275 et 276).

Description des pompes employées à produire l'effet utile de la machine.

1444 Nous n'entrerons pareillement dans aucun détail sur le balancier, dont on se fera une idée suffisante à l'inspection de la figure 256. Le secteur ou jante D, placé à son extrémité droite, supporte, au moyen de la chaîne G, tout l'équipage destiné à produire l'effet utile de la machine, qu'on suppose employée à épuiser les eaux d'une mine par un puits dont la partie supérieure est profilée en Y. On place dans la profondeur de ce puits, de 24 en 24 pieds, une cuvette de plomb, dont on voit le plan, fig. (271) et (274), la coupe sur la ligne AB du plan, fig (272), et la vue perspective, fig (273). Ces cuvettes sont, comme on voit, partagées en deux bassins unis par une communication d'une moindre profondeur et d'une moindre largeur que les bassins. La figure 269 représente le profil d'une étendue du puits dans laquelle sont trois cuvettes : on voit que chacune a dans le fond d'un de ses bassins l'orifice supérieur d'une pompe aspirante, et que dans l'autre trempe le tuyau d'aspiration de la pompe supérieure. Les tiges des pistons sont suspendues de part et d'au-

tre d'une suite de poutrelles assemblées bout à bout, comme on voit, fig. (270), et composant un *train* suspendu à la jante du balancier dont on vient de parler, qui descend verticalement à travers toutes les échancrures formées entre les bassins des cuvettes par le rétrecissement du petit canal qui communique de l'une à l'autre, ainsi qu'on le voit en D, fig (271). La pompe la plus basse trempe immédiatement dans le puisard pratiqué au fond du puits, la plus haute décharge son eau dans le bassin X; là une portion en est enlevée pour fournir à la cuvette d'injection (1432), et l'autre, fig. (274), sort du bassin X par le canal horizontal $x'x$. (*)

(*) Nous avons parlé, art. (1335), d'une machine imaginée par Papin, pour employer la vapeur comme agent méchanique. Cette machine, quoiqu'abandonnée, cependant peut fournir de bonnes idées aux artistes. Nous en parlerons ici d'autant plus volontiers, que la maniere dont Papin emploie la vapeur differe entiérement des procédés que nous avons décrits jusqu'à présent. Le but de l'auteur est de faire tourner une roue à aubes par le choc d'une veine fluide jaillissant par un tuyau étroit ou par un ajutage, avec une vitesse telle que le choc puisse équivaloir à celui d'une beaucoup plus grande masse d'eau qui n'auroit qu'une petite vitesse. Pour y parvenir il condense l'air dans un vase clos, auquel est adapté le tuyau ou l'ajutage, en y introduisant, par la pression de la vapeur, une quantité d'eau telle que l'espace, occupé primitivement par l'air, se trouve très resserré, ce qui augmente d'autant son ressort et sa pression sur l'eau inférieure. Voici l'appareil dont il se sert.

Un vaisseau sphéroïdal A, fig (268), dont le grand axe est supposé de 26 pouces et le petit de 20 pouces, est placé dans un fourneau de maniere que le feu puisse l'entourer de toute part, ce vaisseau ou alambic, qui est de cuivre, doit être aux deux tiers plein d'eau, qu'on introduit par un tuyau B. Un siphon CD communique de l'alambic A à un cylindre GH de 20 pouces de diametre sur autant de hauteur, faisant l'office de corps de pompe, dans lequel joue un piston de cuivre ST, creux en dedans afin de pouvoir flotter sur l'eau. La base de ce cylindre, qui n'a point de fond, est unie avec l'extrémité d'un tuyau recourbé IKO, qui traverse le fond d'un autre cylindre MN de 3 pieds de hauteur sur 23 pouces de diametre, fermé de toutes parts pour que l'air extérieur ne puisse s'y introduire. Un vaisseau Y, évasé par le haut, est adapté au tuyau IKO, et sert à introduire dans le corps de pompe GH, au dessous du piston ST, de l'eau qui ne passe jamais au-dessus du piston.

Un robinet, placé en E, intercepte et laisse libre alternativement la communication par le siphon CD entre l'alambic A et le corps de pompe GH. Lorsque la communication est libre, la vapeur, formée en A, passe dans la partie supérieure du corps de pompe, là elle presse le piston qui refoule l'eau, cette eau ne peut pas rentrer dans le vaisseau Y, parcequ'une soupape placée en R l'en empêche; elle monte par le tuyau IKO, et va se decharger

De la machine de Chaillot; principales pièces de cette machine.

1445. Le méchanisme que nous venons de décrire est ce qu'on connoissoit de mieux en France à l'époque où MM Perier freres établirent la machine de Chaillot, bien superieure à tout ce qu'on avoit fait jusqu'alors dans ces contrées, et dont voici la déscription d'après les dessins très exacts qui nous ont été fournis par M Perier l'aîné.

La figure 279 est une coupe générale qui fait voir l'intérieur du cylindre à vapeur, le balancier, le regulateur, les parties du condenseur et de la pompe à air. Le cylindre à vapeur A est éta-

---

dans le cylindre M N, en remplissant une partie de l'espace occupé par l'air renfermé dans ce cylindre, qui par conséquent acquiert un plus grand ressort.

Aussitôt que le piston est parvenu au bas du corps de pompe, on ferme le robinet E pour interrompre le passage de la vapeur, et on ouvre un autre robinet P, placé vers le sommet du corps de pompe, par lequel celle qui a agi peut s'évacuer.

Alors le poids de l'eau, dont le vaisseau Y est toujours rempli, ouvrant la soupape R, s'introduit de nouveau dans le corps de pompe G H et fait remonter le piston S T, l'eau contenue dans le tuyau K O n'entre pour rien dans cet effet, parcequ'une soupape placée en K l'empêche de descendre.

Lorsque l'eau introduite dans le corps de pompe s'est mise en équilibre avec celle du vaisseau Y, on ferme le robinet P et on ouvre le robinet E; la vapeur vient de nouveau presser le piston, qui refoule, comme en premier lieu, l'eau par le tuyau K O et la fait passer dans le cylindre M N, où elle ne peut s'introduire sans surmonter la résistance provenant du ressort de l'air dont elle vient occuper la place, résistance qui augmente en raison inverse de l'espace occupé par une même masse d'air.

D'après les dimensions que donne Papin au cylindre M N qui a trois pieds de hauteur, ce cylindre peut contenir 600 livres ou 86 pieds cubes d'eau, c'est-à-dire 200 livres ou 2,86 pieds cubes par chaque pied de hauteur. Quand il sera rempli jusqu'à la hauteur de 2 pieds, l'eau y sera réduite à n'occuper plus que le tiers de l'espace où il étoit renfermé d'abord, et aura acquis un ressort capable de lui faire soutenir une colonne d'eau de 64 pieds, outre celle de 32 pieds à laquelle il fait équilibre, dans son état ordinaire de compression. Si donc on ouvre le robinet Q, l'eau en jaillira, au premier instant, avec la même vitesse que si sa hauteur étoit de 64 pieds dans le cylindre M N. A mesure que l'eau sortira elle sera chassée avec moins de vitesse, parceque l'air occupant un plus grand espace, son ressort s'affoiblira; mais, d'après les dispositions de Papin, il doit toujours y avoir dans le cylindre de l'eau sur la hauteur d'un pied au moins, et l'air n'occupera jamais, dans sa moindre condensation, que les $\frac{2}{3}$ de l'espace qu'il occupe dans son état naturel au niveau de la mer; or, dans cet état, il pourra encore soutenir le poids d'une colonne d'eau de 16 pieds de hauteur au dessus de celle de 32 pieds qu'il soutient ordinairement.

bli solidement sur le massif B, à côté duquel se trouve le trou ou puits B'B', dans lequel descend le poids du régulateur, la poutrelle, etc., et où sont établies les deux pieces montantes XX, dont nous parlerons ci-après : ce cylindre a, comme ceux des figures (123 et 242), deux ouvertures, communiquant, en haut et en bas, aux canaux *ee* et *e'e'*, par lesquels la vapeur peut entrer ou se condenser, elle communique de l'espace *ee* à l'espace *e'e'e* par un seul cylindre *pp*. Les machines représentées par les figures qu'on vient de citer ont deux cylindres pareils, parcequ'elles ont un jeu

---

Pour réduire l'air compris dans le cylindre MN au tiers de son volume, c'est-à-dire pour tripler son élasticité, qui, dans l'état naturel, équivaut à 28 pouces de mercure, il faut que la force expansive de la vapeur, agissant sur le piston ST, soit équivalente à une colonne de mercure de $3 \times 28 = 84$ pouces. Une pareille pression répond, table X, à une température de plus de 104 degrés du thermometre de Réaumur. Papin ne connoissoit point, au moins d'une maniere bien précise, la relation entre la température de la vapeur et sa force expansive, mais il dit que ses expériences lui assurent la possibilité d'amener la vapeur à un degré de chaleur capable de lui faire pousser le piston ST avec une force équivalente au poids d'une colonne d'eau de 96 pieds de hauteur ou d'une colonne de mercure de 84 pouces. Cela n'est point étonnant, car sa marmite lui donnoit une température supérieure de celle dont il s'agit ici, mais on trouveroit une grande difficulté à faire des vaisseaux d'une certaine étendue, assez solides et assez bien clos, pour, étant pressés du dedans au dehors, supporter la pression qu'elle comporte sans déperdition de vapeur.

Papin prétend encore que, lorsque le niveau de l'eau dans le vaisseau Y sera plus élevé de 8 pouces que le robinet P, et qu'elle pourra s'introduire dans la pompe par une soupape dont le diametre sera de 8 pouces, cette eau remplira la pompe en une seconde de temps, il ajoute que quand la soupape placée en K aura 6 pouces de diametre, l'effort de la vapeur fera passer, en moins d'une seconde de temps, 200 livres d'eau dans le cylindre MN, d'où il conclut que, la pompe pouvant se remplir en une seconde et se vuider dans le même temps, l'opération ne durera pas plus de deux secondes.

Comme la plus grande condensation de l'air dans le cylindre seroit capable de soutenir une colonne d'eau de 64 pieds de hauteur, et que, lorsqu'il sera sorti 200 livres d'eau par le tuyau Q, le ressort de l'air n'équivaudra plus qu'à une colonne de 16 pieds, son effort moyen pourra être considéré comme équivalent au poids d'une colonne d'eau de 40 pieds de hauteur, qui est celle sur laquelle il faut compter dans l'évaluation de l'impulsion de l'eau qui sortira par le tuyau Q pour faire tourner la roue.

Il est bon d'observer que Papin suppose que l'eau qui sortira du cylindre pour faire tourner la roue pourra être ramenée dans le vaisseau Y, de là passer dans le cylindre pour jaillir sur la roue comme auparavant, c'est-à-dire qu'elle circulera continuellement, mais il n'en donne pas le moyen.

alternatif de soupapes placées aux parties supérieures de ces cylindres. Il n'en est pas de même ici, et la soupape *bb* qu'on voit au haut de *pp* est toujours ouverte pendant que la machine est en mouvement : on peut cependant la fermer, quand on veut lui donner plus ou moins d'ouverture, au moyen d'un levier extérieur *b'b'*, qui se meut avec la main et qui agit sur une tige attachée à la soupape de la même maniere que les leviers du régulateur agissent sur leurs soupapes respectives.

Le cylindre à vapeur A n'a d'ailleurs rien de particulier dans

---

Papin propose, pour donner plus de force à la vapeur, d'introduire dans le corps de pompe au-dessus du piston des fers rouges, qui demeureront suspendus dans un tuyau V, fermé en bas, pour empêcher que l'eau n'y entre. Ce procédé paroît présenter des assujettissements et des embarras qui font douter qu'on puisse le mettre en pratique.

La machine de Papin, telle que nous venons de la décrire, est ingénieuse, mais son exécution et son application comporteroient bien des difficultés, et il seroit d'ailleurs indispensable d'y adapter un méchanisme pour faire ouvrir et fermer les robinets par l'action de la vapeur. Nous avons cru cependant que la connoissance en seroit utile aux artistes, soit comme un apperçu susceptible de perfection, soit comme un objet de comparaison. C'est dans le même esprit que nous allons présenter quelques détails sur la machine à air de M. Amontons, dont nous avons parlé, art. (1336), et qui, du côté de l'invention et du génie, nous paroît supérieure à celle de Papin.

M. Amontons cite d'abord (Mém. de l'académie des sciences, année 1699,) deux expériences qu'il a faites sur la force expansive de l'air mis à la température de l'eau bouillante. Trois tubes de verre recourbés, ouverts par une de leurs extrémités, étoient terminés à l'autre par un globe creux de verre. Les capacités des tubes et des globes étoient dans la proportion de 1, 2, 3, le diametre intérieur du tube moyen n'étant guere que de ½ ligne : on a versé du mercure dans les tubes, les globes restoient pleins d'air atmosphérique, qui, comprimé par le mercure, a tenu ce fluide dans une des branches de chaque tube à 3 pouces au-dessus de son niveau dans la branche qui tenoit le globe où le mercure étoit parvenu jusqu'à la jonction du tube du globe.

Les globes ayant été trempés dans l'eau bouillante, le mercure est monté de 9 pouces 10 lignes, outre les 3 pouces dont nous avons parlé, en sorte que l'air contenu dans les globes soutenoit une colonne de mercure de 12 pouces 10 lignes, plus le poids de l'atmosphere, ou de 13 pouces, en comptant avec M. Amontons les 10 lignes pour un pouce, parceque l'air, augmentant de volume pour remplacer le mercure qui montoit dans la branche du tube, a un peu diminué le ressort qu'il auroit eu en conservant le même volume.

M. Amontons n'a point donné la température de l'air avant l'immersion des globes dans l'eau bouillante. Il conclut néanmoins de son expé-

l'intérieur,

l'intérieur, sinon que la section horizontale doit, pour produire le même effet, être double de celle des cylindres à vapeur des premiere et seconde machines décrites précédemment depuis l'art (1380) jusqu'à l'art (1448). La tige du piston P est suspendue à l'extrémité du balancier au moyen d'une chaîne tangente.

1446. La vapeur arrive de la chaudiere par l'ouverture OO, et, dans la situation que représente la figure, elle doit remplir tant l'intervalle qui est au-dessus du piston que celui qui est au- Comment se produit l'accroissement du cylindre à vapeur.

---

rience que l'air, mis à la température de l'eau bouillante et pressé seulement par le poids de l'atmosphere, augmente son volume d'un tiers; mais cette conclusion ne présente aucun sens lorsqu'on ignore la température du volume primitif.

Il résulte des expériences de M. Duvernois, présentées dans les tables VII et VIII, que le volume d'une certaine quantité d'air à la glace étant 1, ce volume, à la température de l'eau bouillante, augmentera de [illegible], ou deviendra = 1 + [illegible] = 1,9372 au moins; car il paroît qu'à cette température M. Duvernois a trouvé un résultat trop foible (voyez le premier vol. des Annales de Chymie). D'après cela, la température de l'air, qui, chargé du poids de l'atmosphere, augmente son volume de ⅓ en parvenant à la chaleur de l'eau bouillante, doit, dans la table VIII, répondre au nombre ¾ 19372 — 10000 = 4529 répondant à 52° à-peu-près. Cette température primitive est beaucoup trop forte pour supposer qu'elle ait eu lieu dans les expériences de M. Amontons; ainsi sa conclusion est erronée, et le seroit encore en mettant ⅔ 19372 au lieu de ¾ 19372. La petitesse des appareils et quelques défauts de précaution ont rendu sa premiere expérience fautive. Nous en dirons autant d'une seconde dont nous supprimons les détails; mais il en décrit une troisieme qui a un rapport plus immédiat avec sa machine, et dont le procédé est bon à connoître. J'ai fait, dit-il, construire un tube de fer blanc ABCD, fig. (278), n° 1, exactement clos de toutes parts, partagé en deux également par la séparation EF: la partie inférieure EBCF n'a de communication avec la partie supérieure AEFD que par le tube GH enfermé dans un plus gros IL, fermé en L, embouché et soudé en I à la partie supérieure AD. Cette partie AD est en outre traversée par un tuyau MN fixé en O et en N, dont une des extrémités M descend jusques proche du fond EF, et qui communique par son autre extrémité N à un baquet ou réservoir P: il y a de plus, vers A, un robinet pour donner de l'air à la partie supérieure. Ce robinet étant ouvert, on a versé de l'eau dans le petit baquet P, cette eau est descendue par le canal NM dans la partie supérieure du tube ABCD; lorsque cette partie a été toute pleine, on a fermé, et on a plongé pendant 6 secondes la partie inférieure de ce tube dans l'eau bouillante; et une partie considérable de l'eau contenue dans la partie AEFD, poussée par la force du ressort de l'air, est montée avec précipitation dans le baquet P; au bout de 6 secondes l'ayant retirée de l'eau bouillante, l'eau du baquet a commencé à redescendre; mais dans la durée de 30″ elle n'étoit pas encore revenue à l'état où elle étoit auparavant. On a en-

dessous ; car, les soupapes $b\,b$ et $b\,b'$ étant ouvertes, la vapeur peut affluer en même temps par les ouvertures $e\,e$ et $e'e'$. L'espace $e\,e'e'e$ n'a d'autre issue, outre celle par laquelle il communique avec le cylindre à vapeur, que celle qui est fermée par la soupape $d\,d$ qui est abaissée. D'après cette disposition, la vapeur exerce une action égale sur les deux faces opposées du piston, qui se trouveroit en équilibre et immobile sans la pesanteur du contre-poids P suspendu à l'autre extrémité du balancier, et des autres parties de l'attirail qui se trouvent du même côté.

---

suite mis cette partie inférieure dans l'eau froide pour achever de réduire l'air à son premier volume, après quoi on l'a derechef mise dans l'eau bouillante pendant six autres secondes, et l'eau est remontée, comme précédemment, dans le baquet P, on l'a alors plongée dans l'eau froide, et l'air a repris son premier volume en 18 ou 20 secondes : ce qu'on a répété plusieurs fois ; et il est toujours arrivé à-peu-près la même chose, soit qu'on ait tenu pendant les 18 ou 20 secondes cette partie inférieure du tube dans l'eau froide, ou qu'après l'y avoir trempée on l'ait retirée à l'air.

Dans l'expérience qu'on vient de citer, les tubes NM, GH, n'avoient qu'un pied de hauteur, mais dans la suite on les a alongés jusqu'à 8 pieds : ayant répété les mêmes expériences, elles ont encore produit le même effet, excepté que l'eau ne monta pas tout-à-fait en aussi grande quantité, ce qui devoit nécessairement arriver à cause de la plus grande hauteur ou charge d'eau qui opposoit une plus grande résistance à la pression résultante du ressort de l'air.

On mit, après cela, la partie BC sur des charbons ardents, ce qui fit monter l'eau dans le baquet P comme avoit fait l'eau bouillante ; mais elle n'y monta pas si promptement, parceque la chaleur ne s'appliquoit immédiatement qu'au fond BC, au lieu que, dans l'eau bouillante, elle s'appliquoit encore immédiatement aux quatre parois BE, BF, FC, CE, qui faisoient ensemble une superficie double de BC. On ne put pas bien remarquer le temps que l'eau employa de plus à monter dans le baquet P, parcequ'on étoit attentif à prendre garde que la soudure du tube ne se fondît, ce qui arriva enfin ; mais l'eau étoit pour lors dans le baquet pour le moins aussi haute qu'elle l'avoit été par l'effet de l'eau bouillante, et auroit monté plus haut sans cela.

Il suit de cette expérience qu'on peut, par la chaleur du feu appliquée immédiatement à la capacité qui renferme l'air, augmenter la force de son ressort beaucoup plus considérablement que par l'eau bouillante, pourvu que ce qui renferme l'air puisse résister à l'action du feu, et que l'effet en est d'autant plus prompt que l'action s'en fait dans une plus grande étendue.

M. Amontons entre ensuite dans le détail de quelques expériences qu'il a faites sur la force des hommes et des chevaux, afin d'avoir des objets de comparaison pour l'effet de sa machine, dont la fig. (772) représente le profil, et dont voici la description.

Ainsi, eu égard à ces masses prépondérantes, le piston, dans la position représentée par la figure, doit continuer à monter ; on voit qu'il n'a pas un grand espace à parcourir pour être au point le plus haut de sa course : il s'agit d'examiner quel effet doit se produire à la fin de son ascension ; et pour cela il est nécessaire que nous entrions dans quelques détails sur le méchanisme du régulateur.

1447. La soupape *b b* étant toujours ouverte, il y a sans cesse communication entre la partie supérieure du cylindre à vapeur et la chaudière, et ainsi la partie supérieure du piston est con- Comment se pendant la descente du piston du cylindre à vapeur.

A, B, C, D, E, F, etc., et 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., sont deux rangées circulaires et concentriques de cellules disposées autour d'un axe horizontal et mobile G, et exactement closes de toutes parts, à cela près, néanmoins, que les cellules A, B, C, D, E, F, etc., communiquent à chacune des cellules correspondantes 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., par le moyen des tubes HI, LM, MO, PQ, RS, TV, etc., et que les cellules 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., communiquant les unes aux autres par les soupapes 7, 8, 9, 10, 11, 12, etc., qui sont toutes posées et s'ouvrent toutes d'un même sens, en sorte qu'elles permettent l'entrée à l'eau de la première à la seconde cellule, puis de la seconde à la troisième, de la troisième à la quatrième, enfin de la dernière à la première, et qu'elles ne permettent pas son passage dans le sens contraire, les cellules A, B, C, D, E, F, etc., n'ont aucune communication entre elles.

Un réservoir RR, plein d'eau, est placé au-dessous de la machine, et les cellules A, B, C, D, etc., ne sauroient tourner autour de l'axe G sans être pendant une certaine partie de leur révolution entièrement submergées : enfin un fourneau AA, dont la bouche KK est disposée de manière que la flamme échauffe celle des cellules A, B, C, D, etc., qui, par le moyen des tubes HI, LM, MO, etc., communique avec celle des cellules 1, 2, 3, etc., qui se trouve au point le plus bas de sa course.

Cela bien conçu, supposons que, dans l'état représenté par la figure, les cellules 1, 2 et 3 soient remplies d'eau, que les autres 4, 5, 6, etc., ne contiennent point d'eau, et que, dans cet état, l'effort provenant de la pesanteur du fluide qui tend à faire tourner dans le sens TED fasse équilibre à la résistance qu'on veut vaincre, y compris les frottements et les autres obstacles à ranger dans la même classe ; si alors on allume le feu en AA, l'air contenu dans la cellule A s'échauffera, et fera effort pour s'introduire dans le tube HI, de l'extrémité duquel il reviendra presser l'eau contenue dans la cellule 1 ; cette eau, ainsi pressée et ne pouvant s'échapper par la soupape 18, sera refoulée par la soupape 7 dans l'espace 2, et, de suite, le fluide contenu dans les espaces 1, 2, 3, sera refoulé dans le sens où les soupapes livrent le passage, et passera dans les espaces supérieurs. Cette ascension de l'eau ne pourra avoir lieu sans que l'équilibre soit rompu par l'augmentation de la somme des mouvements, qui aura lieu dans le poids moteur, et l'eau, ainsi élevée, fera par son poids, tourner la roue : pendant ce temps la cellule A, dont l'air

tinuellement pressée par la vapeur. D'après cela, pour que le piston puisse redescendre, il faut que la vapeur qui est à la partie inférieure n'ait plus de communication avec la chaudiere et en ait avec le condenseur. Observons que la soupape *b'b'*, qui ferme la partie inférieure de l'espace *pp*, est destinée à intercepter le passage de la vapeur à la partie inférieure du cylindre; ensuite l'espace *e'e'e'e* communique avec l'espace *cccc* par une ouverture que ferme la soupape *dd*, et c'est dans cet espace *cccc* que se fait la condensation : pour cet effet le tuyau recourbe

---

intérieur est échauffé, sera submergée dans le réservoir RR, et éprouvera un refroidissement qui rendra à cet air intérieur sa premiere température, ou au moins le mettra à un point tel qu'il puisse achever de se refroidir avant que la cellule A revienne en KK; de plus la flamme BB, échauffant sans cesse les parois extérieures des cellules qui se présentent en KK, refoule sans cesse l'eau comme elle avoit fait aux cellules 1, 2, 3, et continue ainsi à faire tourner la roue, les cellules A, B, C, D, etc., échauffées, allant successivement se refroidir dans le réservoir RR.

La machine de M. Amontons, telle que nous venons de la décrire, auroit certainement de très grands inconvénients dans l'exécution; mais on ne peut s'empêcher de convenir qu'elle est extrêmement ingénieuse, et qu'elle peut fournir d'excellentes idées aux artistes qui réunissent la théorie à l'habitude de pratiquer. L'auteur donne 12 pieds de diametre au tambour des cellules 1, 2, 3, 4, etc., sur une pareille longueur de 12 pieds, prise perpendiculairement au plan de la figure, et 2 pieds de profondeur comptés du côté du centre de la roue : ces cellules renferment 754,3 pieds cubes d'eau, dont le quart est 188,6, qui, multipliés par 70 livres, poids d'un pied cube d'eau, donnent 13202 livres. M. Amontons pense qu'avec cette masse on mettra en mouvement une résistance équivalente à 9429 livres, appliquée tangentiellement à la circonférence qui passe par le milieu des cellules 1, 2, 3, etc., la roue pouvant faire une révolution en 36 secondes. Cet effet équivaudroit, selon lui, au travail ordinaire de 39 chevaux ou de 234 hommes.

En indiquant, art. (1336), la machine de M. Amontons, nous avons parlé d'une autre machine proposée par M. Dalesme : voici ce qu'en dit l'Histoire de l'académie pour l'année 1705. « M. Dalesme a proposé à la compagnie quelques vues, que l'on a cru qui pourroient être utiles et qui mériteroient que l'on fît les frais des expériences en grand. Il a imaginé qu'on pourroit employer, pour une force mouvante, le ressort de la vapeur qui s'éleve de l'eau chaude; il a fait voir par une machine où ce ressort seul faisoit jaillir de l'eau à une très grande hauteur, combien il a de puissance. »

Il est à regretter que l'on n'ait pas de plus grands détails sur le moyen de M. Dalesme : peut-être son modele existe-t-il dans la collection des machines de l'académie; mais on ne pourra le savoir que lorsque cette collection aura été mise en ordre.

б'c'c', plongé dans la bache BB, a une de ses extrémités enfoncée dans le condenseur, et l'autre, garnie d'une soupape *σσ*, continuellement submergée dans l'eau de la bache, le tout d'une maniere analogue à ce que nous avons dit précédemment pour les machines à double effet.

Cela posé, lorsque le piston, pressé également entre deux vapeurs, est parvenu au point le plus haut de sa course, il faut, pour opérer sa descente, que la soupape *bb'* se ferme, ce qui interrompt la communication entre la chaudiere et la partie inférieure du cylindre à vapeur, et que les soupapes *dd* et *σσ* s'ouvrent, ce qui fait affluer la vapeur inférieure dans le condenseur *cccc*, et y produit un jet d'eau fraîche par le tuyau *c'c'c'c'* qui condense aussitôt la vapeur. Le vuide étant ainsi produit au-dessous du piston P, l'action de la vapeur supérieure le fait redescendre.

Il s'agit donc de savoir comment, lorsque le piston est parvenu au point le plus haut de sa course, la soupape *bb'* se ferme et les soupapes *dd* et *σσ* s'ouvrent.

1448. La soupape *bb'* est haussée et baissée par un levier $b^2 k$ tournant avec l'axe *k* auquel il est fixé; un levier $p^3 k k$ est également fixé à l'extrémité extérieure de l'axe *k*, le poids P^3, qui tend à s'abaisser, tend par conséquent aussi à faire fermer la soupape *bb'*; mais il est, dans la disposition que représente la figure, tenu élevé par l'action d'un levier courbe $f^1 g^1$, fixé à l'axe f^1, tournant avec lui, et pressant de haut en bas la branche *kk* du levier $p^3 k k^1$. Cette pression est capable de l'emporter sur le poids P^3, au moyen de l'action du poids P^1 suspendu à un cliquet $f^1 g^2$ qui est fixé à l'axe f^1 et tourne avec lui. Jeu de chaque piece du régulateur.

L'axe f^1 porte encore un levier $f^1 g^3$ au dessous duquel on voit une cheville *γ* fixée à la poutrelle *π*: nous en verrons bientôt l'usage.

La soupape *dd* est haussée et baissée par un levier $k^2 k^3$, agissant en b^3 sur la queue de cette soupape. Elle est fermée dans la figure, et l'extrémité du levier $k^2 k^3$ repose sur un levier courbe $f^2 g^7$ attaché à l'axe f^2. Le mouvement de cet axe f^2 est déterminé par le levier $g^5 f^2 g^6$ qui fait corps avec lui, dont la branche $f^2 g^5$ est pressée, lors de l'abaissement du piston du cylindre à vapeur, par le tasseau $\pi^1 \pi^1$, et dont la branche $f^2 g^6$ forme encliquetage avec la piece $f^2 g^7$: nous allons bientôt y revenir.

Enfin la soupape *σσ* tient à une tringle verticale, qui elle-même est attachée à l'extrémité d'une bascule *yy* tournant autour de l'axe k^4. Le mouvement de cette bascule est produit par

le levier f^5g fixé à l'extrémité d'un axe horizontal $f^5f^5f^5$. Cet axe horizontal porte deux pieces f^5k^4 et f^5k^5 dont nous verrons l'usage; il porte, en outre, un contre-poids f^5P^5; c'est ce contre-poids qui, en tombant, fait lever la bascule yy en amenant le levier f^5g sur la branche de cette bascule opposée à la tringle de la soupape.

Dans la situation que représente la figure, le poids P^5 est élevé ainsi que le levier f^5g, et la soupape $\sigma\sigma$ est fermée; le poids P^5 est retenu dans cette situation, parceque la tige à l'extrémité de laquelle il est placé forme encliquetage avec un levier qf^4g'', tournant autour de l'axe f^4. Pour bien concevoir cet encliquetage, il faut observer que le poids P^5 tourne dans un plan perpendiculaire à celui de la figure 279, et que le levier qf^4g'' tourne dans un plan parallele à celui de la même figure. Un contre-poids P^4, placé à l'extrémité d'une verge inclinée, tend, comme on voit, à faire tourner le levier qf^4g'', et presse l'encliquetage parallèlement au plan de la fig (279), tandis que la pesanteur de P^5 produit une pression dans un plan perpendiculaire à celui de cette figure.

La barre qq^2 est destinée à dégager l'encliquetage dont nous venons de parler: cette barre est liée, en q, au levier qf^4g'', au moyen d'un axe faisant l'effet d'une charniere, elle est supportée, du côté de q^2, par un collier Q, dans lequel elle peut glisser librement; enfin elle porte en a une partie saillante qui s'ajuste sur la face de la poutrelle π qui porte le tasseau π^5. On voit par cette description que la barre q^2q est susceptible d'un petit mouvement horizontal, lequel ne peut avoir lieu sans que le levier qf^4g'' ne tourne en même temps, et que par conséquent l'encliquetage ne s'engage ou ne se désengage. Le mouvement pour desengager est produit par l'action du tasseau $\pi^5\pi^5$ sur la piece saillante a; ce tasseau, terminé en forme de coin à sa partie supérieure, écarte, lors de l'ascension de la poutrelle π, la piece a, et lui donne, ainsi qu'à la barre et à tout l'attirail qui y est attaché, au dessous de f^4, un mouvement de droite à gauche, tandis que la branche f^4g'' se meut de gauche à droite, se désengage, et laisse tomber le poids P^5.

La piece $g^{m}f^5g^5$, qui tourne avec l'axe f^5 et qui forme encliquetage avec la piece $g^5f^5g^6$, est désengagée par la piece f^5k^5, qui, lors de la chûte de P^5, vient frapper de bas en haut l'extrémité inférieure de la branche f^5g^6.

Enfin la piece gfg', qui tourne avec l'axe f, est destinée à faire encliquetage avec la piece f^5g^5: cet encliquetage se desengage

au moyen du tasseau $\pi^3\pi^3$, qui, taillé en coin à sa partie inférieure, écarte, lors de la descente de la poutrelle $\pi\pi$, la branche fg', et fait faire un petit mouvement à l'axe f et à la branche ou rochet fg.

La poutrelle $\pi\pi$, qui donne le mouvement au régulateur, est suspendue au balancier par une chaine comme les poutrelles dont on a parlé aux art. (1338, 1341 et 1444) Pour maintenir le mouvement vertical de cette poutrelle, on y a adapté deux traverses horizontales xx, xx, dont les extrémités coulent dans les rainures verticales $x'x'$, xx', pratiquées à des poutres XX, XX, immobiles et solidement établies.

Après avoir vu le jeu détaillé de chaque piece revenons à l'ensemble du mouvement. *(Voyez les renvois des differentes figures.)*

Le piston P du cylindre, se trouvant, comme on l'a dit, entre deux vapeurs et montant par l'effet des contre poids, a, dans l'état représenté par la fig (279), encore un espace à parcourir pour arriver au point le plus haut de sa course. Mais le coin qui termine le tasseau $\pi^1\pi^1$ est prêt à s'engager entre la partie saillante a de la barre q^2q et la poutrelle ΠΠ, à laquelle ce tasseau $\pi^1\pi^1$ est attaché : ainsi la poutrelle ΠΠ continuant de monter, la barre q^2q marchera de droite à gauche, fera tourner le levier qf^5g^4, dégager l'encliquetage qui tient le levier f^5P^5 elevé, et tomber le poids P^5. Ce poids en tombant produira deux effets, l'un, de faire appuyer le levier f^5g sur la bascule $\gamma\gamma$, et de faire, par conséquent, lever la soupape $\sigma\sigma$ du tuyau d'injection ; l'autre, de faire choquer, de bas en haut, l'extrémité inférieure de la branche f^5g^{10} par la piece f^5k^2, au moyen de quoi l'encliquetage f^5g^7, f^5g^6, se dégagera. la piece f^5g^5, étant devenue ainsi libre, cédera à l'action du poids P^5, qui lui fera faire une partie de révolution ainsi qu'à toutes les pieces attachées à l'axe f^5. Cet effet ne pourra avoir lieu sans que le levier f^5g^9 ne souleve l'extremité du levier k^2k^3, et de suite la soupape dd, dont la queue tient, en b^5, à ce levier : ainsi la chûte du poids P^5 fera lever les deux soupapes $\sigma\sigma$ et dd, au moyen de quoi, d'un côté, l'injection se fera par le tuyau $c'c'c'c'$, et de l'autre la vapeur à condenser affluera dans le condenseur $cccc$ par l'ouverture à laquelle la soupape dd est adaptée.

Ensemble du mouvement du régulateur et [illegible] du cylindre à vapeur.

Mais dans le même temps la cheville γ presse, de bas en haut, la branche f^5g^5 qu'elle fait remonter avec tout l'attirail attaché à l'axe f^5, jusqu'à ce que la piece f^5g^7 vienne s'engager et former encliquetage avec la piece fg qui est au dessus. Or nous avons vu que la soupape bb étoit ouverte, parceque la branche

hh' étoit tenue abaissée par la branche $f\,g^4$ et l'action du poids P¹, mais la branche $f'g^4$ étant élevée, le poids P⁵ s'abaisse et fait fermer la soupape bb'.

La soupape bb' étant fermée et les soupapes dd et $\sigma\sigma$ ouvertes, la condensation se fait dans la partie inférieure du cylindre à vapeur, et le vuide s'y établit. Cependant la vapeur continue à presser la partie supérieure du piston P, qui a toujours communication avec la chaudiere par l'espace ee cette pression, n'étant plus contre balancée par aucun effort inférieur, l'emporte sur les contre-poids opposés, et force le piston P à redescendre en faisant remonter tout l'équipage qui est à l'autre extrémité du balancier.

Examinons maintenant ce qui se passe lors de la descente du piston du cylindre à vapeur et par conséquent de la poutrelle $\Pi\,\Pi$.

La chûte du poids P⁵ a fait élever les pieces f^5k^5, f^3k^4, puisque toutes ces pieces tiennent au même axe $f^5f^3f^5$. d'après cela, lorsque la poutrelle $\Pi\,\Pi$ redescend, le tasseau $\pi\pi$ vient rencontrer la piece f^5k^4, la force de s'abaisser en faisant tourner l'axe $f^3f^5f^5$, et fait remonter le poids P⁵; d'un autre côté le tasseau ou coin $\pi^3\pi^3$ se dégageant de l'arrêt a, le poids P⁴ fait revenir la barre q^2q dans la position que représente la figure, au moyen de quoi et de l'élévation du poids P⁵, l'encliquetage f^4g^{11}, f^5P^3, se rengage, et la piece f^3g ne pressant plus sur la bascule $\gamma\gamma$, la soupape d'injection $\sigma\sigma$ se referme par son propre poids: mais en même temps le tasseau $\pi'\pi'$ presse sur la branche f^5g^6, la fait baisser, et fait rengager l'encliquetage f^5g^6, f^5g^7; alors la branche f^5g^5 ne soulève plus la branche k^3k^3, et la soupape dd se referme; enfin le tasseau $\pi^2\pi^2$, dont l'extrémité inférieure a la forme d'un coin, vient séparer la branche fg' de la poutrelle, écarte fg', et fait désengager l'encliquetage fg, fg^3, que l'ascension de la cheville γ avoit fait précédemment engager; alors le poids P¹ fait presser la branche f^1g^4 sur la branche kh, et fait lever la soupape bb'.

Tout revient donc à l'état représenté par la figure 279, qui est celui dans lequel nous avons d'abord pris les choses. La communication de la partie inférieure du cylindre à vapeur avec le condenseur et la soupape d'injection étant fermée d'une part, la communication de cette même partie du cylindre à vapeur avec la chaudiere étant ouverte de l'autre, la vapeur afflue au-dessus et au-dessous du piston P, qui se trouve alors en équilibre par rapport à l'action de cette vapeur, et n'est plus mû que par les

contre poids

contre-poids, qui le font remonter et font redescendre les équipages placés à l'autre extrémité du balancier.

La montée du piston P et de la poutrelle ПП fait refermer la soupape *bb*, rouvrir les soupapes *dd* et *σσ*, le tout de la maniere que nous avons décrite ci-devant; les effets correspondants se reproduisent, et ainsi de suite.

1449. On voit, dans la bache BB, la pompe *à air* dont nous avons parlé pour la premiere fois art. (1341), et dont l'usage et la construction sont absolument semblables à celle décrite art. (1386 et 1412). Elle est accompagnée de sa soupape de reprise qui reporte dans la chaudiere l'eau nécessaire pour fournir aux pertes de l'évaporation, et le superflu est jeté en dehors. Il est inutile, d'après ce que nous avons dit aux articles cités, d'entrer dans aucun détail sur cette pompe. Pompe à air.

1450. Le lecteur distinguera aisément le *reniflar* qu'on voit, dans la figure 279, traverser la bache BB derriere la pompe à air et dont l'ouverture extérieure est hors de la bache BB. nous n'avons encore à cet égard rien à ajouter à ce que nous avons dit art. (1396). Bouffaut.

1451. On voit, à l'extrémité du balancier opposée à celle qui soutient la tige du piston du cylindre à vapeur, une chaîne tangente qui supporte le contre-poids P′ et la tige *zz* du piston *z′* de la pompe ZZ. Cette pompe est celle qui produit l'effet utile de la machine, elle prend l'eau dans un puisard inférieur qui a communication avec la riviere de Seine. Pompe employée à produire l'effet utile de la machine.

Le piston *z′* est garni de quatre soupapes; elles sont ouvertes parceque le piston descend, et que l'eau, qui, dans l'ascension précédente, a été aspirée au dessus de *z′z′*, passe maintenant au dessus de *z*. L'ouverture de ces soupapes est réglée par les extrémités de deux secteurs placés l'un au-dessus de l'autre et contre lesquels on voit que les soupapes sont appuyées.

Il y a également quatre soupapes dormantes en *z′z′* qui sont fermées par la raison qu'on vient de donner; les ouvertures de ces soupapes sont, comme celles des précédentes, réglées par les extrémités de deux secteurs qui paroissent dans la figure. Seconde machine semblable à celle qu'on vient de décrire et construite dans le même emplacement.

1452. MM. Périer ont fait construire dans le même emplacement deux machines pareilles à celles que nous venons de décrire, afin que, lorsqu'on fait quelques réparations à l'une, l'autre puisse continuer le travail. La figure 280 représente la seconde de ces machines: mais il auroit été inutile de la dessiner, si la même figure ne représentoit pas en même temps plusieurs détails qui ne sont pas dans la figure précédente, qu'il est im-

portant de connoître et sur lesquels nous aurons à revenir dans la suite. On voit d'abord une coupe de la chaudiere avec son regard et sa soupape de sureté, l'ouverture profilée sur la droite, par laquelle on jette la matiere combustible, les canaux au moyen desquels la flamme et la fumée serpentent autour de la chaudiere, enfin la communication du fourneau avec la cheminée qui est sur la gauche : pour peu que le lecteur soit accoutumé aux descriptions précedentes, il n'aura pas besoin de plus grandes indications.

Récipient disposé pour donner de la continuité à l'écoulement de l'eau dans le réservoir ; observations sur ce moyen.

1453. L'eau, élevée par celle des machines qui est en jeu, se rend dans un récipient RR qui communique avec l'une et l'autre pompe adaptée à ces machines. De là elle se rend dans un espace S par quatre ouvertures, auxquelles sont adaptées autant de soupapes profilées et représentées ouvertes dans la figure, d'où elle coule immédiatement dans le tuyau de conduite TTT, et enfin dans les réservoirs placés au haut de Chaillot.

L'objet du récipient RR est de donner de la continuité à l'écoulement de l'eau dans les reservoirs : cet effet est dû à ce que, pendant l'ascension du piston de la pompe qui est en mouvement, il entre plus d'eau dans le récipient RR qu'il n'en sort par les soupapes en S; l'excédent s'éleve donc dans le récipient RR dont la partie supérieure est remplie d'air atmosphérique qui ne peut s'échapper; l'espace qu'occupoit l'air étant ainsi resserré, son ressort augmente dans la proportion de la diminution de son volume, et lorsque le piston de la pompe redescend, cet air développe son ressort en pressant sur l'eau inférieure; il remplace l'action qu'exerçoit le piston lors de son ascension, et l'eau continue à monter dans les réservoirs. On voit au bas de la pompe ZZ un petit tuyau *w* avec son robinet qui en diminue à volonté l'ouverture. Ce tuyau sert à introduire un petit filet d'air, qui à chaque aspiration pénetre dans le corps de pompe et se rend ensuite au haut du récipient : on peut fermer entièrement le robinet lorsqu'on juge que le recipient contient assez d'air pour refouler l'eau; les tuyaux *e* et *e'*, armés de robinets, servent à cet égard d'éprouvette pour connoître que la séparation respective des volumes de l'eau et de l'air se trouve entre certaines limites. Nous reviendrons dans la suite sur cet objet avec plus de détails.

Il faut observer que si on obtient sensiblement la continuité de l'écoulement par le moyen du récipient RR, il n'en est pas de même de l'uniformité; le piston de la pompe étant supposé se mouvoir uniformément, la vitesse de l'écoulement est accelé-

rée pendant son ascension et retardée pendant sa descente : cet effet est aisé à concevoir en faisant attention que le ressort de l'air contenu dans le récipient augmente graduellement dans le premier cas et diminue dans le second. On remarque même, lorsque le piston est parvenu au point le plus bas de sa course, une espece d'interruption qui dure quelques secondes.

Machine à feu du Gros Caillou disposition générale.

1454. Nous allons maintenant décrire une autre machine à feu de la même espece que la précédente, mais d'une construction différente, établie au Gros Caillou. Nous omettrons plusieurs détails qui seroient inutiles après ce que nous avons dit de celle de Chaillot, et nous nous attacherons seulement aux parties qui constituent les différences essentielles entre les deux machines.

Le cylindre AA (fig. 284, 285 et 286), est établi sur le massif BB; il communique avec le cylindre *pp* par deux boites ou ouvertures *e* et *e* de la maniera decrite art. (1445) qui se rapporte à la figure 279. Nous n'entrerons ici dans aucun détail sur ce sujet, vu que nous n'aurions rien à dire de particulier d'après ce qui a été dit à l'article cité.

Nous nous dispenserons également de parler de la communication de la chaudiere avec l'espace renfermé par la boîte *q*. La vapeur y afflue par le tuyau *oo*, qui communique à la chaudiere, et pénetre, de là, dans le cylindre de la même maniere qu'à la fig. 279.

Ainsi la vapeur remplit sans cesse la boîte *q*, le cylindre *pp* et la partie du cylindre AA qui est au-dessus du piston; car on a vu que la communication de la chaudiere à ces différents espaces n'est jamais interceptée; on peut seulement en augmenter ou diminuer le passage en tournant le levier *cc*, qui produit un effet analogue à celui du levier *b' b'* fig. (279), au moyen duquel on peut ouvrir plus ou moins la soupape *b' b'*.

Comment le mouvement une fois imprimé se continue spontanément.

Considérons donc l'espace *q*, l'espace *pp* et la partie supérieure du cylindre à vapeur comme continuellement remplis d'une vapeur qui se renouvelle sans cesse par une cause quelconque. La chaudiere n'a pas été représentée dans la figure, parcequ'après toutes les descriptions précédentes, le lecteur peut fort aisément se représenter et sa position et sa correspondance avec la chaudiere.

1455. Cela posé, il s'agit d'expliquer comment, le mouvement de la machine une fois imprimé et la cause productrice de la vapeur continuant d'agir, le mouvement se continue spontanément.

On saura d'abord qu'ici, comme à la machine (fig. 279), le jeu du balancier est produit par l'action alternative de la va-

peur qui fait descendre le piston dans le cylindre à vapeur, et des contre-poids suspendus à l'extrémité opposée du balancier qui le font remonter. Ainsi supposant, comme dans le cas représenté par la figure, que le piston du cylindre à vapeur est au point le plus haut de sa course, le vuide se fait à la partie inférieure du cylindre, et la vapeur qui agit continuellement à la partie supérieure fait redescendre le piston et remonter les équipages qui sont de l'autre côté du balancier; lorsque le piston a atteint le point le plus haut de sa course, la communication de la vapeur dans la partie inférieure du cylindre se rétablit, le piston se trouve alors également pressé par la vapeur inférieure et par la supérieure, et les contre-poids placés à l'extrémité du balancier le font remonter.

L'explication que nous avons donnée se réduit donc à faire voir par quel méchanisme la vapeur est alternativement introduite et condensée dans la partie inférieure du cylindre. Ce n'est que dans ce point et aux dimensions près que la machine du Gros Caillou differe principalement de celle de Chaillot.

1456. Une des principales pieces du *régulateur* qui produit l'effet dont nous venons de parler est la poutrelle PP, suspendue par une chaîne tangente à un secteur fixé au balancier, comme la poutrelle de la machine (fig. 279). Les figures 288 et 289 offrent deux faces de la partie inférieure de cette poutrelle dessinées sur une plus grande échelle que les autres figures. Il faut remarquer, sur une de ces faces, les pieces *tt*, *t't'*, se terminant toutes deux en forme de coin, la premiere à sa partie inférieure et la seconde à sa partie supérieure; l'autre face est garnie d'une plaque de métal dans laquelle sont les trous quarrés *d*, *d*, *d*, etc. qui pénetrent le bois dans une partie de son épaisseur; ces trous font l'effet d'une cremaillere qui fait tourner la roue de métal *rr*, comme nous allons le voir.

Cette roue, qui tourne librement sur l'axe *hh*, lequel tourne lui-même dans des colliers de metal attachés aux montants du bâti de charpente TT; cette roue, disons-nous, est garnie dans toute sa circonférence de dents espacées pour s'engrener dans les ouvertures *d*, *d*, etc.; au moyen de cet engrenage, lorsque la poutrelle monte, la roue *rr* tourne dans un sens, et elle tourne ensuite dans le sens contraire lorsque la poutrelle descend.

Une petite piece de fer *n* (fig. 293) est fixée à un des côtés de la roue *rr*, sur le plan duquel elle forme saillie; lorsque la roue *rr* a fait une portion de révolution, la piece *n* atteint et choque le levier *hx*, qu'on voit séparément (fig. 294), et à côté de la roue *rr*, dans le plan (fig. 284). Ce levier est fixé à l'axe

hh et ne peut tourner sans lui ; ainsi, lorsqu'il est rencontré par la piece n, toutes les pieces fixées à l'axe hh et cet axe lui-même prennent un mouvement de rotation. Faisons la revue de ces pieces.

La premiere est un contre-poids $h\Pi$ dont la lentille π est soutenue par une courroie attachée à un point supérieur ; on lui oppose quelquefois un second contre poids $h\pi$, dont la lentille π peut couler le long de la verge coudée à laquelle elle est suspendue, afin de modérer plus ou moins l'effet de la chûte de la lentille Π.

La seconde est un levier courbe hg^4, qui sert à faire lever un levier kk^4 ; ce dernier fait ouvrir et fermer la soupape q^4 qu'on voit dans le profil fig. (292).

La troisieme est encore un levier courbe hg', qui fait baisser un autre levier kk^3, et ce dernier fait ouvrir et fermer la soupape q'.

Enfin la quatrieme est le levier hx dont nous avons parlé précédemment, placé à côté de la roue rr, laquelle, ainsi que nous l'avons dit, n'est point fixée à l'axe hh, mais tourne librement sur cet axe.

Le lecteur qui a parcouru la description de la machine précédente doit très bien connoître la destination des soupapes q', q'' et $\sigma\sigma$; il sait que la soupape q' est destinée à établir ou à intercepter la communication entre la vapeur affluant de la chaudiere et la partie inférieure du cylindre, que la soupape q'' produit le même effet à l'égard du condenseur, et que la soupape $\sigma\sigma$ ouvre ou ferme l'entrée du condenseur à l'eau d'injection : nous sommes dispensés à présent d'entrer sur tous ces objets dans des détails qui, après les descriptions précédentes, sont familiers au lecteur.

D'après cela, lorsque la soupape q' est fermée et que les soupapes q'' et $\sigma\sigma$ sont ouvertes, la condensation se fait à la partie inférieure du cylindre, le vuide s'y établit, le piston descend ou est au moment de descendre. Lorsqu'au contraire la soupape q' est ouverte et les soupapes q'' et $\sigma\sigma$ sont fermées, la condensation n'a plus lieu, la vapeur s'introduit librement à la partie inférieure du cylindre, et le piston, également pressé des deux côtés par la vapeur, remonte par le moyen des contre-poids, ainsi qu'on l'a dit précédemment.

Le premier cas est celui de la figure ; et il s'agit de voir comment, lorsque le piston sera descendu, le second cas arrivera, c'est-à-dire comment la soupape q' s'ouvrira, les soupapes q'' et $\sigma\sigma$ se fermant.

Lorsque, comme dans le cas de la figure, le piston est au haut

de sa course, la piece n de la roue rr est (fig. 285) à gauche de l'axe h ou entre cet axe et le cylindre, et le levier hx, que cette piece doit remonter, est à droite. Le piston du cylindre à vapeur descendant, la poutrelle PP du cylindre à vapeur descend en même temps, et fait, par l'engrenage à crémaillere décrit ci-dessus, tourner la roue rr: l'axe hh ne se meut point encore, car on a vu que la roue rr tourne librement sur lui; mais lorsque, la poutrelle PP continuant à descendre, cette roue a fait à peu-près une demi-révolution, la piece n rencontre par dessous le levier hx qu'elle entraîne dans son mouvement avec le poids Π et les leviers hg' et hg'', le poids Π s'élevant atteint la verticale, et, la dépassant ensuite, retombe de lui-même du côté opposé à celui où la figure le représente; à cette époque le piston est parvenu vers le point le plus bas de sa course.

Pendant l'ascension du poids Π, le levier hg'', qui descend, permet au levier kk' de s'abaisser, et la soupape q' s'abaisse pareillement (on peut voir dans le profil, fig. 292, la correspondance entre les mouvements des leviers kk', $k'k'$ et, des soupapes q' et q''); lorsqu'ensuite le poids Π a dépassé la verticale, la soupape q'' est tout-à-fait fermée, et le levier hg' pressant sur le levier kk', le force de s'abaisser, au moyen de quoi la soupape q' s'ouvre.

On voit donc comment, lorsque la soupape q'' se ferme, celle q' s'ouvre, et réciproquement. Il reste à expliquer comment les soupapes q' et $\sigma\sigma$ s'ouvrent et se ferment en même temps.

La soupape $\sigma\sigma$ tient à une verge $\delta\delta$ (fig. 285) qui s'éleve et s'abaisse alternativement; par conséquent, pour concevoir le mouvement de la soupape, il suffit de concevoir celui de la verge à laquelle elle est attachée. Cette verge paroît, dans la figure 285, suspendue à un axe zz, qui fait partie d'un méchanisme qu'on voit plus en grand dans la figure 288 qui en représente l'élévation en face; la figure 289 en représente l'élévation latérale; et la figure 287 en représente le plan: c'est à ces dernieres figures qu'il faut rapporter ce que nous allons dire.

L'axe zz se meut dans des colliers pratiqués aux deux supports H'H; à cet axe sont fixées les pieces suivantes; savoir, 1°. un levier $\gamma''\gamma''$, portant à une de ses extrémités un poids Π', et à l'autre la verge $\delta\delta$, à laquelle est suspendue la soupape $\sigma\sigma$. On voit que le haut de cette verge, qui est en forme de fourche, embrasse l'extrémité du levier $\gamma''\gamma''$, à laquelle il reste suspendu au moyen d'une goupille; 2°. un levier coudé wzU', qu'on voit dessiné à part (fig. 290): à la branche U' est attachée une verge quarrée $\gamma'\gamma'$, qui traverse librement un trou $\gamma'\gamma'$ pratiqué à un

montant immobile HH. La liaison de U' à la verge $\gamma'\gamma'$ se fait en plaçant leurs têtes ou extrêmités l'une à côté de l'autre et les traversant par un axe ou goupille, au moyen de quoi ces deux extrêmités communes forment charniere ou articulation.

La verge $\gamma'\gamma'$a, comme on voit (fig. 289) une de ses extrêmités appuyée contre le corps de la poutrelle PP; mais on conçoit aisément, d'après ce qu'on vient de dire, que si un effort quelconque poussoit horizontalement cette verge de droite à gauche, de maniere à l'éloigner de la poutrelle, l'axe zz et tout le système qui lui est attaché tourneroit à cause de l'articulation qui lie $\gamma'\gamma'$ à U'; ainsi l'extrêmité w de zw s'abaisseroit, la verge $\delta\delta$ attachée à l'extrêmite de $\gamma''\gamma''$ s'abaisseroit aussi en faisant fermer la soupape $\sigma\sigma$, et le poids π^5 s'éleveroit. Or cet effort qui fait mouvoir $\gamma'\gamma'$ est produit par le tasseau tt lors de la descente de la poutrelle PP, la partie taillée au coin de ce tasseau s'introduit entre l'extrêmite de $\gamma'\gamma'$ et le corps de la poutrelle, fait couler cette verge dans l'ouverture $\gamma\gamma'$, produit le mouvement de l'axe et de toutes les pieces qui y sont attachées, et fait par consequent fermer la soupape $\sigma\sigma$.

Nous avons vu précédemment que la poutrelle en descendant faisoit fermer la soupape q' (fig 292 et 285), et on conçoit à présent comment cette descente produit le même effet sur la soupape $\sigma\sigma$.

Mais il ne suffit pas que le tasseau tt fasse fermer la soupape $\sigma\sigma$; il faut encore que, lors de l'ascension de la poutrelle PP, et quand le tasseau tt n'est plus interposé entre cette poutrelle et l'extrémité de la verge $\gamma'\gamma$ après s'en être dégagé en montant; il faut, disons-nous, que la soupape $\sigma\sigma$ reste encore fermée un certain temps, c'est-à-dire que tout l'équipage attaché à l'axe zz conserve la situation où l'a mis l'interposition de tt, entre le corps de la poutrelle PP et l'extrémité de la verge $\gamma'\gamma''$. Cette condition exige des moyens particuliers; car on conçoit que si l'équipage attaché à l'axe zz étoit abandonné à lui même, la pesanteur du contre-poids Π' le feroit redescendre à sa premiere place, feroit remonter tout ce qui est de l'autre côté de l'axe zz, et par conséquent ouvrir la soupape $\sigma\sigma$.

On remplit la condition dont nous parlons avec les deux pieces UU et $\gamma'\gamma'$, la piece UU tourne autour d'un axe $x'x'$ et est terminée à sa partie inferieure par un contre-poids Π^4, la courbure de la branche x U Π^4 est telle que le contre poids Π^4 se trouve du côté de la poutrelle PP par rapport à l'axe x', et

tend par conséquent à faire rapprocher de cette poutrelle l'extrémité supérieure de UU. La verge horizontale $\gamma''\gamma''$, qui est quarrée, glisse librement dans une ouverture de même forme pratiquée au montant HH, à côté de l'ouverture $\gamma\gamma'$, dans laquelle passe la verge $\gamma\gamma$; une des extrémités de $\gamma''\gamma'''$ se trouve ainsi contre la poutrelle PP, et l'autre extrémité est liée à l'extrémité supérieure de UU par une goupille ou un axe formant en ce point charniere ou articulation, ce que la fig. 291 fait voir clairement.

D'après cette disposition le poids Π^2 doit tendre sans cesse à faire appuyer l'une des extrémités de $\gamma\gamma'''$ contre la poutrelle PP, et cette extrémité ne s'en sépare que lorsque le tasseau $t't'$, qui correspond à $\gamma'''\gamma''$, vient pendant l'ascension de la poutrelle s'interposer entre cette poutrelle et l'extrémité de $\gamma'''\gamma'''$. Or voici ce qui résulte de ce double effet.

Lorsque la poutrelle PP descend, les choses restent dans l'état représenté par la fig. (289) tant que l'extrémité supérieure du tasseau $t't'$ n'est pas parvenue au dessous de $\gamma''\gamma''$; mais quand elle y parvient, le poids Π, qui alors fait presser une des extrémités de $\gamma'''\gamma'''$ contre le corps de la poutrelle, fait en même temps avancer l'entaille *uu* au dessous de l'extrémité *w* de la branche *zw*; la poutrelle PP continuant à descendre, le tasseau *tt* vient se glisser entre la verge $\gamma\gamma''$ et le corps de la poutrelle, l'extrémité *w* s'engage dans l'entaille *uu*, et les pieces *zw tt* UU forment encliquetage, au moyen de quoi le poids Π demeure élevé, et la verge $\gamma''\gamma''$ conserve sa position jusqu'à ce que, par l'ascension de la poutrelle la verge $\gamma'''\gamma'''$ soit atteinte par le tasseau $t't'$ qui fait dégager l'encliquetage.

Il est aisé de concevoir comment ce dégagement a lieu par l'interposition du tasseau $t't'$ entre l'extrémité de $\gamma''\gamma'''$ et le corps de la poutrelle, qui, faisant mouvoir $\gamma''\gamma''$ de droite à gauche (fig. 289), écarte l'entaille *uu* dans le même sens, et laisse échapper *w*, qui s'éleve aussitôt par l'abaissement du poids Π^2; d'un autre côté la même ascension de la poutrelle fait tourner la roue *rr* dans un sens contraire à celui où elle a tourné précédemment, la piece *n* vient rencontrer le levier *ha*, qu'elle entraine dans son mouvement avec le poids Π et les leviers hg^2 et hg'; le poids s'élevant atteint la verticale, et, la dépassant ensuite, retombe de lui même et revient dans la position où la (fig. 285) le représente : or pendant que cet effet se produit hg' abandonne le levier kk', et le poids Π' fait fermer la soupape q'; au contraire le levier hg^2 souleve le levier $k'k^2$ et fait ouvrir la soupape q^2.

La

La soupape q' étant ainsi fermée, pendant que les soupapes q et rr sont ouvertes, les choses reviennent à l'état où nous les avons supposées au commencement de cette description; la condensation se fait au dessous du piston, la vapeur supérieure le fait redescendre, et ainsi de suite.

1457 La machine que nous venons de décrire est employée, comme celle du Gros-Caillou, à élever de l'eau par le moyen d'une pompe. Un récipient d'air semblable à celui de la fig (280) sert à donner de la continuité à l'écoulement du fluide dans le réservoir supérieur. Il seroit inutile de nous livrer ici à aucun détail sur tous ces objets accessoires. Récipient d'air

1458 MM. Perier ont fait construire à leur manufacture de Chaillot une petite machine à feu destinée à élever l'eau nécessaire pour faire tourner les roues à aubes qui font mouvoir les machines à forer. Le méchanisme de cette machine à feu peut être assimilé à celui de la précédente, quant au système des leviers qui font hausser et baisser les soupapes de communication de la partie inférieure du cylindre à vapeur avec la chaudiere et le condenseur, et quant à la maniere de faire ouvrir et fermer la soupape d'injection. La différence essentielle qui existe entre les régulateurs des deux machines consiste dans la maniere dont la poutrelle fait tourner l'axe horizontal auquel sont attachés les leviers et le contre-poids qui se rapportent aux soupapes de la partie inférieure du cylindre à vapeur. Il n'y a point dans la petite machine de Chaillot de cremaillere ni d'engrenage, comme au Gros-Caillou; et voici comment on y supplée. Machine à feu employée dans la manufacture de MM Perier.

On a placé dans le prolongement et dans la direction de l'axe qui répond à l'axe hh, dans la (fig. 286), un autre axe, plus court, porté sur des supports particuliers, qui est placé devant la poutrelle et qui est immédiatement mû par cette poutrelle. Pour cela ce petit axe porte quatre leviers, dont deux jouent d'un côté de la poutrelle et deux de l'autre. Dans chaque paire de leviers il y en a un grand et un petit : une cheville commence à faire faire au grand levier une partie de la course, une seconde cheville reprend ensuite le petit levier afin d'achever la course entiere.

Les extrémités des deux axes, qui sont contiguës l'une à l'autre, portent chacune un petit plateau circulaire de fer, placé perpendiculairement à leur direction; sur les faces de ces plateaux, qui se regardent, sont des parties saillantes, disposées de maniere que l'une répond à la portion de circon-

férence où l'autre ne se trouve pas; mais lorsque la poutrelle fait tourner le petit axe, la partie saillante du plateau qui se trouve au bout de ce petit axe vient rencontrer la partie saillante du plateau qui se trouve au bout du grand, et lui communique, ainsi qu'à tout le système attaché au grand axe, le mouvement de rotation qu'il tient de la poutrelle. Cet effet, qui a lieu, soit dans un sens, soit dans l'autre, remplace ainsi celui de la roue dentée de la machine de Chaillot.

La poutrelle porte ainsi qu'à cette derniere machine les deux tasseaux à plans inclinés destinés à pousser les verges qui font mouvoir la soupape d'injection.

Avantages des machines à feu à double effet sur les machines à feu ordinaires; comment on peut disposer les premieres pour qu'elles agissent à la maniere des secondes.

Avantages des machines à feu à double effet sur les machines ordinaires.

1459. Il n'étoit guere possible de décrire les machines à feu anciennes et récentes avec autant de détail que nous l'avons fait, sans nous livrer, de temps à autre, à quelques réflexions sur le rapprochement de leurs propriétés respectives. D'un autre côté les lecteurs instruits dans ces sortes de matieres pourront aisément, d'après ce qui précede, en faire la comparaison; nous allons néanmoins récapituler, par ordre, les principaux avantages de celles à double effet.

1° Diminution du volume de la chaudiere.

1°. La condensation n'ayant lieu que par intervalle dans les machines simples, telles que celles décrites depuis l'art. (1445), il faut, dans ces especes de machines, faire les chaudieres assez grandes pour qu'elles puissent accumuler, dans leur partie supérieure, une quantité de vapeur telle que la machine simple puisse faire en un temps ce que la machine à double effet fait en deux temps.

Au contraire la condensation s'opérant sans cesse et la vapeur sortant continuellement de la chaudiere, dans les machines à double effet, leurs chaudieres n'ont pas besoin d'avoir une aussi grande capacité, ce qui en rend la construction plus simple et plus économique.

2° L'effort de la vapeur dans la chaudiere est plus uniforme et moins considérable.

2°. La chaudiere des machines simples doit être beaucoup plus épaisse que celle des machines à double effet, afin de pouvoir supporter l'excédent de pression qu'exerce la vapeur pendant le temps où la chaudiere ne fait aucune dépense: il

est très aisé de s'assurer, par le fait, de cet excédent de pression, à l'inspection d'une machine à feu simple en mouvement : on s'appercevra, si on examine la chaudiere, qu'à des intervalles périodiques la vapeur sort avec effort par les joints et même par la soupape de sûreté : ces intervalles correspondent aux temps où la chaudiere ne fait aucune dépense.

Cet inconvénient n'a pas lieu dans les machines à double effet, parceque la chaudiere faisant une dépense continue et uniforme, la chaudiere est toujours également pressée, et que sa pression est moindre que dans les machines simples.

3°. L'expérience nous apprend que la surface de l'eau se réduit d'autant plus facilement en vapeur, qu'elle se trouve moins comprimée, la quantité de feu étant d'ailleurs la même; et il suit de là qu'à égale dépense de vapeur, dans un temps donné, la machine à double effet doit dépenser moins de combustible que la machine simple. Cette propriété resulte nécessairement de ce que nous avons dit plus haut; car puisque dans la machine simple, à effets égaux, la pression moyenne de l'eau est plus grande que dans la machine double, il faut nécessairement plus de feu pour produire la même vaporation.

3° Économie du combustible.

Cet avantage est confirmé par l'expérience ; et c'est la principale cause pour laquelle on commence generalement à abandonner les machines à feu simples.

4° Dans les machines doubles, la vapeur exerçant une action continuelle dans le cylindre, il suffit qu'elle agisse sur une surface égale à la moitié de celle nécessaire pour produire le même effet dans la machine simple. Cet avantage procure une epargne, non seulement sur la matiere du cylindre, mais encore sur celle de toutes les pieces qui en dependent.

4° Diminution des dimensions du cylindre à vapeur et des pieces accessoires, l'effet étant le même.

5°. Pour produire le mouvement d'oscillation, dans la machine simple, il faut placer un contre-poids à l'extrémite du balancier opposée à celle qui soutient le piston du cylindre à vapeur : l'effet de ce contre-poids doit être la moitié de celui de la vapeur qui agit dans le cylindre, et il sert à entretenir le mouvement de rotation du volant pendant l'ascension du piston du cylindre à vapeur : la machine double dans laquelle la vapeur exerce, au moyen de la tige rigide du piston du cylindre, une action continuelle et uniforme sur le balancier, n'a par consequent pas besoin de contre-poids. Cette seule épargne suffit aux frais des trois soupapes que la nouvelle machine a de plus que l'ancienne, mais son plus grand avantage est de

5° Suppression des contre-poids.

diminuer les masses à mouvoir, dont on ne sauroit trop réduire la quantité dans les machines à mouvement alternatif.

6°. Uniformité du mouvement.

6°. Outre l'économie du combustible, celle des frais de la machine et la propriété importante de diminuer les masses qui doivent avoir un mouvement alternatif, la machine à double effet a encore l'avantage de la grande uniformité du mouvement. Cette uniformité est très difficile à obtenir dans les machines simples, sur-tout lorsque la résistance est variable comme dans les moulins, les laminoirs, etc.

Il est vrai qu'en modérant l'injection, dans les machines simples on peut faire monter la lentille, ou le contre poids, avec la vitesse qu'on veut : mais on n'a pas le même avantage quand la lentille descend; car cette lentille, étant abandonnée à elle même, communique tout son mouvement au volant, et peut lui communiquer une vitesse capable de briser la machine, ce qui est arrivé plusieurs fois.

C'est peut-être aux tentatives qu'on a faites pour remédier à cet inconvénient que nous sommes redevables de l'invention de la machine à double effet. Quoi qu'il en soit, nous croyons avoir démontré sa supériorité de manière à convaincre tous nos lecteurs que c'est la seule qu'on doive employer, au moins jusqu'à ce que l'art ait fait de nouveaux progrès.

Comment la machine à feu à double effet peut être mue à la manière de la machine simple.

1460. Nous terminerons ce chapitre par faire voir comment la machine à feu à double effet peut être mue à la manière de celle de Chaillot, et de celle de Newcomen. Pour bien saisir ce que nous allons dire il est bon de relire les art. (1384 et 1409) où nous avons donné les moyens de classer méthodiquement dans la mémoire le jeu des soupapes qui établissent la communication entre la chaudière, les parties supérieures et inférieures du cylindre, et le condenseur.

Premier moyen.

Pour obtenir le mouvement de la machine de Chaillot, supprimez les tringles qui communiquent le mouvement des pièces du régulateur aux soupapes qui établissent la communication entre la partie supérieure du cylindre, (voyez la note de l'art. (1383), où nous avons défini ce que nous entendions par parties supérieure et inférieure du cylindre à vapeur) la chaudière et le condenseur; de ces deux soupapes, laissez ouverte celle de communication entre la chaudière et la partie supérieure du cylindre, et fermez l'autre. Par ce moyen la vapeur, affluant de la chaudière, aura, comme à la machine de Chaillot, continuellement une issue à la partie supérieure du cylindre. Supposons le piston du cylindre à vapeur au point

le plus bas de sa course : on sait, d'après la description que nous avons donnée de ces régulateurs, que dans ce cas la communication entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur est interceptée, et que celle de la même partie inférieure avec la chaudière est établie; de plus la vapeur de la partie supérieure ne peut plus se condenser, puisque la soupape qui devoit s'ouvrir pour cela est fermée et ne peut plus être mue par le régulateur. le piston du cylindre se trouve donc entre deux vapeurs de même ressort, et remontera par l'effet d'un contre-poids qu'on suspendra à l'extrémité opposée du balancier, dans la première machine, fig (225), ou aux tiges des pistons des pompes, dans la seconde machine, fig (241). Lorsque le piston du cylindre à vapeur sera remonté, l'effet du régulateur sera, comme on a vu aux art. ci devant cités, d'établir la communication entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur, et d'intercepter celle entre la même partie inférieure et la chaudière : le vuide se fera donc au dessous du piston; et comme la vapeur est continuellement agissante au-dessus, ce piston redescendra, et ainsi de suite.

On peut encore faire de la machine à double effet une machine simple par le moyen suivant : supprimez les tringles qui communiquent le mouvement des pièces du régulateur aux deux soupapes qui établissent la communication entre la partie inférieure du cylindre, la chaudière et le condenseur; de ces deux soupapes laissez ouverte celle de communication entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur, et fermez l'autre, par ce moyen, le vuide une fois établi à la partie inférieure du cylindre (supposée parfaitement close et avec les restrictions énoncées dans la note de l'art (1338)), s'y maintiendra toujours à cause de la continuelle communication avec le condenseur. Supposons le cylindre au point le plus haut de sa course; on sait qu'alors, par l'effet du régulateur, la soupape qui communique de la partie supérieure du cylindre au condenseur doit se fermer, et que celle qui communique de la même partie supérieure à la chaudière doit s'ouvrir : (il est bien entendu que dans le cas dont nous parlons on n'a pas touché aux tringles qui font mouvoir ces deux soupapes). La vapeur affluera donc au-dessus du piston et le fera descendre. lorsqu'il sera parvenu au point le plus bas de sa course, le régulateur fermera la soupape qui communique de la partie supérieure du cylindre à la chaudière, et ouvrira celle qui communique de la même partie supérieure au condenseur. le vuide se fera donc

Second moyen.

au-dessus du piston; et comme il existe continuellement au-dessous, ce piston remontera par l'effet des contre-poids, qu'on aura placés de la maniere décrite dans l'exposition du moyen précédent, qui paroît préférable à celui-ci.

Comment elle peut être mue à la maniere de la machine de Newcomen.

Pour obtenir le mouvement de la machine de Newcomen, on aura également deux moyens, savoir:

Premier moyen.

Premier moyen. Enlevez le plateau qui couvre la partie supérieure de cylindre en sorte que l'atmosphere presse sur le piston comme dans la machine de la fig. (256); supprimez les tringles qui donnent le mouvement aux soupapes de communication de la partie supérieure du cylindre à la chaudiere et au condenseur, et laissez les soupapes fermées. Ceci conçu, supposons le piston au plus bas de sa course; on sait, d'après le méchanisme du régulateur, que la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre au condenseur doit alors se fermer, et que celle qui communique de la même partie inférieure à la chaudiere doit s'ouvrir: la vapeur affluera donc sous le piston et le fera remonter en surmontant le poids de l'atmosphere. Le piston étant remonté, l'effet de l'encliquetage est de faire fermer la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre à la chaudiere, et de faire ouvrir celle qui communique de la même partie inférieure au condenseur: le vuide se fera donc sous le piston, la pression supérieure de l'atmosphere le fera redescendre, et ainsi de suite. On sait, art. (1405), que pour user de ce moyen il faut entretenir un écoulement d'eau continuel au dessus du piston.

Second moyen.

Second moyen. Laissez la plaque qui couvre la partie supérieure du cylindre à vapeur, au moyen de quoi l'atmosphere ne pourra point exercer sa pression sur le piston; mais suspendez à ce piston un poids équivalent à celui de l'atmosphere: supprimez les tringles qui donnent le mouvement aux soupapes de communication de la partie supérieure du cylindre à la chaudiere et au condenseur de ces deux soupapes: fermez celle qui communique à la chaudiere, et laissez ouverte celle qui communique au condenseur, par là, le vuide une fois établi dans la partie supérieure du cylindre s'y maintiendra constamment avec les mêmes suppositions et les mêmes restrictions énoncées ci-dessus. Ceci conçu, supposons le piston au bas de sa course, la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre au condenseur se ferme et celle qui communique de la même partie inférieure à la chaudiere s'ouvre. La vapeur affluant sous le piston le fait remonter ainsi que le poids attaché à la tige

qui représente celui de l'atmosphere. Le piston étant parvenu au haut de sa course, la soupape qui communique de la partie inferieure du cylindre au condenseur s'ouvre, et celle qui communique de la même partie inferieure à la chaudiere se ferme. La condensation se fait au-dessous du piston, qui se trouve ainsi entièrement dans le vuide et qui descend par l'effet du poids attaché à sa tige.

Réflexions sur l'usage des moyens précédents.

Il ne faudroit user des moyens que nous venons d'indiquer que dans le cas où une machine à feu à double effet auroit à surmonter une résistance beaucoup moindre que celle à laquelle elle seroit destinée par sa construction et ses dimensions, et nous présentons même ces moyens plutôt comme des objets de curiosité que comme des objets de pratique. Nous avons pensé que le lecteur verroit avec plaisir le développement de la propriété, que nous n'avons fait qu'indiquer, art. (1356).

Détails de la construction de plusieurs pieces principales d'une machine à feu à double effet.

1461. Les planches qui accompagnent les descriptions contenues dans les chapitres précedents ont été dessinées avec beaucoup d'exactitude, de soin et sur de grandes échelles: elles offrent ainsi les détails de la construction avec assez de développements pour suffire aux constructeurs exercés. Nous avons cependant cru nécessaire, en faveur de ceux qui ne le seroient pas autant, de dessiner plusieurs pieces principales en perspective sur une proportion plus grande encore que celle des figures géométrales. Par là, les lecteurs les moins praticiens pourront en concevoir très facilement la composition.

Détail des pieces qui composent le piston du cylindre à vapeur.

Les fig. (295), n°. 1 et 2, représentent le piston du cylindre à vapeur, le n°. 1 en offre la vue perspective supérieure, avec une section Q Q Q Q faite sur l'axe du cylindre à vapeur, qui laisse voir le demi-fond interieur de ce cylindre; le n°. 2 offre une coupe du piston et la vue de sa moitié inferieure. $aa'a''a'''$ est une seule piece dont $a'''a'''$ est la surface inferieure de $a''a''$; $a'a'$ la surface cylindrique intérieure de $a'a'$; et $a''a''$ la couronne formant la surface inferieure de aa. L'espace cylindrique renfermé par $a''a''$ est occupé par l'extremité inferieure de la tige kk du piston, qui y est retenue par une clavette: on voit en k' et en $a'''a'''$ les demi-surfaces des extrémites inférieures de kk et $a''a''$: au-dessus de la couronne aa est un cercle ou ron

delle *bb*, et c'est entre *aa* et *bb* qu'est contenue la filasse FF, qui intercepte la communication de la vapeur d'une partie du cylindre à l'autre. Pour donner à cette filasse la compression et le gonflement nécessaires, on pose au-dessus de *a"a* et *bb* un plateau *cccc* lié à *a"a* par des vis 1, 1, 2, 2, 3, 3; et on emploie une quantité de filasse assez grande pour que, le plateau *cc* posant sur le cercle *bb*, il y ait un intervalle entre ce plateau et la surface supérieure de *a"a*. Cet intervalle peut être diminué en serrant les écrous des vis 1, 1, 2, 2, 3, 3, et alors le cercle *bb*, s'abaissant d'autant, comprime la filasse FF, et la fait gonfler pour remplir plus exactement la capacité intérieure du cylindre à vapeur. Ce méchanisme a quelque rapport avec celui du piston de la pompe, fig. (148), que nous avons décrit, art. (695). La fig. 305 en représente le profil avec toute la netteté et le détail desirables.

On voit, n°. 1, la maniere dont le corps du cylindre à vapeur est assemblé avec le fond, lequel fond est coulé tout d'une piece. RR est l'issue pratiquée pour l'écoulement de la vapeur qui se condense, TTT la section verticale dans le plan de QQ, et VV la demi-surface supérieure du fond. Nous avons déja parlé, art. (1422), de ce fond et de la forme qu'on lui donne pour faciliter l'écoulement de l'eau provenant de la condensation, les explications jointes aux plans représentés par les fig. 248, 9, et au profil fig. 305, nous dispensent de nous étendre davantage sur ce sujet.

Détail des boîtes à vapeur supérieures.

1462. La fig. (296) représente la vue extérieure des boîtes qui contiennent les soupapes supérieures destinées à établir ou à intercepter la communication entre le cylindre à vapeur et la chaudiere, qu'on peut désigner plus simplement par le nom de *boîtes à vapeur* supérieures. Cette figure se rapporte à la machine à feu à double effet, d'une construction semblable à celle de la premiere décrite précédemment, art. (1380 et suiv.) AA est la partie supérieure du cylindre; B la boîte, faisant partie de ce cylindre, et servant d'issue latérale à la vapeur qui afflue à sa partie supérieure ou qui en sort; CD une boîte antérieure assemblée à la boîte B, comme on voit dans la figure, et au dessous de laquelle sont attachées les parties supérieures des cylindres ou des tuyaux montants *q*, *q*, qui conduisent la vapeur aux boîtes inférieures représentées par la figure (297); enfin EF, fig. (296), est la boîte dans laquelle jouent les soupapes. On voit en *ff* l'ajustement des parties extérieures des axes qui font lever et baisser ces soupapes, et nous allons en donner une description plus détaillée.

Cette

Cette boîte EF est, comme nous l'avons dit art (1383), continuellement remplie de vapeur, parcequ'elle a une communication non interrompue avec la chaudiere : on voit en *kk kk* la bride à laquelle vient s'assembler l'extrémité du tuyau qui amene la vapeur de la chaudiere.

La fig. 297 est la vue intérieure des pieces représentées par la fig. 296; elle offre l'assemblage des tuyaux q, q', avec les boîtes supérieures, la cloison *e e* séparant la partie de la boîte correspondante au tuyau q', dans laquelle se trouve l'ouverture B B qui répond à B (*fig.* 296), et sert d'issue à la vapeur dans la partie supérieure du cylindre, qui la sépare, disons nous, de la partie de la même boîte placée au-dessus du tuyau q, lequel conduit la vapeur à la partie inférieure du cylindre, ce que l'on concevra aisément en comparant la fig. 297 avec la fig. 299 qui lui correspond verticalement.

Les soupapes t, t, (qui sont representées toutes deux fermées, parceque la machine n'est point supposée en mouvement) ont des queues inferieures t' t', qui jouent dans des trous pratiques à des traverses zz, au moyen de quoi elles se haussent et se baissent toujours verticalement. Nous détaillerons davantage ce mécanisme dans la section de cet ouvrage où nous traiterons des soupapes en general. Ces soupapes t, t, tiennent à leurs tiges ou manches u, u, par des axes x, x, ce sont ces manches qui reçoivent l'action des leviers mûs par le régulateur, et comme il suffit d'expliquer l'arrangement de ces leviers pour une seule soupape, nous donnerons cette explication d'après la fig. 299, ou le mécanisme se voit plus clairement.

La fig. 298 est la vue exterieure des boîtes qui contiennent les soupapes inferieures destinées à établir ou à intercepter la communication entre le cylindre à vapeur et le condenseur. A A est une partie du cylindre assemblée sur le fond B' B. Nous avons parlé art (1422) de la forme intérieure de ce fond; on sait que B'' est le canal servant d'issue à la vapeur dans la partie inférieure du cylindre, q, q', sont les extrémités inferieures des tuyaux montants servant à conduire la vapeur des boîtes (*fig.* 296) aux boîtes (*fig.* 298.) On voit comment q, q', sont liés à la piece QQQQ, et comment cette derniere forme la partie supérieure de la boîte C'D. Cette boîte C D' renferme les soupapes qui livrent à la vapeur le passage au condenseur, et la boîte R, qui est au-dessous, renferme la soupape même du condenseur. [illegible]

Toutes ces choses se voient encore mieux dans la fig. 299, qui est une vue intérieure des pieces dont la fig. 298 offre la

vue extérieure. On peut d'abord remarquer l'emboîtage des tuyaux *q*, *q'*, dans les parties QQ, et l'assemblage des boîtes inférieures entre elles, mais ce qu'il faut principalement expliquer, c'est la maniere dont les soupapes *t* se haussent et se baissent par le mouvement du régulateur. On a mis les mêmes lettres aux trois soupapes parceque le mécanisme est le même pour toutes. Il faut regarder en même temps les fig. 299 et 300, cette derniere représentant la vue latérale d'une des soupapes qu'on voit en face dans la fig. 299

Mécanisme qui fait mouvoir les soupapes des boîtes à vapeur.

ag est le petit levier extérieur auquel est attachée la verge ou tringle qui transmet le mouvement du régulateur à la soupape, l'extrémité de cette tringle et du petit levier *ag* formant charniere en *g*. Ce levier *ag* est fixé à un axe horizontal *ab*, qui porte dans l'intérieur de la boîte un autre levier *vv'*. Le levier *vv'* correspond à une entaille pratiquée à la queue *u* de la soupape (*voy. fig.* 300); et lorsque l'axe *ab* fait une partie de révolution dans un sens ou dans l'autre, la partie *v'*, engagée dans l'entaille, éleve la soupape ou la laisse tomber alternativement : on voit par-là comment le mouvement communiqué par le régulateur à l'articulation *g* se transmet à la soupape par l'axe *ab* et le levier *vv'*.

Une piece immobile *yy*, placée derriere la queue de la soupape, a une entaille quarrée dans laquelle cette queue glisse en montant et en descendant, et qui empêche qu'elle ne vacille dans son mouvement.

Mécanisme pour empêcher les axes du jeu dans le sens de leur longueur.

Pour empêcher que l'axe *ab* n'ait du jeu dans le sens de sa longueur, on a pris les précautions suivantes : cet axe traverse une boîte de cuivre *nn* qui est fixe ; et une partie de sa longueur engagée dans cette boîte a la forme conique, comme on le voit (*fig.* 304), une bride *ffm* (*fig.* 299) est attachée à la piece *nn*, et la tête *m* de cette bride sert d'écrou à une vis *hh*; cette vis est terminée par une pointe qui vient presser contre l'extrémité extérieure de l'axe *ab*, et, en la serrant plus ou moins, on donne à la partie conique engagée dans *nn* le degré de pression nécessaire.

Dans la boîte à gauche, immédiatement au-dessous de QQ, la piece *yy* et la queue de la soupape sont entre le spectateur et l'axe *ab*; le cas contraire a lieu pour la soupape qui est à côté, la traverse *yy* ne se voit pas dans la soupape inférieure du condenseur, elle est censée enlevée à cause de la coupe; on n'a également représenté que les trois quarts de chaque soupape. Le levier *ag'* est celui nommé *wz* (*fig.* 246), à l'extrémité duquel est la chaîne *z't*, correspondante au cadran *t*, au moyen

duquel on regle l'ouverture de la soupape d'injection, pour accélérer ou ratarder le mouvement de la machine, ainsi qu'on a vu art. (1415).

1463. Lorsqu'on a besoin de mettre à découvert l'intérieur des boîtes qui renferment les soupapes, il faut, d'après l'arrangement de la fig 298, enlever une des plaques qui forment ces boîtes, ce qui est embarrassant: les fig 301 et 302 offrent à cet égard des dispositions plus commodes: on a dessiné ces figures d'après la machine construite par MM. Périer à l'Isle des Cygnes. Moyens de vis et fermeture des boîtes à soupapes.

La fig 301 représente la vue extérieure des boîtes qui contiennent les soupapes supérieures destinées à établir ou à intercepter la communication entre la cylindre à vapeur et la chaudiere. Le changement fait à ces boites consiste dans une ouverture pratiquée vis-à-vis chaque soupape et fermée par une plaque ovale T; une traverse S est percée de deux trous, un à chacune de ses extrémités, dans lesquels entrent des vis k, k, fixées au côté de la boîte; au moyen de ces vis et des écrous qui y sont adaptés, la traverse S presse fortement les plaques T T contre la face de la boîte dont elles doivent boucher les ouvertures. Les pieces x, x, qu'on voit dans la figure, sont des encastrures fixées aux plaques T, T, dans lesquelles s'applique la traverse S.

1464. Il faut encore faire observer au lecteur le ressort ff qui presse l'extremité exterieure de l'axe correspondant à l'axe ab dans la fig. 299, et qui est destiné à faire hausser et baisser la soupape. Ce ressort fixé derriere la boîte C (*fig.* 301) est percé d'un trou à travers lequel passe une vis h, un écrou adapté à cette vis sert à comprimer ou à relâcher le ressort, selon qu'on veut presser plus ou moins à l'extremité de l'axe. On pourra choisir entre le mécanisme ffh (*fig.* 296) et celui que nous venons de decrire, qui nous paroît préférable.

1465. Le petit tuyau bb, qu'on voit sortir de la face E (*fig.* 301), est celui qui conduit la vapeur dans le *steam box* dont nous avons parlé art. (1397): on voit qu'il doit en fournir continuellement tant que la machine est en mouvement, puisque l'espace où il la puise est (1383) sans cesse en communication avec la chaudiere. La fig. 306 offre un profil detaillé du *steam box*. Tuyau qui conduit la vapeur dans le steam box.

1466. La fig. 302 n'a besoin d'aucune autre explication que celle que nous avons donnée art. (1463); on y a placé les mêmes lettres de renvoi; le lecteur concevra aisément ce qui se rapporte à la soupape d'injection, et consultera les fig 307 et 308 pour les details de construction de la pompe à air.

P ij

1467. La figure 303 présente une maniere de fermer les boîtes des soupapes un peu différente de celle décrite dans l'art. (1463); la piece S, retenue par ses extrémités supérieure et inférieure, sert d'écrou à une vis K, qui correspond au centre de la plaque T, et qui, étant tournée plus ou moins, serre la plaque contre les bords de l'ouverture qu'elle doit fermer aussi fortement qu'on le desire.

1468. On voit dans la fig. 304 que l'axe *ab* est pressé par la vis K elle même, qui traverse l'extrémité du ressort *ff*; lorsqu'on tourne la vis de gauche à droite, la tête *ff* du ressort qui fait la fonction d'écrou s'approche de la tête de la vis, mais la force élastique du ressort qui agit en sens contraire fait continuellement presser la vis contre l'extrémité extérieure de *ab*.

Détails du mécanisme qui sert à rendre vertical le mouvement du piston.

1469. Les fig. 310 et 311 representent, la 1[re] l'élévation perspective, et la 2[e] le plan géométral du parallélogramme dont nous avons parlé art. (1402), et qui a pour objet de rendre vertical le mouvement de la tige du piston du cylindre à vapeur. B est l'extrémité du balancier qui porte le parallélogramme, P est la douille dans laquelle l'extrémité supérieure de la tige du piston est retenue au moyen de deux clavettes. Deux traverses de fer *g* et *g'* sont attachées à la surface supérieure du balancier par les liens *k*, *k*, *k*, *k'*; les extrémités de ces traverses sont cylindriques et tournées très exactement pour servir d'axes aux parties supérieures des montans *ac*, *ac'*, *bd*, *b'd*, et ces axes sont immobiles par rapport au balancier. Les parties inférieures des montans *ac*, *a'c'*, sont unies par un axe *n* autour duquel elles tournent, et les parties inférieures des montans *bd*, *b'd*, sont unies par un axe *n'* autour duquel elles tournent pareillement; ces axes *n* et *n* sont les petits côtés d'un chassis rectangle dont *xy* et *x'y'* forment les grands côtés, en même temps qu'ils sont les bases des parallélogrammes *acdb*, *a'c'd'b'*. On voit par la fig. 310 que l'axe *n* est commun aux extrémités des quatre pieces *ac*, *a'c'*, *xy*, *x'y'*, c'est à dire que ces extrémités sont toutes traversées par le même axe. Les autres extrémités de *xy* et *x'y'* sont taraudées, et traversent l'axe *n'* auquel elles sont retenues par des écrous.

Deux rayons paralleles *fe*, *f'e'*, ont chacun une de leurs extrémités attachée à une des poutres CC, paralleles et immobiles; ces extrémités tiennent à un axe horizontal commun qui tourne dans des colliers attachés aux poutres CC. Les autres extrémités *e*, *e'*, sont traversées par l'axe *n'* autour duquel elles tournent; ainsi l'axe *n'* est commun aux extrémités des quatre pie-

ces *d'd*, *b'b*, *fe*, *f'e'*, lesquelles pieces tournent autour de cet axe.

D'apres la disposition que nous venons de decrire, lorsque la machine se meut, les axes *aa'*, *bb'*, ont un mouvement circulaire qui a pour centre l'axe de rotation du balancier, et l'axe *n'* a un mouvement circulaire dont le centre est l'axe passant les extrémités *f* et *f'* des rayons *fe*, *f'e'*. quant à l'axe *n*, son mouvement considéré par rapport a l'axe *aa'* est circulaire; mais si ce mouvement est considéré dans l'espace d'une maniere absolue, il est combiné des arcs des cercles décrits par les points *a*, *b* et *d*. Les rapports des rayons de ces arcs doivent être tels que le point *c* décrive sensiblement une ligne droite verticale; et c'est une question dont nous nous occuperons bientôt.

Toutes les extrémités des pieces qui tournent sur les axes *aa'*, *bb'*, *n* et *n*, sont garnies de boîtes de cuivre, pour diminuer le frottement qui, d'apres ce qu'on a vu art. (1162 et 1191), est moindre pour le fer sur cuivre que pour le fer sur fer. Ces boîtes sont de deux pieces; une des pieces porte deux vis qui traversent l'autre piece, et aux extremités desquelles sont des écrous qui tiennent les deux pieces unies.

Le milieu *w* des montants *bd*, *b'd'*, porte la piece *wvv'*, formant articulation en *w*, et supportant en *v* l'extrémité supérieure d'une tringle de fer à laquelle est attachée la poutrelle du régulateur, comme on l'a vu art. (1388) et (225) : cette poutrelle participe ainsi du mouvement sensiblement vertical et rectiligne de l'articulation *w*.

1470. La fig. 312, n°. 1, 2 et 3, représente la suspension du balancier, AAA'A', n°. 1, est une portion du balancier dont la partie supérieure A'A' supporte le plateau de métal *a a'* au dessus duquel paroît l'axe *aaa*, maintenu par l'armature *qqqq* et les traverses *pp* le n°. 2 représente une des extrémités de l'axe *aaa* renversé, au moyen de quoi on voit un des pivots *bb* sur lesquels se fait la rotation. Suspension du balancier.

BB, n°. 3, est un assemblage de charpente immobile et très solide; il y en a un pareil de chaque côté de l'axe correspondant à chacune de ses extrémités. L'assemblage BB supporte le plateau de métal *gg*, dont la partie saillante *hh* est un godet qu'on tient rempli d'huile, et au fond duquel se trouve la fosse *kk* dans laquelle entre le pivot *bb* de l'axe *aaa*.

Pour empêcher le pivot *bb* de sortir de la fosse *kk*, ce qui, si on ne prenoit pas de précaution, arriveroit infailliblement, surtout lorsque le piston du cylindre à vapeur remonte, on a pratiqué à chaque tête de l'axe *aaa* une partie arrondie *cc*;

lorsque l'axe est en place, une traverse *ff* de même courbure passe par dessus le collier *cc* et y est retenue par la fourche *e'e'*, qui embrasse l'axe de maniere que l'extrémité de cet axe passe dans l'ouverture *ee' ff e'e*, et dont la tige *ee* tourne à sa partie inférieure autour d'un axe immobile *d*.

Il faut concevoir que l'équipage représenté par le nº. 3 se rapporte à l'extrémité de l'axe *aaa* qui regarde le haut de la planche, et qu'il y a un équipage pareil pour l'extrémité de l'axe qui regarde le bas de la planche.

Autre espece de balancier. 1471. On a représenté, (*fig.* 308), nº. 1, l'élévation latérale d'un autre balancier, qui peut se rapporter à celui de la machine décrite art. (1406 et suiv.), quoiqu'il en differe en ce qu'il est disposé pour donner le mouvement à un volant, et que l'arrangement de l'autre ne le rend pas propre à cette espece de fonction; voyez ce que nous avons dit art. (1417). La tige *pp* du piston du cylindre à vapeur communique le mouvement à l'équipage *bb*, dont on voit l'élévation en face (*fig.* 313, nº 2), et de suite au balancier E et au contre-balancier E'. Nous avons expliqué ce mécanisme art. cité, le seul objet des fig. 313, nº. 1, 2, 3 et 4, est de faire voir plus en détail la construction des pieces qui le composent.

Le nº. 2 fait voir l'arrangement de la suspension de la tige du piston aux deux barres *bb*, par le moyen de l'axe *dd*. On ne s'appesantira pas sur les détails d'assemblage que les nº. 2, 3 et 4 ont fait voir assez clairement.

Description de la mouche. 1472. La fig. 309 est une vue perspective de la *mouche*: on nomme ainsi l'engrenage qui communique le mouvement du balancier au volant, et dont nous avons parlé à la fin de l'art. (1350); en voici la composition.

b'b' est l'extrémité inférieure d'une verge suspendue à l'extrémité du balancier, et qui est assemblée solidement à la piece *ab*, cette piece *ab* est elle-même solidement attachée à la roue dentée *gg*. Les centres des roues dentées *gg* et *ff* sont liés l'un à l'autre, de maniere que *gg* a la liberté de se mouvoir autour de la circonférence de *ff*, mais sans que les deux circonférences puissent se séparer l'une de l'autre. L'axe de la roue *ff* est le même que celui du volant VV; la 1re ne peut pas tourner sans communiquer son mouvement à l'autre, et réciproquement.

La denture de chacune des roues *ff* et *gg* est double, comme on le voit distinctement dans la figure. Les dents de chaque paire de denture sont disposées de maniere qu'il y a toujours plein sur vuide, c'est-à-dire qu'une des dents dans une circon-

férence répond toujours à l'espace compris entre deux dents de la circonférence qui lui est accouplée. Les deux circonférences accouplées de la roue *ff* sont separées par une bande circulaire *uu*, qui se loge dans un vuide ou rainure correspondant pratiqué entre les dentures des deux circonférences accouplées de la roue *gg*: toutes ces précautions ont pour objet l'uniformité, la solidité de l'engrenage, et le maintien stable des deux roues dans le même plan, malgré les secousses qu'elles peuvent éprouver.

Tout cela conçu, on voit que le mouvement du balancier doit faire hausser et baisser la piece *ab* et la roue *gg* qui y est attachée: or cette roue ne pouvant pas, d'après ce qu'on a dit précédemment, quitter la circonférence de la roue *ff*, doit lui communiquer un mouvement de rotation, et par suite au volant VV; ce volant une fois mis en jeu sert, comme on sait, à entretenir le mouvement et à suppléer à l'action du balancier dans les instants où les centres des deux roues dentées se trouvent dans la même ligne verticale (1350).

Mécanisme pour faire mouvoir le balancier sans engrenage.

1473. Les fig. 314, n°. 1, 2, 3 et 4, offrent les détails de la maniere dont le mouvement du balancier se communique au volant sans employer d'engrenage, *aa* est le tirant suspendu en O au balancier, n°. 3 et 4, et dont l'extrémité inferieure tourne sur un axe *d*, fixé au plateau de manivelle *cc*, n°. 2. Ce plateau a pour axe de rotation l'axe *gg* du volant *bb*, dont la continuation G peut être supposée l'axe d'une lanterne qui feroit mouvoir une machine hydraulique.

E, n°. 3, est le profil longitudinal de l'extrémité du balancier: on voit que l'armature de fer qui termine la partie supérieure du tirant de bois *aa* est suspendue à un axe O, et qu'elle joue dans un vuide *vv* qui lui permet de faire librement ses oscillations. Le n°. 4 est une section perpendiculaire à la section n°. 3, qui acheve de faire comprendre les details de la suspension et de l'armature du tirant.

Construction du volant.

1474. Les fig. 315, n°. 1 et 2, présentent les détails du volant de la fig. 314: le n°. 1 fait voir l'assemblage extérieur des pieces, et le n°. 2, qui est une section par un plan parallele à l'axe, montre comment les rayons sont assemblés, soit aux plateaux qui environnent le centre, soit aux jantes de la circonférence.

Détails du régulateur.

1475. La fig. 316 est une vue perspective d'un régulateur de même espece que ceux des deux machines à double effet décrites ci-devant, dont le principe, le mécanisme et le jeu, ont été expliqués art. 1388 et suiv. On y voit, n°. 1, les trois axes *f'f'*, *aa*, *ff*,

dont il est parlé aux art. cités; les deux axes extrêmes *ff*, *f'f'*, font corps avec toutes les pieces qu'ils supportent, et tournent dans les colliers *h*, *h*, *h'*, *h'*; l'axe intermédiaire *aa* est fixe, mais les pieces qu'il supporte tournent librement sur cet axe.

On voit, n°. 2 et n°. 7, les fig. séparées des pieces 22, 77, fixées à l'axe *ff*, les n°. 3 et 5 offrent les pieces 3' 3'' 3''', 55, qui tournent sur l'axe immobile *aa*; enfin les n°. 4 et 8 sont les pieces 44, 88, fixées à l'axe *f'f'*.

Les articulations *h*, *h'*, se rapportent aux tringles des soupapes inférieures qui établissent ou interceptent la communication entre le cylindre et le condenseur; les articulations *f'*, *f'*, se rapportent aux tringles des soupapes supérieures qui établissent ou interceptent la communication entre le cylindre et la chaudiere. Les contre poids qui assurent les encliquetages sont suspendus aux articulations *k' k'*.

Les encliquetages se font parfaitement bien sentir dans la fig. 316; le n°. 1 et le n°. 6 montrent les deux positions où ils se trouvent lorsque le piston du cylindre à vapeur est aux points le plus bas et le plus haut de sa course. Dans l'état que représente le n°. 1, l'encliquetage 22, 33, de l'axe inférieur *ff* est arrêté; les soupapes correspondantes aux tringles attachées en *h'* et en *h* sont fermées, la 1ère interceptant la communication entre la partie supérieure du cylindre et le condenseur, et la 2ème interceptant celle entre la partie inférieure du cylindre et la chaudiere; les soupapes correspondantes aux tringles attachées en *h'* et *h'* sont ouvertes, l'une établissant la communication entre la partie supérieure du cylindre et la chaudiere, et l'autre celle entre la partie inférieure du cylindre et le condenseur. (On voit, par la direction des tringles, qu'il s'agit ici d'une machine dont les soupapes sont rapprochées comme celle de la fig. 225)

Ainsi la vapeur occupe la partie supérieure du cylindre, le vuide est établi dans la partie inférieure, et le piston ainsi que la poutrelle descendent. Mais la figure représente l'instant où la cheville *g'g'* atteint le levier 88 et va le faire baisser; ce levier, en baissant, fera engager l'encliquetage formé par les pieces 4 et 5, c'est-à-dire que l'onglet *vv*, n°. 4, viendra se reposer sur l'entaille *v'v'*, n° 5, de plus, le tasseau *tt*, venant appuyer sur la branche 3' de la piece 3' 3' 3'', fait dégager l'encliquetage que la branche 3'' forme avec la piece 2, en soulevant le contre poids 3' : alors les soupapes qui étoient fermées s'ouvrent, celles qui étoient ouvertes se ferment, le vuide se fait dans la partie supérieure du cylindre, la vapeur afflue dans la partie

partie inférieure, et le piston du cylindre à vapeur ainsi que la poutrelle remontent.

L'état des encliquetages pendant l'ascension de la poutrelle est représenté par la n°. 6; on y voit très distinctement la position respective des pieces 44, 55, et celle des pieces 22, 3' 3'' 3''', ainsi que l'effet du contre-poids 3''.

1476. La fig. 316 fait encore très bien sentir, eu égard à sa grande proportion, comment le régulateur remplit les 2e et 3e conditions de l'art. (1393) relatives à l'ouverture et à la fermeture des soupapes. On voit, n°. 1, qu'avant que le tasseau *tt* ait atteint la branche 3', la cheville *g'g'* a déja fait abaisser le levier 88, et que par conséquent la soupape qui établit la communication entre la chaudiere et la partie supérieure du cylindre, et celle qui établit la communication entre le condenseur et la partie inférieure du même cylindre, se ferment graduellement avant que les deux autres soupapes s'ouvrent. Il arrive de là que la vapeur n'a pas encore afflué dans la partie inférieure du cylindre, et que l'effet de l'injection d'eau froide ne s'est point fait sentir dans la partie supérieure, lorsque déja la communication de la partie inférieure avec le condenseur et celle de la partie supérieure avec la chaudiere sont interceptées en totalité ou presque totalité. Il y a donc un petit espace de temps pendant lequel une masse de vapeur est isolée au-dessus du piston, et doit par conséquent éprouver, par la température plus basse de la matiere du cylindre, un commencement de condensation qui diminue son ressort; l'effet contraire a lieu au dessous du piston pour la vapeur produite par les parois humectées, dans un espace vuide d'air, et qui, n'éprouvant plus l'effet de l'injection, acquiert de la chaleur et du ressort. Ainsi l'effort diminuant d'un côté et la résistance augmentant de l'autre, le mouvement commence à s'amortir naturellement, ce qui diminue la sacade qu'éprouve la machine lorsque l'encliquetage 22, 3', venant tout à coup à se dégager, la vapeur afflue avec une vitesse extrême par-dessous le piston et se condense par-dessus. (1)

L'économie de la vapeur est encore un motif pour que la soupape qui communique de la partie inférieure du cylindre au condenseur soit entièrement fermée lorsque la soupape qui

(1) D'après ce qu'on vient de dire, il arrive que, vers la fin de chaque course du piston du cylindre à vapeur, la chaudiere doit demeurer pendant un petit intervalle de temps à ne faire qu'une dépense de vapeur très petite ou même nulle. Mais comme ce temps est très court, ce que nous avons dit n° 1 et 2 de l'art. (1459) n'en est pas moins applicable aux machines à double effet.

communique de cette même partie inférieure à la chaudiere s'ouvre; car si dans ce moment la vapeur trouvoit le plus petit jour pour parvenir au condenseur, il s'en feroit une déperdition considérable.

Nous venons de prendre le piston du cylindre à vapeur au bas de sa course et d'examiner les effets qui doivent avoir lieu pour qu'il remonte de la maniere la plus avantageuse : rien n'est plus facile que de faire un raisonnement analogue en le prenant au haut de sa course.

1477. Finissons par observer qu'indépendamment des relations entre l'ouverture et la fermeture des paires de soupapes que fait mouvoir chacun des axes ff, $f^{\circ}f^{\circ}$ il est encore à propos d'avoir égard aux ouvertures respectives des deux soupapes d'un même axe. On sait que lorsque l'encliquetage d'un axe se dégage, les deux soupapes qui se rapportent à cet axe s'ouvrent, l'une pour introduire la vapeur dans une partie du cylindre, et l'autre pour produire la condensation dans la partie opposée du même cylindre; mais si, par la disposition des tringles ou la différente élévation des soupapes, la condensation se faisoit trop promptement, l'effort de la vapeur affluente au côté opposé ayant subitement la plénitude de son effet, le mouvement rétrograde du piston se feroit avec trop de violence. Il faut donc disposer les élévations respectives des soupapes, qui sont ouvertes ensemble, de maniere que le mouvement dans un sens ayant, comme on l'a dit ci dessus, une diminution graduelle, le mouvement rétrogade se produise également avec une espece de continuité. Les lentilles suspendues aux articulations h', h'', sont à la vérité destinées à produire en partie l'effet dont nous parlons ici, en ce qu'elles sont conformées de maniere à empêcher que les soupapes ne se levent par sacade; cependant comme les deux soupapes participent également du ralentissement qu'elles causent, ces lentilles ne remplissent pas précisément l'objet que nous avons en vue dans cet article, qui consiste à faire en sorte que la vitesse d'effluence de la vapeur qui va du cylindre au condenseur soit dans les premiers instants *relativement* moindre que la vitesse d'affluence de celle qui vient de la chaudiere dans le cylindre.

Toutes les précautions dont nous venons de parler tiennent essentiellement aux inconvénients du mouvement alternatif et à la nécessité de détruire à chaque fin d'oscillation les quantités de mouvement acquises dans un sens pour en reproduire d'autres en sens contraire.

J'aurois pu mettre à la suite des descriptions précédentes les détails sur la maniere de placer le cylindre bien verticalement; mais ces détails, parfaitement inutiles à la plus grande partie des lecteurs, portent sur des objets qui ne peuvent pas donner le moindre embarras aux praticiens tant soit peu intelligents; je passe aux recherches sur le mouvement vertical de la tige du piston.

Théorie *du mouvement rectiligne du piston du cylindre à vapeur produit par une combinaison de mouvements circulaires, et cacul des proportions des machines à feu relativement à l'effet qu'elles doivent produire.*

1478. Nous commencerons ce chapitre par la solution d'un problême utile, non seulement pour les objets que nous aurons à y traiter, mais encore pour beaucoup d'autres questions relatives à la communication du mouvement dans les machines. Il s'agit, d'avoir la relation entre les positions respectives de deux leviers tournant autour d'axes fixes et liés entre eux par une verge inflexible et inextensible qui forme charniere ou articulation à chacun de ses jonctions avec les leviers. Cette relation une fois connue, on en déduit, par les principes posés dans la 1[re] partie de cet ouvrage, celle des puissances qui agiroient sur ces leviers, soit dans le cas de l'équilibre, soit dans celui du mouvement. Voici l'énoncé du problême.

Soient (fig. 205) AC et BD deux bras de leviers tournant autour des axes immobiles A et B, et dont les extrémités C et D sont liées par la verge inflexible et inextensible CD. On demande 1°. la relation entre les angles formés par les droites AC, CD, DB, et une ligne droite AB', donnée de position dans toutes les situations des leviers AC, BD, que leur liaison mutuelle rend possibles; 2°. la position d'un point donné M de la ligne CD, correspondant à une position quelconque des leviers.

Solution. Supposons que AB' est une ligne horizontale; menons les verticales BB', MP, et les horizontales CH, BK. Foisons de plus

$AB = a$	angle $CAB' = \beta$
$BD = b$	angle $DCH = \gamma$
$CD = c$	angle $DBK = \delta$
$AC = d$	la verticale $MP = y$
$AB' = a'$	$AP = x$
$B'B' = a''$	$\frac{CM}{DC} = n$; d'où $CM = nc$.

Q ij

La ligne A B' est égale à la somme des projections horizontales des lignes AC, CD, DB; et chacune de ces projections a pour valeur le produit de la ligne projetée par le cosinus de l'angle que cette ligne fait avec l'horizon.

La ligne B B' est égale à la somme des projections verticales des lignes AC et CD, moins la projection verticale de la ligne BD; et chacune de ces projections est égale au produit de la ligne projetée par le sinus de l'angle que cette ligne fait avec l'horizon.

Les propriétés que nous venons d'énoncer deviendront sensibles à l'œil en menant les verticales CC', DD', et l'horizontale DD".

Ces deux propriétés donnent respectivement les équations

$$a' = d\cos.\beta + c\cos.\gamma + b\cos.\delta \ldots (1)$$

$$d\sin.\beta + c\sin.\gamma = b\sin.\delta + a'' \ldots (2),$$

ou, en transposant,

$$c\cos\gamma = a' - d\cos.\beta - b\cos.\delta \ldots (3)$$

$$c\sin.\gamma = a'' - d\sin.\beta + b\sin.\delta \ldots (4).$$

Elevant au carré chaque membre de ces deux équations, mettant pour $\cos.^2\gamma$ sa valeur $1 - \sin^2\gamma$, ajoutant les équations membre à membre, et faisant attention que $\sin.^2 + \cos.^2 = 1$, l'angle γ se trouvera éliminé, et on aura pour la relation entre β et δ

$$c^2 = a'^2 + a''^2 - 2a'\left\{\begin{matrix} d\cos.\beta \\ +b\cos.\delta \end{matrix}\right. + 2a''\left\{\begin{matrix} b\sin.\delta \\ -d\sin.\beta \end{matrix}\right. + d^2 + b^2 + 2bd\left\{\begin{matrix} \cos.\beta\cos.\delta \\ -\sin.\beta\sin.\delta \end{matrix}\right. \ldots (5),$$

écrivant pour $a'^2 + a''^2$ sa valeur a^2, divisant par $2bd$, faisant $\frac{c^2 - a^2 - d^2 - b^2}{2bd} = f$, et réduisant, on a

$$f = \left(\cos.\delta - \frac{a'}{b}\right)\cos.\beta - \left(\sin.\delta + \frac{a''}{b}\right)\sin.\beta - \left(\frac{a'}{d}\cos.\delta - \frac{a''}{d}\sin.\delta\right) \ldots (6).$$

Faisons

$$\cos.\delta - \frac{a'}{b} = \mathrm{A},$$

$$\sin.\delta + \frac{a''}{b} = \mathrm{B},$$

$$\frac{a'\cos.\delta - a''\sin.\delta}{d} = \mathrm{C},$$

$$\mathrm{C} + f = \mathrm{D};$$

l'équation (6) devient, en substituant A, B, C, D,

$$\sin.\beta = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}\cos.\beta - \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{B}} \ldots\ldots (7).$$

Elevant au carré et substituant pour $\sin.^2\beta$ sa valeur $1 - \cos.^2\beta$, on a, réductions faites,

$$\cos.^2\beta-\frac{2AD}{A^2+B^2}\cos.\beta=\frac{B^2-D^2}{A^2+B^2},$$

d'où on tire,

$$\cos.\beta=\frac{AD}{A^2+B^2}\pm\left\{\frac{A^2D^2}{(A^2+B^2)^2}+\frac{B^2-D^2}{A^2+B^2}\right\}^{\frac{1}{2}},$$

et, en réduisant,

$$\sin.\beta=\frac{-BD\pm A(A^2+B^2-D^2)^{\frac{1}{2}}}{A^2+B^2}\ldots.(8),$$

$$\cos.\beta=\frac{AD\pm B(A^2+B^2-D^2)^{\frac{1}{2}}}{A^2+B^2}\ldots.(9),$$

équations pour calculer toutes les valeurs de β correspondantes à des valeurs données de δ.

Pour obtenir l'équation inverse, qui donneroit δ en valeurs de β, il faut disposer le 2ᵉ membre de l'équation (6) comme il suit :

$$(10)\ \ldots f=\left(\cos.\beta-\frac{a'}{d}\right)\cos.\delta-\left(\sin.\beta-\frac{a''}{d}\right)\sin.\delta-\left(\frac{a'\cos.\beta+a''\sin.\beta}{b}\right).$$

Faisons

$$\cos.\beta-\frac{a'}{d}=A',$$

$$\sin.\beta-\frac{a''}{d}=B',$$

$$\frac{a'\cos.\beta+a''\sin.\beta}{b}=C',$$

$$C'+f=D';$$

l'équation (10) deviendra

$$\sin.\delta=\frac{A'}{B'}\cos.\delta-\frac{D'}{B'},$$

équation de même forme que l'équation (7), et qui donne

$$\sin.\delta=\frac{-B'D'\pm A'(A'^2+B'^2-D'^2)^{\frac{1}{2}}}{A'^2+B'^2}\ldots(11),$$

$$\text{et}\ \ldots\ldots\cos.\delta=\frac{A'D'\pm B'(A'^2+B'^2-D'^2)^{\frac{1}{2}}}{A'^2+B'^2}\ldots.(12);$$

au moyen de quoi on a toutes les valeurs de δ correspondantes à des valeurs données de β.

Cherchons maintenant une équation entre γ et β, et pour cela faisons

$$\left.\begin{array}{l}a'-d\cos.\beta=P\\ a''-d\sin.\beta=R\end{array}\right\},\ \text{d'où}\ P^2+R^2=a^2+d^2-2d(a'\cos.\beta+a''\sin.\beta),$$

$$\frac{b^2-\{c^2+P^2+R^2\}}{2c}=M.$$

Les quantités P et R, substituées dans les équations (3) et (4), donnent

$$b \cos. \delta = P - C \cos. \gamma \; \ldots\ldots \; (13),$$

$$b \sin. \delta = c \sin. \gamma - R \; \ldots\ldots \; (14);$$

carrant les équations, ajoutant et réduisant, il vient

$$b^2 = P^2 + R^2 + c^2 - 2cP \cos. \gamma - 2cR \sin. \gamma;$$

divisant par $2cR$ et substituant M, on a

$$\sin. \gamma = \frac{-P}{R} \cos. \gamma - M \; \ldots\ldots \; (15);$$

équation d'où on tire

$$\sin. \gamma = \frac{-MR \pm P(P^2 + R^2 - M^2)^{\frac{1}{2}}}{P^2 + R^2} \; \ldots\ldots \; (16),$$

$$\text{ou } \cos. \gamma = \frac{-MP \pm R(P^2 + R^2 - M^2)^{\frac{1}{2}}}{P^2 + R^2} \; \ldots\ldots \; (17).$$

Il reste encore à trouver la position du point M correspondante à une position quelconque des leviers, ce qui se reduit à avoir une équation entre AP ou PM, et l'un des angles β, γ ou δ. Pour cela observons qu'on a

$$AP = AC' + CP,$$

$$AP = AB' - B'D' - PD',$$

c'est à dire

$$x = d \cos. \beta + nc \cos. \gamma \; \ldots\ldots \; (18),$$

$$x = a' - b \cos \delta - (1-n) c \cos. \gamma \; \ldots \; (19);$$

divisant l'équation (18) par n, et l'équation (19) par $(1-n)$, ajoutant les deux équations et reduisant, γ se trouve éliminé, et on a

$$\frac{x}{n(1-n)} = \frac{a'}{1-n} + \frac{d}{n} \cos. \beta - \frac{b}{1-n} \cos. \delta,$$

$$\text{d'où } x = (1-n)\, d \cos. \beta + n\,(a' - b \cos. \delta) \; \ldots \; (20).$$

Ainsi, pour une valeur donnée d'une des indéterminées β ou δ, on calculera l'autre indéterminée par le moyen d'une des deux équations (12) ou (9), et on aura la valeur correspondante de x.

L'équation qui donne x en valeur de β seula est

$$x = (1-n) d \cos. \beta + n \left\{ a' - b \frac{\left[A'D' \pm B'(A'^2 + B'^2 - D'^2)^{\frac{1}{2}}\right]}{A'^2 + B'^2} \right\} \ldots (21).$$

On trouveroit de la même maniere la valeur de PM, en faisant attention que

$$PM = CC' + MP',$$
$$PM = D'K + KD - DQ,$$

c'est à dire

$$y = d \sin. \beta + nc \sin \gamma,$$
$$y = a'' + b \sin. \delta - (1-n)\, c \sin. \gamma;$$

éliminant γ, il vient

$$\frac{y}{n(1-n)} = \frac{d}{n} \sin. \beta + \frac{a''}{1-n} + \frac{b}{1-n} \sin. \delta,$$
$$\text{ou } y = (1-n)\, d \sin. \beta + n\,(a'' + b \sin. \delta) \ldots (22);$$

équation dans laquelle on peut substituer la valeur de sin. δ déduite de l'equation (11): on pourroit, cette substitution faite, éliminer β entre les equations (22) et (21); au moyen de quoi on auroit l'equation de la courbe decrite par le point M en x, y et constantes, et qui est une courbe algébrique; mais ce seroit se livrer inutilement à des calculs laborieux.

Il est bien essentiel, pour faire usage des équations précédentes, d'avoir égard aux signes des angles; il faut se souvenir que les sommets des angles β, γ et δ, sont en A, C et B; que les origines des valeurs positives de ces angles sont sur des lignes horizontales, passant par chacun des points A, C et B; que ces origines se trouvent dans la direction de A en B pour l'angle β, dans celle de C en H pour l'angle γ, dans celle de B en K pour l'angle δ, et enfin que les angles positifs se comptent au dessous de chacune des horizontales AB', CH et BK; enfin nous avons donné les expressions des sinus et celles des cosinus, tant pour fournir des moyens de vérification que parceque l'exactitude exige qu'on calcule par leurs sinus les petits angles, et par leurs cosinus ceux qui approchent de 90°.

1481. Pour faire une premiere application de ces équations, supposons que les deux bras de leviers AC et BD sont égaux, qu'ils se trouvent ensemble dans la position horizontale, que CD=BB', et que CM = ½CD. C'est le cas dont nous avons parle art. (1417) en faisant la description du mécanisme au moyen duquel le piston du cylindre à vapeur de la machine representée par la *fig* (241) communiquoit son action au balancier: AC represente le balancier, et DB le contre-balancier. On voit combien il est utile pour la régularité du mouvement et pour la conservation des principales pieces de la machine de placer le balancier et le contre-balancier à des hauteurs au dessus du cylindre, telles que la ligne que le point de suspension de la tige du piston decrit pendant la course du

piston soit la portion de la courbe totale qui approche le plus d'une ligne droite verticale; cette disposition ne peut se trouver bien exactement que par les méthodes de calcul que nous donnons ici.

Les conditions précédentes donnent $d=b$; $a'=b+d=2b$; $a''=c$; $n=\frac{1}{2}$; soit de plus $c=kb$; on aura $a=b\,(k^2+4)^{\frac{1}{2}}$ et $f=-3$. Les quantités A', B', C', D', deviendront; savoir,

$$A'=\cos.\beta-2,$$
$$B'=\sin.\beta-k,$$
$$C'=2\cos.\beta+k\sin.\beta,$$
$$D'=2\cos.\beta+k\sin.\beta-3.$$

Pour faciliter le calcul des diverses valeurs de δ et de x correspondantes à des valeurs données de β, nous avons calculé la table suivante, qui donne de 5 en 5 degrés, depuis $\beta=0°$ jusqu'à $\beta=30°$ (ce qui est plus que suffisant pour la pratique), les valeurs numériques des différentes quantités qui entrent dans l'équation (11) art. (1478), en ne laissant indéterminé que k, qui dépend de la proportion particulière entre les différentes parties du balancier. Lorsqu'au moyen de cette table on aura calculé sin. δ, on substituera la valeur de cos. δ dans l'équation (20) art. (1479), et un calcul très simple donnera celle de x.

Les signes supérieurs dans la table suivante se rapportent aux valeurs positives de β, c'est-à-dire aux cas où la ligne AC est au dessous de l'horizontale, et les signes inférieurs se rapportent aux valeurs négatives de β.

TABLE pour calculer les inclinaisons correspondantes du balancier et du contre-balancier, et la quantité dont la tige du piston du cylindre à vapeur s'écarte de la verticale pendant la course du piston.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
δ	sin. δ	cos δ	A'	B'	D'$_1$	A''	B''$_1$	D''.	A'+D'	A'+B''−D''
0	±0	1,0000000	−1,0000000	0,000000 −K	±0,0000000 K −1,0000000	1,0000	0,0000 ∓0,0000 K +K²	1,0000 ∓0,0000 K +0,0000 K²	1,0000 +K	−0,00000 ±0,00000 K +1,00000 K
±5	±0,0871557	0,9961947	−1,0038053	±0,0871557 −K	±0,0871557 K −1,0076 06	1,0077	0,007596 ∓0,17431 K +K²	1,00150 ∓0,17562 K +0,00760 K²	1,01550 ∓0,17431 K +K²	−0,0001 ±0,00153 K −0,99202 K
±10	±0,1736482	0,9848077	−1,0154090	±0,1736482 −K	±0,1736182 K −1,0305896	1,0746	0,03015 ∓0,34730 K +K²	1,01516 ∓0,35186 K +0,03154 K²	1,06076 ∓0,34730 K +K	−0,00085 ±0,01267 K +0,96984 K
±15	±0,2588190	0,9659258	−1,0352740	±0,2588190 −K	±0,2588190 K −1,0681484	1,0693	0,06699 ∓0,51764 K +K²	1,1408 ∓0,5529 K +0,06699 K²	1,13659 ∓0,51764 K +K²	−0,0045 ±0,03526 K +0,93501 K²
±20	±0,3420000	0,9396926	−1,0605074	±0,3420201 −K	±0,3420200 K −1,1006148	1,1294	0,11698 ∓0,68404 K +K²	1,2857 ∓0,72660 K +0,11698 K²	1,24118 ∓0,68404 K +K	−0,01452 ±0,10838 K +0,88302 K²
±25	±0,4226183	0,9063078	−1,1033779	±0,4226183 −K	±0,4226183 K −1,1873844	1,1967	0,17859 ∓0,84524 K +K²	1,4093 ∓0,9354 K +0,1706 K²	1,57479 ∓0,84524 K +K²	−0,0351 ±0,15831 K +0,8214 K²
±30	±0,5000000	0,8660254	−1,1559745	±0,500000 −K	±0,5000000 K −1,2679490	1,2859	0,25000 ∓1,00000 K +K²	1,6076 ∓1,2679 K +0,25 K²	1,53590 ∓1,00000 K +K²	−0,0717 ±0,26788 K +0,75 K²

1482. Lorsqu'on aura, au moyen de la table précédente, calculé la valeur de δ, x sera donné par l'équation (21), art. (1479), qui, en faisant $n=\frac{1}{2}$ et $d=b$, devient

$$x=b\left(1+\frac{\cos.\beta-\cos.\delta}{2}\right).$$

Cette valeur de x se réduit à b lorsque cos. β=cos. δ, c'est-

à-dire lorsque $\beta=0$; mais il faut observer que les cosinus ayant des variations très lentes dans les premiers degrés du quart de cercle, la différence cos. β — cos δ a dans ce cas une très petite valeur, qu'il faut encore réduire à moitié pour la multiplier par b. Ainsi on voit d'avance que, lorsque β sera un angle d'un petit nombre de degrés, la valeur de x sera à peu près constante; c'est ce que l'exemple suivant va rendre sensible.

Exemple de l'usage de la table.

1483. Nous supposerons que CD est la moitié de AC, c'est-à dire que l'armature *fig.* (313), qui supporte la tige du piston, a de longueur la moitié de la distance entre l'axe de rotation du balancier et l'extrémité de ce balancier; cette proportion est, à très peu près, celle qu'on a adoptée dans les machines exécutées, et nous en donnerons un exemple ci-après. On aura dans ce cas les résultats contenus dans la table suivante. b exprime la longueur du bras du balancier.

1.	2.	3		4.	5	6.	7
Angles d'inclinaison du		Distances du sommet de la tige du piston aux lignes passant par l'axe du balancier		Différences entre		Différences des valeurs de x	
balancier	contre-balancier			x et b.	y et $\frac{1}{4}b$.		
β	δ	Verticale x	Horizontale y			Premières	Deuxièmes
+ 30.°	26.° 6. 23.″	+ 0,9841115 b	+ 0,7203808 b	− 0,0158885 b	+ 0,4703808 b	0,0089207 b	
+ 25.	23. 2. 58.	+ 0,9930822 b	+ 0,6570718 b	− 0,0069178 b	+ 0,4070718 b	0,0045118 b	− 0,0044089 b
+ 20.	19. 10. 27	+ 0,9975399 b	+ 0,5852305 b	− 0,0024601 b	+ 0,3352305 b	0,0018550 b	− 0,0026762 b
+ 15	14. 44. 27	+ 0,9994195 b	+ 0,5066330 b	− 0,0005805 b	+ 0,2566330 b	0,0005160 b	− 0,0013296 b
+ 10	9. 57. 3.	+ 0,9999355 b	+ 0,4252256 b	− 0,0000645 b	+ 0,1752256 b	0,0000754 b	− 0,0004335 b
+ 5.	4. 59. 49.	+ 0,9999990 b	+ 0,3371201 b	− 0,0000010 b	+ 0,0871201 b	0,0000010 b	− 0,0000724 b
± 0.	0. 0. 0.	+ 1,0000000 b	+ 0,2500000 b	± 0,0000000 b	+ 0,0000000 b	0,0000017 b	+ 0,0000007 b
− 5.	5. 0. 8.	+ 1,0000017 b	+ 0,1628250 b	+ 0,0000017 b	− 0,0871750 b	0,0000767 b	+ 0,0000760 b
− 10.	10. 8. 6.	+ 1,0000784 b	+ 0,0759029 b	+ 0,0000784 b	− 0,1740971 b	0,0006623 b	+ 0,0001880 b
− 15.	15. 16. 52.	+ 1,0006407 b	− 0,0111870 b	+ 0,0006407 b	− 0,2611870 b	0,0024060 b	+ 0,0018457 b
− 20.	20. 59. 43	+ 1,0030467 b	− 0,1001692 b	+ 0,0030467 b	− 0,3501692 b	0,0085436 b	+ 0,0061575 b
− 25.	27. 58. 41.	+ 1,0115902 b	− 0,1988738 b	+ 0,0115902 b	− 0,4488738 b		

Les valeurs positives de β indiquent les positions où le balancier se trouve au-dessous de l'horizontale; et on voit que x diffère d'autant plus de b, que l'angle d'inclinaison du balancier est plus grand, moins cependant dans les positions inférieures que dans les supérieures. La 7ᵉ colonne des différences 2ᵉˢ offre un changement de signe correspondant à la valeur de $\beta=0$, ce qui annonce un point d'inflexion qui se trouve à égale distance du balancier et du contre-balancier supposés tous deux dans une position horizontale. C'est de cette propriété que dérive celle du mouvement rectiligne, car on sait que la courbure, nulle aux points d'inflexion, est peu sensible encore à une petite distance de ces points. (*Voyez les fig.* (208 *et* 209), *et la note.*

Les valeurs de y ont été calculées au moyen de l'équation (22), art. (1479), en faisant dans cette équation $d=b$, $n=\frac{1}{2}$, $a'=Kb$, $K=\frac{1}{4}$, ce qui donne

$$y=\tfrac{1}{4}b+b\frac{\sin.\beta+\sin.\delta}{2}.$$

Observons en passant que la valeur de y est égale à $\frac{1}{4}b$, ou à la moitié de la distance entre le balancier et le contre-balancier supposés horizontaux, plus à une quantité qui, lorsque β et δ diffèrent peu, se réduit sensiblement à $b\sin.\beta$, c'est à dire à la distance verticale depuis l'extrémité du balancier jusqu'à l'horizontale passant par son axe de rotation.

Pour appliquer les calculs précédents à des nombres absolus, soit la longueur du balancier = 12 pieds = 1728 lignes; toutes les proportions étant d'ailleurs les mêmes que ci dessus, on aura les résultats suivants pour la marche du piston.

β.	x	y	β	x	y	β.	x.	y	β.	x	y.
deg. 30	lig. 1700,61	lig. [illegible]	deg. 15	lig. 1727,00	lig. 875,46	deg. 0	lig. 1728,00	lig. 432,00	deg. −15	lig. 1729,10	lig. −19,23
25	1716,03	1185,41	10	1726,58	751,33	−5	1728,00	281,30	−20	1735,46	−175,09
20	1725,83	1011,25	5	1728,00	582,50	−10	1728,14	[illegible]	−25	1746,05	−338,47

On voit maintenant quel angle le balancier doit faire avec l'horizontale pour que le sommet de la tige du piston s'écarte de la verticale d'une quantité donnée. Cette quantité est d'une ligne pour 15 degrés au dessous, et de 1,1 de ligne pour 15 degrés au dessus, ou en général de $\frac{58}{100000}$ et de $\frac{64}{100000}$ de la longueur du balancier: cette

précision seroit suffisante si la course du piston répondoit à la grandeur de la machine; et, pour s'en assurer, il faut prendre dans la table les valeurs de y correspondant à $+15^\circ$ et -15°, et les retrancher l'une de l'autre en ayant égard aux signes.

Ainsi à $+15^\circ$, $y = \cdots\cdots\cdots + 875{,}46$ lignes.
à -15°, $y = \cdots\cdots\cdots - 19{,}33$

Différence ou course du piston $\cdots\cdots 894{,}79$ lignes.

Ce qui donne 6 pieds 2 pouces 6 $\frac{3}{4}$ lignes, course qui peut être suffisante pour un cylindre à vapeur de trois pieds au moins.

Pour avoir la valeur de y correspondante à la moitié de la course du piston, il faut observer que l'abaissement total au-dessous de l'horizontale passant par l'axe du balancier est de $\cdots\cdots\cdots 875{,}46$ lignes.
dont il faut retrancher la demi-course $\cdots 447{,}29$

Différence ou valeur de y cherchée $\cdots\cdots 428{,}17$ lignes.

Ce résultat fait voir que le point d'inflexion mentionné plus haut, et correspondant à $s=0$ ou à $y=432$ lignes, divise assez exactement en deux parties égales la course du point supérieur de la tige du piston, puisqu'il ne s'en faut pas de 4 lignes qu'il ne réponde précisément au milieu de cette course. Cette condition est indispensable, et il faut toujours établir la proportion et disposer les parties de la machine en conséquence (*).

(*) La figure (208) offre la description entiere de la courbe que le sommet de la tige du piston décriroit dans toutes les positions possibles du balancier et du contre-balancier. Quoique nous ayons donné toutes les formules et les méthodes nécessaires pour en calculer tous les points, il ne sera pas inutile d'ajouter encore quelques détails graphiques. Le point A est un centre de rotation immobile, AC une horizontale, CD une verticale, DB une horizontale tournant autour du centre immobile B; et on a AC=DB, $CD = \frac{1}{K} \cdot AC$, CE=$\frac{1}{2}$CD, et on demande la courbe décrite par le point E dans toutes les possibles de AC, CD et DB. On voit d'abord que les points C et D parcourront des arcs de cercle (12)'(10)'C(4)', (1) D(10) (8). Supposons que D(1) soit le plus grand arc supérieur que D puisse parcourir, ce qui suppose que C est parvenu de son côté en (1)' et CD en (1)'(2), de telle sorte que A(1)'(1) soit une ligne droite. On connoît la valeur de l'arc D(1) en cherchant celle de l'arc ED(1), par la solution du triangle AB(1),

1484. Le balancier et le contre-balancier de la machine à feu établie par MM Perier à l'isle des Cygnes, à Paris, ont chacun 9 pieds 2 pouces de longueur entre les centres des

Application à la machine de l'isle des Cygnes.

dont tous les côtés sont donnés). Si on divise (1)'(1) en deux parties égales en S, le point S appartiendra à la courbe. Le point (1)' étant parvenu en (2)', le milieu *a* de (2)'(2) sera encore un point de la courbe; enfin le point (2)' continuant de marcher jusqu'en C, on aura obtenu de cette manière l'arc S*a*E. Le point C continuant de descendre, et se trouvant, par exemple, en (3)', le point E se trouvera en *b*, et on aura de cette sorte l'arc E*b*U, le point U répondant à la plus grande digression (4)' de C, cas auquel (4)'(4) et (4)B sont en ligne droite. Mais le point (4) marchant toujours dans le même sens et arrivant en (5), le point (4)' redescend en (5)', et on a un point *d* de la courbe; le point (5) arrive ensuite à un point (6), tel que les angles B(6)(6)' et A(6)'(6) sont égaux, et on a le sommet X de la courbe. (6) passe ensuite en (7), ce qui donne le point *e* de la courbe, et enfin en (8), point de la plus grande digression qui se trouve dans une même ligne droite avec (8)' et A, et donne le point V correspondant à U. Alors la A(8)'(8) se plie de maniere à former un angle saillant par rapport au haut de la planche, de rentrant qu'il étoit, le point (8) remonte, et arrivant en (9), donne le point *g* de la courbe; il arrive ensuite en (10), où la ligne B(10) est tangente à un cercle CODOC, qui a la ligne CD pour diametre. Alors les angles B(10)(10)', A(10)'(10), sont droits, et les lignes B(10), (10)(10)', (10)'A, sont respectivement dans la même position que les lignes AC, CD, DA, et l'axe V*g*E se termine au même point E trouvé précédemment.

On concevra aisément comment le point (10) passant successivement en (11), (12), (13), (14) et (15), on a successivement les points *h*, C, *k*, R et *m* de la courbe, qui est enfin fermée au point S lorsque les deux extrémités des rayons reviennent en (1) et (1)' d'où elles étoient parties.

On voit, par la description précédente, que la courbe est composée de quatre parties semblables et égales, séparées par les axes AEB et RX, menés à angle droit l'un sur l'autre. CE étant par construction $=\frac{1}{2K}$ AC, la tangente de l'angle CAE $=\frac{1}{2K}$, ce qui donne pour la valeur de cet angle ou de son égal CEX, 14° 2' 10", dans le cas où K $=$ 2, 9° 27' 40" dans celui où K $=$ 3, etc.

L'arc *h*EV étant égal et semblable à l'arc *a*EU, les points de *h*EV, voisins de E, seront par conséquent sensiblement en ligne droite; ainsi les points A et B restant les mêmes, si on donne à la ligne brisée ACDB la position A(10)'(10)B, le point E pourra opérer une traction sensiblement rectiligne dans une direction (10)'E(10), faisant avec la verticale un angle CE(10) double de celui qui auroit $\frac{1}{2K}$ pour tangente.

Finissons par observer que les vitesses angulaires des points C et D, qui different fort peu dans le voisinage de la circonférence CODOC, deviennent tres inégales lorsque les points C ou D sont vers les extrémités des arcs qu'ils peuvent parcourir. On voit, par exemple, que l'arc (3)'(4)' répond à l'arc

axes de rotation. La pièce qui unit leurs extrémités et au milieu de laquelle la tige du piston est suspendue, a quatre pieds trois lignes également entre les centres des axes. D'un autre côté l'extrémité inférieure de la bielle qui fait tourner le volant décrit une circonférence de 5,052 pieds de diamètre, longueur égale à la course du piston, et dont la moitié 2,026 donne 16° 0' pour le plus grand angle formé par le balancier et l'horizontale qui passe par son axe de rotation: on a donc

$$b=9{,}1667;\ K=\frac{4{,}0208}{9{,}1667}=0{,}43864;\ \beta=16°\ 0'.$$

Comparant ces données avec les formules de l'art. (1481), on a

$$A'=\cos\beta-2=-1{,}0387383,$$
$$B'=\sin\beta-K=-0{,}16299,$$
$$D'=2\cos\beta+K\sin.\beta-3=-0{,}95662.$$

Substituant ces nombres dans la formule de l'article (1478),

$$\sin.\delta=\frac{-B'D'\pm A'(A'^2+B'^2-D'^2)^{\frac{1}{2}}}{A'^2+B'^2},$$

la racine qui satisfait à la question donne $\delta=15°\ 36'$.

Maintenant, pour trouver de combien le sommet de la tige du piston s'écarte de la verticale à l'extrémité de sa course, il faut calculer l'équation de l'art. (1482),

$$x=b\left(1+\frac{\cos.\beta-\cos.\delta}{2}\right),$$

qui donne $x=9{,}1575$.

Ainsi le sommet de la tige du piston s'écarte de la verticale, à l'extrémité inférieure de sa course, de $9{,}1667-9{,}1575=0{,}0092$, le pied étant l'unité, ce qui équivaut à 1 ligne $\frac{1}{3}$ sur plus de cinq pieds de course.

1485. Les constructeurs éclairés nous sauront quelque gré des détails dans lesquels nous venons d'entrer, par la facilité qu'ils donnent de déterminer avec exactitude des proportions qu'aucune construction graphique ne pourroit donner avec assez de précision. Le calcul est d'autant plus indispensable dans de pareilles circonstances, que la perfection tient à de très petites quantités, qui, si on les néglige, peuvent influer sur l'effet et la conservation des machines.

beaucoup plus grand (5)(4); on peut dans plusieurs circonstances tirer parti de cette propriété.

Ce que nous venons de dire est plus que suffisant pour guider les praticiens qui voudroient tracer la courbe dans le cas où AC ne seroit pas égal à DB, et où le point E ne seroit pas au milieu de CD.

1486. La propriété du mouvement sensiblement rectiligne et vertical de la tige du piston fournit un moyen très simple de calculer les inclinaisons de la ligne CD, *fig.* (208), ou de la verge qui joint les extrémités du balancier et du contre-balancier. Pour cela on supposera dans l'équation (18), art (1479), x constant et égal à b; faisant de plus $d=b$ et $nc=nkb$, cette équation deviendra $b=b\cos\beta+\frac{k}{2}b\cos\gamma$, d'où $\cos.\gamma=\frac{2}{k}(1-\cos\beta)$, ce qui se réduit à Formules pour l'inclinaison de la verge à laquelle la tige du piston est attachée.

$$\cos.\gamma=\frac{2}{k}\text{ sinus verse }\beta;$$

et, dans le cas particulier de $K=\frac{1}{2}$, $\cos\gamma=4$ (sinus verse β), équation qui peut être employée dans tout l'espace où le mouvement sensiblement rectiligne et vertical a lieu, et qui est indépendante des dimensions absolues du balancier, puisque la quantité b ne s'y trouve plus

1487 La résistance que la vapeur contenue dans le cylindre a à surmonter peut toujours se réduire à un effort unique agissant à l'extrémité du balancier perpendiculairement à la ligne menée de cette extrémité à l'axe de rotation La relation pour le cas de l'équilibre entre les efforts du moteur et de la résistance doit être variable à différentes inclinaisons du balancier, même dans l'hypothese de la résistance constante, la vérité de cette proposition peut se déduire immédiatement et très simplement du principe des vitesses virtuelles exposé dans la premiere partie de cet ouvrage Il résulte de ce principe que, dans le cas de l'équilibre, les espaces élémentaires que les points sur lesquels agissent le moteur et la résistance tendent à parcourir dans la direction des puissances, doivent être réciproquement proportionnels à ces puissances. Les espaces dont il s'agit sont la différentielle de y, équation (22), art (1479), et la différentielle de l'arc décrit par l'extrémité du balancier ou de l'arc β qui lui est proportionnel, or les rapports de ces différentielles n'étant pas constants, celui des différentielles ne peut pas l'être. Pour trouver l'expression variable du rapport variable des puissances, il faut substituer dans l'équation (22), art. (1479), pour sin δ sa valeur déduite d'une des équations (11) ou (12), art. (1478), et on aura une équation entre y et β, qui donnera le rapport demandé correspondant à une valeur quelconque de β. Formule pour [illegible] l'effort de la vapeur et la résistance à vaincre.

On peut simplifier extrêmement le calcul en ne cherchant qu'une valeur approchée applicable à l'espace que parcourt

le piston dans lequel x peut être censé sensiblement constant Pour cela prenez l'équation trouvée à la fin de l'article précédent $\cos.\ \gamma = \frac{2}{k} \sin$ verse β, qui donne $\sin.^2 \gamma = 1 - \frac{4}{k^2} (\sin.\text{verse}\,\beta)^2$, et $\sin.\ \gamma = \left\{1 - \frac{4}{k^2} (\sin.\ \text{verse}\ \beta)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$; et substituez la valeur de $\sin\ \gamma$, ainsi trouvée, dans la premiere des valeurs de y qui precede l'équation (22), art. (1479), on aura, en faisant $d = b$, $n = \frac{1}{2}$, $c = kb$,

$$y = b\left\{\sin.\ \beta + \tfrac{1}{2} k\left[1 - \frac{4}{k^2}(\sin.\ \text{verse}\ \beta)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\},$$

qui donne, en adoptant ∂ pour le signe de la différentiation, afin de ne pas le confondre avec la ligne d,

$$\frac{\partial y}{b\,\partial\beta} = \cos.\ \beta - \frac{2(1-\cos.\ \beta)\sin\ \beta}{\left\{k^2 - 4(1-\cos.\ \beta)^2\right\}^{\frac{1}{2}}};$$

expression qu'on peut employer pour toutes les valeurs de β correspondantes à l'espace dans lequel le mouvement du sommet de la tige du piston est sensiblement rectiligne et vertical.

Nommant P l'effort de la vapeur, et R la résistance à vaincre à l'extrémité du balancier perpendiculairement à sa direction, on a, en substituant au rapport $\frac{\partial y}{b\partial\beta}$ son égal $\frac{R}{P}$,

$$\text{(H)}. \quad . \quad \frac{R}{P} = \cos.\ \beta - \frac{2 \sin\ \beta\ (\sin\ \text{verse}\ \beta)}{\left\{(k + 2 \sin\ \text{verse}\ \beta)(k - 2 \sin\ \text{verse}\ \beta)\right\}^{\frac{1}{2}}}.$$

P devient égal à R dans un seul cas, savoir, lorsque $\beta = 0$; ce qui est évident, puisque le moteur et la résistance agissent alors dans une même verticale à l'extrémité du même bras de levier.

On peut avoir le même rapport sans supposer aucune relation particuliere entre d, b et c, mais en conservant toujours l'hypothese de x constant. Pour cela observons que les équations (20) et (22), art. (1479), donnent respectivement, en faisant $x = d$,

$$\frac{\partial\delta}{\partial\beta} = \frac{(1-n)\, d \sin\ \beta}{nb \sin\ \delta},$$

$$\frac{\partial y}{\partial\beta} = (1-n)\, d \cos.\ \beta + nb \cos.\ \delta \cdot \frac{\partial\delta}{\partial\beta}.$$

Substituant dans la deuxieme équation la valeur de $\frac{\partial\delta}{\partial\beta}$ tirée de la premiere, et divisant par d, on a

$$\frac{\partial y}{d\,\partial\beta} = (1-n)\left(\cos\ \beta + \frac{\cos.\ \delta}{\sin\ \delta} \cdot \sin\ \beta\right),$$

d'où on tire, en faisant attention que $\frac{\cos\ \delta}{\sin\ \delta} = \text{tang.}\ \delta$,

$$\frac{R}{P} = (1-n)\left(\cos.\beta + \frac{\sin.\beta}{\text{tang}.\delta}\right)\ \ldots\ (K).$$

Une valeur de β étant donnée, on en déduira celle de δ, et réciproquement; et on calculera avec la formule précédente le rapport $\frac{R}{P}$.

1488. Si on suppose, comme dans les exemples précédents, $k=\frac{1}{2}$ et $b=d$, on aura, pour le rapport de la résistance à la puissance, les différentes valeurs consignées dans la table suivante, et correspondantes à une course de 30°; savoir, 15° au-dessus et 15° au-dessous du point d'inflexion. Application à un exemple.

Inclinaison du balancier β.	Valeur de $\frac{R}{P}$ par la formule H	Valeur de $\frac{R}{P}$ par la formule K.
+ 15	0.93	0.97
+ 10	0.97	0.98
+ 5	0.99	0.99
± 0	1.00	1.00
− 5	0.99	0.99
− 10	0.99	0.98
− 15	1.00	0.96

Ces résultats nous apprennent que la variation de l'effort pour faire équilibre à la résistance n'est pas très considérable, et que, s'il n'y a d'ailleurs aucune cause d'irrégularité dans le mouvement, l'excès moyen de la puissance sur la résistance ne doit être que d'environ $\frac{1}{12}$ pour l'équilibre. Nous verrons bientôt quels moyens on emploie pour perpétuer et conserver l'uniformité du mouvement.

1489. Le problème résolu art. (1478) et les formules qui résultent de sa solution rendent très faciles les calculs relatifs au parallélogramme de la *fig.* (225), auquel est attaché le piston du cylindre à vapeur, et dont on a parlé art. (1402). On a dit à l'art. cité que ce mécanisme avoit, comme celui de la *fig.* (241), la propriété de rendre le mouvement du piston sensiblement rectiligne et vertical : nous allons voir comment les propriétés de l'un et l'autre mécanisme sont liées l'une à l'autre. Solution du problème géométrique relatif au parallélogramme.

Soit, *fig.* (206), n°s 1 et 2, la ligne ACN, représentant un des bras du balancier dont l'axe immobile de rotation est en A, CDMN un parallélogramme dont tous les côtés sont assemblés à charnières ou articulations; BD une verge inflexible

tournant autour du point immobile B, et fixée à l'angle D du parallélogramme, de maniere que cet angle peut tourner avec elle autour de B en parcourant tout l'arc que comporte la dépendance réciproque des points liés entre eux. On demande, dans toutes les positions que peut prendre la ligne ACN, les distances du point M à une horizontale AB' passant par A, et à une verticale passant par le même point.

Observons d'abord que les positions respectives des lignes AB, AC, CD, DB, rentrent précisement dans le cas de la *fig* (205) et du problême resolu art. (1478): donnons à ces lignes, à leurs projections et à leurs inclinaisons à l'horizon, les mêmes dénominations qu'à l'art. cité; faisons de plus

$$\text{CN} = c',$$

l'horizontale $\text{AP} = u$,

la verticale $\text{PM} = z$.

Menons les horizontales KB, DH, et les verticales DG, HB'; observons que angle MDL = angle CAG = β, et nous aurons, n°. 1,

$$\text{AP} = \text{AB}' - \text{BG} + \text{GP} = \text{AB}' - \text{BK} + \text{DL},$$

$$\text{PM} = \text{PE} + \text{EL} + \text{LM} = \text{BB}' + \text{DK} + \text{LM};$$

et substituant aux quantites leurs valeurs analytiques,

$$u = a' - b \cos. \delta + c' \cos. \beta,$$

$$z = a'' + b \sin. \delta + c' \sin. \beta.$$

1490. Le lecteur concevra au premier aspect que, lorsque δ et β ne seront pas de grands angles, la valeur de u ne souffrira que de très petites variations, si, comme dans l'exemple de l'art. (1481), δ et β sont presque égaux à peu de distance de l'horizontale passant par A. Dans ce cas la formule deviendra sensiblement $u = a' - (b - c') \cos \beta$; et comme dans les premiers degrés du quart de cercle cos β varie fort peu, la valeur $a' - (b - c') \cos. \beta$ aura la même propriété, et sera, à peu de chose près, constamment égale à AN.

Pareillement on aura $z = a'' + (b + c) \sin. \delta$, longueur peu différente de PM, mais qui est rigoureusement la distance à l'horizontale AB' d'un point N', qu'on trouve en prolongeant DB d'une quantité DN' = CN.

Ce que nous venons de dire pour le n° 1 s'applique aisément au n° 2, en donnant aux angles et aux lignes les signes convenables.

Application. 1491. Supposons, *fig* (207), comme dans l'exemple de l'art.

(1481), AC=DB, CD=$\frac{1}{2}$AC, BB'=CD=$\frac{1}{2}$AC, et de plus CN=AC, les équations de l'art (1489) deviendront à des proportions données

$$u=2b+b\,(\cos.\beta-\cos.\delta),$$
$$z=\tfrac{1}{2}b+b\,(\sin.\delta+\sin.\beta).$$

Si on mettoit dans ces équations $\frac{1}{2}b$ au lieu de b, on auroit précisément les mêmes valeurs qu'on a trouvées pour x et y aux art. (1482 et 1483). Il faut observer que $2b$ représente ici la longueur totale du bras du balancier, qui étoit représentée par b dans les équations des articles cités; d'après cela, si on prolonge NM jusques en D', et AB' jusques en B'', de telle sorte que NM=$\frac{1}{2}$ND', AB''=2AB', qu'on mene la verticale B''B''' et D'B''' parallele à DB, on aura DB'''=2B, et B''B'''=2BB' (ce qui est évident, puisque les polygones ACDBB', AND'B'''B'', sont semblables, ayant un angle commun et tous les autres respectivement égaux); la courbe que le point M parcourra, considéré comme le sommet d'un des angles du parallélogramme CNMD, sera identiquement la même que celle que le même point M parcouroit s'il étoit, comme dans l'exemple de l'art. (1481), entraîné avec la ligne ND' par le mouvement des lignes AN et DB''', tournant autour des points A et B'''.

1492. En général, quel que soit le rapport des lignes AC, CN, CD, DB et BB' entre elles, on peut toujours avoir un quadrilatere AB'''D'NA, tel que les côtés AN et B'''D' tournant respectivement autour des points A et B''', le point M de la ligne ND' décrive la même courbe que lorsqu'il est supposé entraîné avec le parallélogrammo CNMD en vertu des rotations des lignes AN et BD autour des points A et B: pour cela il faut prolonger NM jusqu'en D', de telle sorte que ND'=$\frac{CD\times AN}{AC}=\frac{c(d+c')}{d}$, mener par A et B une ligne AB prolongée jusqu'en B''' et dont la longueur soit égale à $\frac{AN}{AC}\times AB=\frac{d+c'}{d}\cdot a$; la ligne D'B''' aura pour valeur $\frac{AN\times DB}{AC}=\frac{d+c'}{d}\cdot b$; on aura de plus AB''=$\frac{AN}{AC}\times AB'=\frac{d+c'}{d}\cdot a'$, et B''B'''=$\frac{AN}{AC}\times B'B=\frac{d+c'}{d}\cdot a''$. Au moyen de ces déterminations tous les côtés des polygones ABBDCA, AB'B''D'NA, seront respectivement proportionnels, et il ne sera plus nécessaire que les points D et M soient liés par la verge DM pour que CD et NM conservent leur parallélisme; ce qu'on peut énoncer ainsi. Dans l'hypo- Rapprochement de ce problème et du précédent.

S 4

these où la ligne AN, tournant autour du point A, feroit par l'intermede des lignes CD et ND' tourner les lignes DB et DB'' respectivement autour des points B et B'', les lignes CD et ND' conserveront leur parallelisme de la même maniere que si MD' et DB'' n'existoient pas et qu'on construisît le parallélogramme CDMN. Il suit de là que le mouvement d'un point quelconque de la ligne ND', et même de toutes les pieces qui dépendent du parallélogramme, aura lieu de la même maniere dans l'un et dans l'autre cas.

Ainsi, ayant les equations

$$u = a' - b\cos.\delta + c'\cos\ \beta,$$
$$z = a' + b\sin\ \delta + c'\sin.\beta,$$

qui appartiennent au parallelogramme, pour avoir les équations analogues appartenantes au système de trois verges mobiles qui produiroient le même effet, il faut, en faisant attention que $n = \frac{NM}{ND} = \frac{d}{d+e}$, poser les équations

$$x = (1 - N)\,D\cos.\beta + N\,(A' - B\cos.\delta),$$
$$y = (1 - N)\,D\sin.\beta + N\,(A'' + B\sin.\delta),$$

en faisant $N = \frac{d}{d+c'}$; $A' = \frac{d+c'}{d}\cdot a'$; $B = \frac{d+c'}{d}\cdot b$; $D = d + c'$; et construire ces équations en employant les majuscules N, A', B, D, de la même maniere qu'on a employe les minuscules de même dénomination dans le problême de l'art. (1478) (*).

(*) La fig. (209) offre la description graphique de la courbe totale décrite par l'angle d'un parallélogramme dont les trois autres angles décrivent des arcs de cercle autour de deux points fixes, en supposant que ce parallélogramme parcourt successivement toutes les positions dont le système auquel il est lié le rend susceptible. Il ne faut pas s'embarrasser des moyens mécaniques par lesquels on pourroit effectuer de semblables mouvements : nous considérons ici les choses purement sous l'aspect géométrique.

A est un point de rotation immobile autour duquel tourne la ligne ACN, qui entraine dans son mouvement le parallélogramme CNMD, B est un autre point de rotation immobile autour duquel tourne la ligne BD, qui assujettit à son mouvement l'angle D du parallélogramme CNMD, et lui fait décrire un arc de cercle autour du point B. D'après cela les points C et N décrivent autour du point A les arcs C¹C⁷, N¹N⁷, le point D décrit autour du point B l'arc D¹D⁴, et le point M décrit une courbe particuliere, dont voici la génération

Supposons que le rayon BD soit parvenu en BD¹, et le rayon AC en AC¹, de telle maniere que CD ait pris la position C¹D¹, et se trouve former

1493. Il est donc possible dans tous les cas de réduire l'un à l'autre les problèmes des art. (1478 et 1489); mais l'applica

une seule ligne droite avec AC^{o} et $D^{o}M^{o}$; le point M^{o} sera un premier point de la courbe, C^{o} parvenant ensuite en C^{1}, le point D^{o} montera en D^{1}, le parallélogramme, qui d'abord se confondoit avec la ligne droite, se développera en $C^{1}N^{1}M^{1}D^{1}$, et donnera le point M^{1} de la courbe. Les points D^{1}, C^{1}, montant successivement, donneront les points M, etc., M^{2}; ce dernier correspondant à la plus grande ascension du point C, à laquelle l'angle CDB devient égal à 180°, et où les lignes CD, DB, forment une seule ligne droite $C^{2}D^{2}B$. Le point C^{2} redescend ensuite en C^{3}; le point D^{2} continue à monter en D^{3}, et le point M^{2} de la courbe devient le point M^{3}; enfin le point C^{3} arrive en C^{4}, et le point D^{3} en D^{4}, de telle sorte que le parallélogramme est une seconde fois réduit à une ligne droite $C^{4}D^{4}N^{4}M^{4}$ dans la direction du rayon AC^{4}. Alors le parallélogramme a engendré la demi-courbe $M^{o}M^{1}MM^{2}M^{3}M^{4}$, l'autre moitié $M^{4}M^{5}M^{6}M^{7}M^{8}M^{o}$, qui est semblable et égale à la première, s'engendre par le changement de situation du parallélogramme qui passe du dessous au-dessus de la ligne ACN, ainsi C^{4} étant descendu en C^{5}, le parallélogramme prend la position $C^{5}D^{5}M^{5}N^{5}$, et donne le point M^{5} de la courbe; on a de la même manière les points M^{6} et M^{7}, ce dernier correspondant au cas où le côté $C^{7}D^{7}$ du parallélogramme est dans la direction du centre B. Enfin N^{7} remonte en N^{8} et N^{o}, et le point M^{7} engendre l'arc $M^{7}M^{8}M^{o}$, comme le point M^{1} avoit engendré l'arc $M^{1}M^{2}M^{3}$.

On voit que cette courbe est de même nature que celle que nous avons décrite dans la note de l'art. (1485). Elle a un point d'inflexion à chacune de ses branches $MM M^{3}$, $M^{5}M^{6}M^{7}$, celui de la première branche se trouve peu éloigné du point M lorsque la ligne AM ne s'écarte pas beaucoup de l'horizontale; et voilà, comme nous l'avons déjà remarqué, pourquoi ce point M parcourt sensiblement une ligne droite verticale, lorsque C ne parcourt pas de grands arcs au-dessus ou au-dessous de l'horizontale passant par le centre A.

Il y auroit beaucoup de choses curieuses à dire sur les propriétés de la courbe que nous venons de décrire; mais nous croyons que ce qui précède suffira aux artistes qui auront quelques notions de la géométrie des courbes. Nous finirons cette note par la description d'un instrument très ingénieux, avec lequel on peut tracer une infinité de courbes par une combinaison de mouvements circulaires, et qui a suggéré à M. Watt l'idée de produire avec de semblables mouvements une ascension rectiligne et verticale. Quand cette machine ne seroit pas par elle-même d'une curiosité piquante, elle devroit sur-tout intéresser par le rapport qu'elle a avec l'histoire de l'art des machines à feu.

Nous en avons tiré la description d'un ouvrage anglois de *George Adams*, intitulé, *Geometrical and graphical Essays*, etc. *London*, 1791; mais son inventeur est *Jean Baptiste Suardi*, qui l'a décrit dans un ouvrage italien qui a pour titre, *Nuovo Istromento per la descrizzione di diverse curve antiche e moderne*, etc., et qui le nomme *Plume géométrique*.

La fig. 197 représente la *plume géométrique*, elle est fixée sur une

tion du dernier (le parallélogramme) a sur l'autre un avantage important, qui est d'occuper beaucoup moins de place, la course du piston et l'inclinaison du balancier étant les mêmes. En effet, pour faire descendre le sommet de la verge MP *fig* (316) de B en M, tout l'équipage du parallélogramme n'occupe que l'espace ABBMDCA, tandis que, pour produire le même effet avec la verge ND', il faudroit prendre tout l'espace AB"B"D'NA; et si on vouloit par ce dernier moyen obtenir une course égale, en rapprochant les points A et B", il faudroit que le balancier et le contre-balancier, ou au moins l'un d'eux, décrivissent des arcs d'un plus grand nombre de degrés, ce qui détruiroit en partie l'avantage du mouvement sensiblement vertical: ces considérations doivent dans bien des circonstances décider le choix du mécanisme.

1494. On conçoit aisément que les précautions scrupuleuses qu'on prend pour donner à la tige du piston un mouvement bien vertical seroient entièrement perdues si le cylindre lui même n'étoit pas placé avec beaucoup de précision; cette opération préliminaire exige la plus scrupuleuse attention, tant pour l'exactitude que pour la solidité.

table par le moyen des supports A, B et C, les têtes *a*, *a*, de deux de ces supports tournent autour d'un axe commun, afin de pouvoir être amenés dans un même plan avec le troisième, et se placer plus commodément dans une boîte lorsqu'on ne se sert pas de l'instrument.

Au bas de l'axe D, qui est immobile et fait corps avec le support C, on fixe une roue dentée *i*, qui peut être changée, mais qui, lorsqu'elle est en place, fait corps avec l'axe D et est immobile comme lui.

EG est une règle de métal, ouverte dans la plus grande partie de sa longueur, dont l'extrémité E est engagée entre la pièce K et la roue *i*, de manière cependant à pouvoir tourner librement autour de l'axe D. Une boîte à coulisse *ia'* est disposée pour pouvoir glisser le long de la règle EG et se fixer en un endroit quelconque. Cette boîte porte une seconde roue dentée *h*, qu'on change à volonté, et qui peut, selon la place de la boîte *ia'*, ou engrener immédiatement dans la roue *i*, ou en recevoir le mouvement par l'intermède d'une autre roue dentée, comme on voit dans la figure.

L'axe de la roue dentée *h* est fixé dans un canon *b*, qui tient à une boîte inférieure *cd*, une règle *fg* coule dans cette boîte, et porte à son extrémité le crayon *kk*, qui trace sur le papier la courbe qu'on veut décrire. Ce crayon s'approche ou s'éloigne à volonté de l'axe *b* au moyen de la facilité qu'on a de faire correspondre la boîte *cd* à une partie quelconque de la règle *fg*.

Tout cela bien conçu, il est clair que, si on fait tourner la règle EG autour de l'axe D, la roue dentée *h* aura un mouvement total de trans-

1495. Pour trouver le rapport de la résistance à la puissance dans le cas de l'emploi du parallélogramme, nous considérerons les choses sous le même point de vue qu'à l'art. (1487), en supposant également que la formule qui donne ce rapport n'a son application que dans l'espace où u est sensiblement constant. D'après cela, observant que la longueur du bras du balancier à l'extrémité duquel agit la résistance est $d+c'$, et établissant un calcul semblable à celui de la fin de l'art. ci-dessus cité, les équations Rapport de la résistance à la puissance lorsqu'on emploie le parallélogramme

$$u = a' - b \cos. \delta + c' \cos. \beta,$$
$$z = a'' + b \sin. \delta + c' \sin. \beta,$$

donneront

$$0 = b \sin. \delta \frac{d\delta}{d\beta} - c' \sin. \beta,$$
$$\frac{dz}{d\beta} = b \cos. \delta \frac{d\delta}{d\beta} + c' \cos. \beta.$$

Substituant dans la deuxieme équation la valeur de $\frac{d\delta}{d\beta}$ tirée de la premiere, divisant par $d+c'$, et réduisant, il vient

$$\frac{dz}{(d+c')d\beta} = \frac{c'}{d+c'} \left\{ \frac{\sin. \beta}{\tang. \delta} + \cos. \beta \right\}.$$

lation autour de l'axe D, et un mouvement particulier de rotation autour de son axe propre, le rapport des vitesses angulaires que comporteront ces deux mouvements dépendra des roues dentées intermédiaires et de la relation entre les nombres respectifs de leurs dents. La boîte cd et le crayon kk auront pareillement, outre le mouvement total de translation autour de l'axe D, un mouvement particulier de rotation commun avec la roue h, et la courbe que décrira la pointe k dépendra et du rapport entre les vitesses angulaires, ci-dessus mentionné, et du rapport entre les rayons fb et Kd.

Ces rapports peuvent être variés à volonté, soit en employant différentes combinaisons de denture, soit en faisant correspondre les boîtes cd et ed à différents points de leurs regles respectives : il est donc évident qu'on peut tracer par ce moyen une infinité de lignes différentes de la circulaire, et qui résulteront néanmoins d'une combinaison de mouvements circulaires. Les lecteurs un peu géometres pourront s'exercer à étudier les combinaisons qui peuvent produire des courbes données. Les fig. 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, offrent quelques configurations qu'on obtient aisément.

Adams dit positivement que ce principe a été appliqué par MM. Watt et Bolton au mécanisme des machines à feu. *It has lately been happily introduced into the steam engine by MM. Watt and Bolton.* M. Watt a depuis confirmé verbalement la vérité de cette assertion à quelqu'un de notre connoissance.

Le rapport $\frac{d'}{d+e}$ remplace ici la quantité $1-n$ dans l'art. (1487), et cela doit être; car on a *fig.* (316) $\frac{NM}{ND}=\frac{AC}{AN}$, ou $n=\frac{d}{d+e}$, d'où on tire $1-n=1-\frac{d}{d+e'}=\frac{e'}{d+e'}$.

Si on nomme R la résistance, et P la puissance, comme on a $\frac{R}{P}=\frac{dz}{(d+e)d\beta}$, en substituant cette valeur, il vient

$$\frac{R}{P}=\frac{d'}{d+e'}\left\{\cos.\beta+\frac{\sin.\beta}{\text{tang.}\,\delta}\right\}.$$

δ et β étant donnés en valeurs l'un de l'autre par les équations (9) ou (12) de l'art. (1478), lorsque l'un ou l'autre seront connus, on en tirera aisément la valeur de $\frac{R}{P}$.

Calcul des proportions des pièces du régulateur.

1496 Les formules (8), (9), (11), (12), (16), (17), de l'art. (1478) peuvent servir très avantageusement pour calculer les rapports entre les mouvements des leviers du régulateur et ceux des leviers correspondants qui font lever les soupapes des boîtes à vapeur. On voit, *fig.* (234), que la soupape *qq* est mue par un levier coudé qui communique par le moyen d'une tringle aux leviers du régulateur Or, en supposant une ligne menée de l'axe du levier de la soupape à l'axe du levier du régulateur, on aura un quadrilatere dont cette ligne formera le côté immobile, et dont les trois autres côtés mobiles seront un bras du levier du régulateur, la tringle et un bras du levier de la soupape; ce qui rentre précisément dans le cas du quadrilatere ABDCA, *fig.* (317), et du problême resolu art. (1478). On peut donc, la marche angulaire du levier du régulateur étant donnée, determiner les mouvements des autres pieces, et par conséquent de la soupape, ou les dimensions qu'elles doivent avoir, pour qu'il en résulte des mouvements demandes, et réciproquement. Ordinairement les tringles sont disposées, ainsi qu'on l'a dit précédemment, de maniere à pouvoir être accourcies ou alongées, et on emploie dans la pratique divers autres moyens de tâtonnement pour produire les effets desirés, mais il n'en est pas moins tres utile de pouvoir calculer exactement d'avance les proportions des pieces du régulateur avec celles au moyen desquelles le mouvement est communiqué aux soupapes des boîtes à vapeur. ces calculs sont, comme on voit, liés à la dimension du cylindre, de laquelle resulte la course tant du piston que de la poutrelle du régulateur.

Comme

Comme il n'est plus nécessaire ici de rapporter les angles à l'horizon, on peut simplifier les calculs en substituant à l'horizontale la ligne menée par les deux points de rotation fixes, c'est-à-dire, *fig.* (206), en substituant AB à AB', ce qui donne (1478) $a=a'$, $a''=v$. Ces valeurs, substituées dans celles A, B, D, etc., donnent

$A=\cos.\delta-\frac{a}{b}$,	$A'=\cos\beta-\frac{a}{b}$,	$P=a-d\cos.\beta$,
$B=\sin.\delta$,	$B'=\sin.\beta$,	$R=-\sin.\beta$,
$D=\frac{a}{d}\cos.\delta+f$;	$D'=\frac{a}{b}\cos\beta+f$.	$M=\frac{b^2-a^2-d^2-c^2+2ad\cos.\beta}{ac}$.

1497. Le principe des vitesses virtuelles et la méthode de calcul indiquée au commencement de l'art. (1487) serviront à évaluer l'effort qui doit se faire au régulateur pour vaincre, par l'intermède du système de leviers et de tringles qu'il fait mouvoir, le poids des soupapes et la pression que la vapeur exerce sur elles: cet effort est en diminution de celui du moteur et en déduction de celui de la machine. Nous supprimerons les applications à cause de l'étendue que nous avons donnée à l'exposition des principes: ces applications seront très aisément faites par les artistes éclairés qui sont jaloux de porter la lumière et la précision dans la pratique des arts; et ce seroit bien en pure perte que nous en dirions davantage pour les autres.

1498. Une des dimensions les plus importantes à fixer, d'après l'effet qu'on veut faire produire à une machine à feu, est le diamètre intérieur du cylindre à vapeur. Cette détermination comporte beaucoup d'incertitudes avant qu'on connût exactement à toutes les températures la force expansive du gaz moteur; mais les expériences de Bettancourt, et consignées dans la table X, ne laissent actuellement rien à désirer à cet égard. Une des grandes sources d'incertitude étoit la réaction produite par le ressort de la vapeur de l'eau de condensation et de l'air raréfié qui s'en dégageoit, dont l'effort agissoit sur le piston en sens contraire de celui de la vapeur affluant de la chaudière: on peut maintenant évaluer la perte qui en résulte. Nous avons dit (134) que la vapeur de l'eau de condensation étoit due à une température d'environ 40°, et exerçoit une force expansive équivalente à une colonne de mercure d'environ 4 pouces de hauteur. Cette température, et par conséquent la réaction qui en résulte, a des variations dépendantes principalement

Calcul du diamètre à donner au cylindre à vapeur. Réflexions générales.

de la saison où on se trouve; elle est plus considérable en été qu'en hiver, et le produit de la machine diminue en proportion; mais, dans tous les cas, on l'évaluera exactement avec le secours d'un thermomètre et de la table X.

La force expansive de la vapeur qui afflue de la chaudière dans le cylindre est, dans les effets ordinaires et d'après les vérifications reitérées, due à une température de plus de 80°; mais il y a une déduction à faire relativement au mouvement alternatif du piston et de tout l'équipage qu'il fait mouvoir: lorsque le piston est à l'extrémité de sa course et qu'il va faire une course en sens contraire, l'effort du moteur se partage entre la résistance à vaincre ou l'effet à produire, et toutes les masses intermédiaires auxquelles il faut enlever le mouvement qu'elles ont et en communiquer de nouveau dans une direction opposée, les soupapes qu'il faut élever, etc. cette solution de continuité qui se renouvelle à chaque oscillation du balancier consomme une partie de l'effort du moteur, qui ne doit point être comptée pour l'effet utile de la machine, et le même déchet de mouvement se trouve par tout où l'on emploie le mouvement alternatif. On ne peut rien dire de général sur la quantité précise de cette perte; car elle dépend et de la vîtesse que doit avoir la machine et des masses qui doivent être mises en mouvement: il faut dans chaque cas faire l'application des principes et des formules qu'on trouve dans la première partie de cet ouvrage. Nous dirons la même chose du frottement des axes, dont nous avons traité fort au long dans la cinquième section de cette première partie: quant au frottement du piston dans le cylindre et à celui des pistons en général, comme il n'est produit par aucune pression déterminée, mais qu'il dépend du renflement plus ou moins grand de la garniture, on peut, si on le juge à propos, l'évaluer par expérience. Pour cela, lorsque le piston est garni à neuf, on l'abandonne à lui-même dans le cylindre ou le corps de pompe, et s'il ne descend pas de lui-même, on y joindra un poids additionnel suffisant pour lui donner un commencement de mouvement: le poids additionnel (qu'on peut, s'il est nécessaire, rendre soustractif par le moyen d'une corde et d'une poulie de renvoi), joint à celui du piston, sera la valeur du frottement.

Toutes les résistances qui tendent à diminuer l'effet de la machine étant connues, il faudra rapporter leur action à l'endroit où se produit l'effet utile de la machine. (Nous avons

donné dans la premiere et la cinquieme section de la première partie de cet ouvrage les principes et les formules nécessaires pour faire ces réductions) La somme de ces puissances, évaluées en poids, sera ajoutée au poids qui represente l'effort à surmonter pour produire cet effet utile. (On a vu que l'effet de toute machine peut toujours se réduire a l'elevation d'un poids).

Soient Formule pour calculer les dimensions cherchées.

Q la somme des résistances rapportées à l'endroit où est le poids à enlever et évaluées en poids de même espece;

N le poids à enlever, ou la résistance équivalente;

h la hauteur de la colonne de mercure correspondante dans la table X à la temperature de la vapeur;

π La pesanteur specifique du mercure, ou le poids de l'unité cubique de ce métal de même espece que les unités de h,

le rapport des vitesses virtuelles du piston du cylindre à vapeur et du poids à enlever, donné par la construction de la machine;

n le nombre de fois que le rayon est contenu dans la circonférence;

x le rayon cherché du cylindre à vapeur.

On a, par le principe des vitesses virtuelles,

$$Q+N=\tfrac{1}{2}k\pi nhx^2,$$

d'ou on tire $x=\sqrt{\frac{Q+N}{\frac{1}{2}k\pi nh}}$.

Il ne faut pas se dissimuler que l'évaluation des quantités qui entrent dans Q suppose jusqu'à un certain point la connoissance des dimensions de la machine, et par conséquent celle du rayon qu'on cherche. Nous nous en tiendrons cependant à la formule précédente à cause de sa simplicité, et parcequ'elle sera suffisante dans la pratique lorsqu'on s'en servira avec les precautions convenables En effet, tout artiste un peu exercé, qui veut produire un effet determine avec une machine à feu, doit d'avance présumer à-peu-pres le diametre du cylindre et les dimensions de la machine; d'après cela il fera pour ces objets une espece de fausse position dans N, et, calculant ensuite x, il verra de combien la valeur trouvée differe de la valeur supposée, ce qui le dirigera pour rectifier ses Observations sur l'application de cette formule.

hypotheses; et s'il y met quelque sagacité, quelque adresse, un ou deux essais lui suffiront. Nous en donnerons par la suite des exemples dans la description des travaux hydrauliques où on emploie des machines à feu.

Le rayon du cylindre à vapeur étant calculé, on peut déterminer sa hauteur d'après l'espace qu'on veut que le poids à enlever parcoure à chaque course du piston; mais il faut bien faire attention que cette course ainsi déduite ne contrarie pas d'autres conditions qu'il faut remplir, telles que celle dont il a été question art (1481) et suivants Tous ces détails doivent nécessairement être disposés par l'artiste dans chaque cas particulier, il faut qu'il se pénètre bien de l'ensemble du mécanisme qu'il veut exécuter, et que, soit par les principes exposés précédemment, soit d'après ce qui nous reste encore à dire sur cette matière, il en combine toutes les parties de manière qu'elles ne se contrarient pas, et qu'elles concourent toutes au même but

Recherche du rapport entre l'effet de la machine et la quantité de combustible consommé.

1499. L'effet des machines à feu est en général, et toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel à la quantité de combustible consommée Le temps entre nécessairement et implicitement dans cette évaluation; car, pour tirer le plus grand parti possible d'une masse donnée de charbon, il faut faire en sorte que le chauffage ne soit ni trop rapide ni trop lent, sans quoi on perdroit sur la vaporisation et sur le produit de la machine

Supposons que, dans une machine à double effet bien construite, bien réglée, et chauffée avec soin, on se soit assuré que l'unité de poids de charbon élève à l'unité de hauteur une masse pesant un poids Q, un poids K de charbon brûlé élèvera par conséquent à l'unité de hauteur une masse KQ, ou aura un effet représentatif de ce produit.

Le temps de l'élévation étant le même que celui de l'action du moteur ou de la combustion, sera par conséquent en raison réciproque de la vitesse, c'est-à-dire que la vitesse aura pour expression l'unité de hauteur divisée par le temps de la combustion; et si on nomme ce temps T, le produit de la masse par la vitesse sera $\frac{1}{T}KQ$.

Cette expression $\frac{1}{T}KQ$ est la valeur du moment statique de la machine considérée quant à l'effet que peut produire l'eau vaporisée par un poids K de charbon dont la combus-

tion s'opere pendant un temps T. On pourra donc, en employant le même moteur, élever pendant le temps T une masse P avec la vitesse V, pourvu que l'équation suivante ait lieu; savoir,

$$PV=\frac{1}{1}KQ.$$

1500 Cette équation peut être employée pour comparer la machine à feu avec une machine quelconque qui produiroit l'effet générique PV, et à connoître quelle dépense de combustible il faudroit faire pour produire le même effet que cette machine. Supposons qu'il s'agisse d'un poids élevé par une roue à aubes, il résulte de la théorie donnée art. (933) que le moment statique sera proportionnel au produit de la dépense de l'eau par le carré de sa vitesse ou par sa chûte. Nommant E la dépense et H la hauteur de la chûte, l'effet sera représenté par ϕEH, la quantité ϕ étant une constante dans laquelle entre la gravité, la durée qu'on prend pour unité de temps, et d'autres quantités qui se déterminent une fois pour toutes d'après l'expérience. Formules pour comparer [illegible] d'un [illegible] d'eau à [illegible] d'une machine à feu

Une machine de cette sorte, supposée capable d'enlever le poids P avec la vitesse V, fournit l'équation

$$PV=\phi EH,$$

d'où on déduit

$$\frac{1}{1}K'Q=\phi EH,$$

équation qui exprime la relation entre l'énergie EH d'un courant d'eau employé à un certain effet, et la quantité K de charbon qu'il faudroit brûler pour produire avec une machine à feu un effet équivalent.

1501 Un des usages les plus utiles qu'on puisse faire de cette équation est de l'employer à évaluer le produit de la machine à feu appliquée à un travail dont il n'existeroit point d'expériences faites avec cette machine, mais pour lequel on auroit des résultats fournis par une machine hydraulique. Je suppose que l'effet en question soit la mouture du bled, et qu'on veuille déduire de la quantité de bled moulue par un moulin à eau celle que moudroit un moulin mû par une machine à feu. La résistance que le bled oppose à l'action de la meule pouvant être comparée à celle qu'une masse pesante oppose à la puissance qui tend à l'élever, et la cause productrice, considérée dans une machine hydraulique, étant toujours proportionnelle à la chûte et à la dépense, la quantité [illegible]

de bled moulu pendant un temps déterminé sera aussi proportionnelle à EH, c'est-à-dire égale au produit de EH par un facteur constant; et si le temps est indéfini, il faudra encore multiplier par la durée de l'action.

Soit donc N le poids du bled moulu pendant un temps T; la relation de N avec la dépense de l'eau et sa chûte devra être exprimée par une équation de la forme

$$N = rEHT.$$

Le coëfficient r, différent du coefficient φ, est comme lui composé de quantités qu'on détermine une fois pour toutes

Relation entre le poids du bled moulu et celui de combustible.

Eliminant EH entre cette équation et la précédente, il vient

$$N = \frac{rQ}{\varphi} K,$$

qui donne la quantité N de bled qu'on peut moudre en brûlant un poids K de charbon, et supposant que les constantes r, φ et Q, sont connues par l'expérience.

Des dimensions et de la vitesse de la machine nécessaires pour produire une mouture donnée, et réciproquement.

1502. On peut, au moyen de ce qui précède, établir la relation entre le poids N du bled moulu, la longueur de la course du piston du cylindre à vapeur, le nombre des courses dans un temps donné, et les dimensions du cylindre.

Soient, comme à l'art (1498), x le rayon du cylindre et nx sa circonférence intérieure; soit de plus w la quantité de vapeur que peut produire la combustion de l'unité de poids de charbon dans la chaudière à une température donnée; $\varrho^t w$ représentera sensiblement l'effet correspondant pour une autre température dont la différence avec la précédente sera petite et égale à t, ϱ étant une constante donnée par l'expérience: c'est ce qui résulte de la théorie sur la force expansive de la vapeur exposée ci-après

Si b exprime la longueur de la course du piston, bnx^2 sera le volume de la portion du cylindre que parcourt la base de ce piston, ou une quelconque de ses sections horizontales; et, puisque $\varrho^t w$ est le volume de vapeur produite par la combustion d'une unité de poids de charbon, $\frac{bnx^2}{2\varrho^t w}$ exprimera le poids du charbon qui forme par sa combustion un volume bnx^2 de vapeur; c'est celui dépensé dans une course de piston, et pour un nombre k de courses le poids du charbon brûlé est $\frac{kbnx^2}{2\varrho^t w}$.

J'observe que la dépense est un peu plus grande que celle

que je viens d'assigner, 1° parceque'il y a de la vapeur qui s'échappe ou qui se condense en pure perte; 2°. parceque l'espace qu'occupe la vapeur excède le volume bnx^2, qui ne comprend que la partie parcourue par le piston. Il faut donc multiplier l'expression précédente par une quantité un peu plus grande que l'unité, et dont la valeur absolue doit, pour plus de précision, se déterminer dans chaque cas particulier. Soit μ cette quantité, le poids de charbon dépensé dans un nombre k de coups de piston sera

$$\frac{\mu bknx^2}{2\xi^{\frac{1}{2}}w}.$$

Maintenant l'équation $N=\frac{rQ}{\Phi}K$ fait voir que le poids N du bled moulu par la combustion d'un poids K de charbon se trouve en multipliant ce poids K par $\frac{rQ}{\Phi}$. donc la mouture produite, le poids $\frac{\mu bknx^2}{2\xi^{\frac{1}{2}}w}$ de charbon sera en poids de bled $=\frac{rQ}{\Phi}\cdot\frac{\mu bknx^2}{2\xi^{\frac{1}{2}}w}$; et N étant toujours supposée le poids de cette mouture, on aura

$$N=\frac{\mu kn}{2\xi^{\frac{1}{2}}w}\cdot\frac{rQbx^2}{\Phi}.$$

C'est la relation entre le poids de la mouture, les dimensions de la machine, le jeu du piston et le nombre total de ses courses pendant que la mouture s'effectue.

1503. La quantité K de charbon brûlé, après un nombre k de coups de piston, sera

$$K=\frac{\mu bknx^2}{2\xi^{\frac{1}{2}}w}.$$

1504. On peut déterminer les dimensions de la machine ou d'après la quantité de bled qu'on veut moudre, ou d'après la dépense de charbon qu'on est en état de faire. dans le premier cas, l'équation de l'art. 1502 donne

$$x=\left\{\frac{2\xi^{\frac{1}{2}}w}{\mu kn}\cdot\frac{\Phi N}{rQb}\right\}^{\frac{1}{2}};$$

dans le deuxième cas, l'équation 1503 donne

$$x=\left\{\frac{2\xi^{\frac{1}{2}}wK}{\mu knb}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

La course b du piston est supposée déterminée d'avance; et en cela il faudra avoir égard à ce que j'ai dit art. 1498.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES
ET ANALYTIQUES

Sur les lois de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive, dans le vuide, de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures.

1505 J'AI donné dans différentes parties de cet ouvrage les résultats de mes recherches sur la force expansive de la vapeur de l'eau et de celle de l'alkool, mais je n'ai exposé nulle part avec détail les procédés que j'ai suivis pour déduire ces résultats de l'analyse, de plus les expériences faites sur la dilatation des fluides aériformes conduisent à la connoissance de l'effet mécanique dont ils sont capables, par leur expansion, à différentes températures; et comme j'ai trouvé le moyen de ramener le calcul et la mesure de tous ces phénomènes à une même méthode analytique, j'ai pensé que le rapprochement raisonné de toutes les parties de mon travail intéresseroit les physiciens et les artistes, et pourroit leur fournir de nouvelles vues pour les progrès de la physique et de la mécanique. Ce travail d'ailleurs est essentiellement lié à ce qui précède, et doit lui servir de complément par les vues générales qu'il présente sur les fluides élastiques employés comme agents mécaniques. Je vais faire précéder mon exposé de quelques observations préliminaires.

Considérations générales sur l'application et la mesure des effets en physique.

La physique s'est enrichie depuis environ quarante ans d'un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin par des hommes savants et exercés. Ce dépôt s'augmente chaque jour, et la collection qu'il renferme devient de plus en plus précieuse à mesure que la perfection des instruments nouveaux donne plus de précision aux expériences. Déja l'esprit philosophique s'est emparé des faits multipliés fournis par les observateurs; les phénomènes ont été rapprochés, comparés, classés; la langue d'une partie importante de la science est devenue analytique, des théories raisonnables ont fait disparoître les systêmes futiles et souvent absurdes dont on a occupé les écoles jusqu'au milieu de ce siecle.

L'étude

L'étude de la nature ainsi ramenée à l'examen et à la connoissance effective de ses opérations me paroît offrir deux objets de recherches qu'il ne faut pas confondre; l'explication des effets, et leur mesure.

L'*explication* des effets consiste à trouver, dans une classe de phénomenes composés, les phénomenes simples ou primitifs dont tous les autres ne sont que les modifications ou les combinaisons diverses, et à faire voir comment on peut, à travers les apparences les plus variées, démêler l'action et la maniere d'être des éléments pris pour base du système. Ainsi, en partant des affinités de certaines substances considérées comme phénomenes simples, on a trouvé que les phénomenes météorologiques, ceux de la combustion, etc. n'étoient que les résultats de ces mêmes affinités, se manifestant avec différentes formes sous lesquelles ils avoient été jusqu'à ces derniers temps cachés aux yeux des physiciens: c'est à ces décompositions des effets complexes en effets simples que se réduisent tous nos moyens de pénétrer une partie des secrets de la nature, qui, en nous permettant de soulever une des extrémités du voile qui la couvre, tient l'autre attachée par un nœud que notre main ne sauroit délier.

La *mesure* des effets est l'évaluation des différents degrés d'intensité dont chacun est susceptible, lorsqu'on fait varier, soit les causes qui le produisent, soit d'autres effets auxquels il est lié: on sait, par exemple, que la disposition des fluides à se vaporiser est d'une part activée par le calorique, de l'autre coërcée par la pression de l'atmosphere, et que la vaporisation n'a lieu que lorsque la premiere puissance l'emporte sur la seconde. mais, outre cette premiere donnée, il peut être nécessaire de connoître quelles sont les pressions qui, à différentes températures, font équilibre à la vaporisation: le même raisonnement est applicable à une infinité d'autres phénomenes.

On voit donc que *l'explication* des effets dont le grand avantage est de simplifier la science et d'en coordonner les différentes parties par l'analyse et la décomposition des phénomenes composés, a un complément essentiel dans la *mesure* de ces mêmes effets, qui est toujours très utile, et souvent indispensable lorsqu'on veut appliquer les découvertes théoriques aux besoins de la société.

1506 L'expérience peut seule fournir les premieres données sur la mesure des effets physiques; mais le calcul s'y applique ensuite avec beaucoup d'avantage, soit pour obtenir les résultats

Méthode d'analyse applicable à la mesure des effets.

intermédiaires à ceux trouvés par le fait, soit pour en corriger les anomalies. La methode qu'on emploie dans ce cas est connue sous le nom d'*interpolation*: elle a pour objet de trouver une équation entre deux ou trois variables, telle que si on donne des valeurs déterminées à une ou deux de ces variables, il en résulte des valeurs pareillement déterminées par la 2e. ou la 3e. Le probléme considéré sous cet aspect peut se résoudre d'une infinité de manieres, parcequ'il y a une infinite de fonctions qui peuvent s'évanouir par les mêmes substitutions; mais ce seroit une grande erreur de penser que toutes ces solutions sont egalement applicables à un cas proposé. La nature, quoique soumise à des lois générales vraisemblablement très simples et très peu nombreuses, a autant de modifications particulieres dans ses procédés que de variétés dans ses formes; et chaque phénomene, considéré sous l'aspect mensurable, se rapporte toujours à une certaine fonction qui doit le représenter exclusivement.

Divisé en deux parties. 1507. Le probléme de l'interpolation a donc deux parties très distinctes: dans l'une, on se propose de satisfaire à des nombres donnés; dans l'autre, on chercho parmi toutes les fonctions qui remplissent cette condition quelle est celle qui convient à l'espece particuliere des phenomenes qu'on traite.

J'ai donné, n°. 19 de mes leçons d'analyse, une solution de la premiere partie du probléme qu'on emploie très souvent, principalement comme methode de correction; Lagrange a publié sur le même objet un tres beau memoire (*) où il envisage la question plus généralement qu'on ne l'avoit encore fait. Les éleves qui posséderont la theorie exposée nos. 18, 19, 20 et 21 de mes leçons, pourront sans difficulté entreprendre l'étude de cet ouvrage, et tireront un grand profit du temps qu'ils y auront consacré.

La solution de la seconde partie ne paroît pas, dans l'état actuel de nos connoissances, susceptible d'être soumise à des regles generales, sur-tout lorsque les observations sont peu nombreuses et n'embrassent pas une grande etendue; un examen attentif de tous les détails et de la marche des expériences, des essais réitérés, l'analogie, semblent être les seuls guides qu'on ait dans cette pénible recherche; et ces difficultés, jointes à celles de la précision dans les expériences, rendent les déterminations exactes des lois des phénomenes très rares en physique.

(*) *Voyez les Mém. de l'acad. des sciences*, année 1772.

1508. J'eus occasion, en 1790, de suivre des expériences très détaillées et très bien faites sur la force expansive de la vapeur de l'eau, et je me chargeai même de chercher la formule qui les représentoit. La régularité de la série des valeurs données m'avoit fait croire la tâche plus aisée qu'elle ne l'étoit réellement; cependant, après quelque travail, je trouvai une espece de fonction qui non seulement exprimoit parfaitement les relations entre la température et le ressort du gas aqueux, mais qui me parut pouvoir convenir en général aux phénomenes dépendants des fluides élastiques. Je les appliquai à des expériences que Prieur a faites avec beaucoup de soin sur la dilatabilité de l'air et de différents fluides aériformes: cet essai me confirma dans mon opinion, et je me suis déterminé à publier mes résultats.

Forme de la fonction applicable aux phénomenes qui dépendent des fluides élastiques.

Le premier apperçu qui me dirigea vers la véritable forme de la fonction fut la considération de quelques progressions géométriques qu'offrent certains phénomenes relatifs aux fluides élastiques, dont un des exemples les plus remarquables est la relation entre la densité des couches de l'atmosphere et leurs élevations respectives: cette loi étant exprimée par une exponentielle, je soupçonnai que dans d'autres circonstances, où une quantité de cette espece seroit insuffisante, on pourroit en introduire deux ou un plus grand nombre; et, en généralisant ces idées, je fus conduit à une équation de la forme

$$z=\mu_{\prime}\rho_{\prime}^{x}+\mu_{\prime\prime}\rho_{\prime\prime}^{x}+\mu_{\prime\prime\prime}\rho_{\prime\prime\prime}^{x}+\ldots\ldots\ldots\ldots+\mu_{(n)}\rho_{(n)}^{x},$$

z et x étant les deux variables, $\mu_{\prime}\mu_{\prime\prime}\mu_{\prime\prime\prime}$, etc $\rho_{\prime}\rho_{\prime\prime}\rho_{\prime\prime\prime}$, etc des constantes données par l'espece particuliere de phénomene dont on veut trouver la loi.

On sait que l'équation précédente résulte de l'intégration d'une équation aux différences finies linéaires, ou donne le terme général d'une suite récurrente de l'ordre n: or les suites de ce genre, dans lesquelles un terme quelconque se déduit d'un certain nombre de ceux qui le précedent, paroissent en effet convenir aux effets naturels où l'élasticité joue un grand rôle; car la conservation de forces vives que comporte cette propriété des corps fait toujours dépendre l'état actuel des états antecédents. Les recherches de Lagrange, dont j'ai parlé précédemment, sont aussi fondées sur les suites récurrentes. Il a donné plusieurs méthodes pour trouver celles qui doivent interpoler une suite donnée, où l'on remarque l'élégance et la profondeur qu'on doit attendre d'un si grand analyste.

Comme la méthode que j'ai employée dans mes calculs differe des siennes, que je ne connoissois pas lorsque j'ai commencé mon travail, je vais en exposer le procédé.

Méthode d'interpolation applicable aux phenomenes qui dependent des fluides élastiques.

Maniere de ramener les résultats à être équidistans lorsqu'ils ne le sont pas

1509. Les expériences doivent, autant qu'il est possible, être dirigées de maniere à rendre les résultats equidistants. Lorsqu'on n'a pas pu obtenir cette condition (ce qui doit arriver très rarement), et que néanmoins les résultats sont assez nombreux et assez rapprochés, on les ramenera à être equidistants, soit par les moyens graphiques, en traçant la courbe des expériences, soit par le calcul, en considerant trois resultats consecutifs z_{I}, z_{II}, z_{III}, dont le 2e et le 3e sont distants du 1er de x' et x'' respectivement; on calculera le résultat z à la distance x de z_{I} de maniere qu'il se trouve compris dans la série de ceux qu'on veut rendre équidistants, par la formule suivante déduite de celle du n°. 19 de mes leçons d'analyse,

$$z=\frac{x''-x}{x''}\cdot\frac{x'-x}{x'}z_{I}+\frac{x}{x''-x'}\left(\frac{x''-x}{x''}z_{II}-\frac{x'-x}{x'}z_{III}\right).$$

On simplifiera beaucoup cette formule en ne calculant que l'excès de z sur z_{I} pour cela faisant $z_{I}-z_{II}=\omega'$, $z_{III}-z_{I}=\omega''$, on aura

$$z-z_{I}=\frac{x}{x''-x'}\left(\frac{x''-x}{x''}\omega'-\frac{x'-x}{x'}\omega''\right).$$

Il sera bon, pour éviter toute erreur, d'essayer et la formule et les moyens graphiques, qui, lorsqu'on y mettra du soin et qu'on opérera sur une grande échelle, donneront ordinairement une exactitude comparable à celle des expériences mêmes.

Cette préparation faite (les cas où elle sera nécessaire sont, comme je l'ai déja dit, extrêmement rares), on prendra un certain nombre de résultats équidistants, embrassant ou la totalité ou une grande partie de l'étendue des experiences; ensuite la variable z designant la mesure des effets successifs qui correspondent à des valeurs quelconques d'une autre variable x, laquelle indique à quel terme d'une échelle donnee se rapportent les effets z, on aura généralement,

Deux formules générales d'interpolation

1510. Pour satisfaire à un nombre $2n$ de résultats. . . . .

$$z=\mu_{I}\varrho_{I}^{x}+\mu_{II}\varrho_{II}^{x}+\mu_{III}\varrho_{III}^{x}+\ldots+\mu_{(n)}\varrho_{(n)}^{x}\ \ldots\ldots\ (1)$$

pour satisfaire à un nombre $2n+1$ de resultats. . . . .

$$z=\mu_{I}\varrho_{I}^{x}+\mu_{II}\varrho_{II}^{x}+\mu_{III}\varrho_{III}^{x}+\ldots+\mu_{(n)}\varrho_{(n)}^{x}+\mu_{(n+1)}\ \ldots\ (2)$$

$\mu_{\prime}, \mu_{\prime\prime}, \mu_{\prime\prime\prime}$, etc. $\varepsilon_{\prime}, \varepsilon_{\prime\prime}, \varepsilon_{\prime\prime\prime}$, etc. sont des constantes dont on détermine la valeur d'après les résultats des expériences, ainsi qu'on le verra bientôt.

J'ai donné deux formules générales, quoique l'une à la rigueur eût pu suffire; mais j'ai eu en vue une simplification qu'il étoit important d'introduire dans ma méthode. Voici en quoi elle consiste : la détermination de $\varepsilon_{\prime}$, $\varepsilon_{\prime\prime}$, etc. dépend de la solution d'une équation; et, en employant la deuxième formule, on satisfait à un nombre impair d'observations par une équation qui n'est pas plus élevée que celle qu'exigeroit le nombre pair immédiatement inférieur: ainsi on satisfait à quatre ou cinq observations en calculant une équation du deuxième degré, à six et à sept avec une du troisième, à huit et à neuf avec une du quatrième, etc. Il n'arrivera presque jamais qu'on ait huit ou neuf résultats à faire entrer dans la formule, et on pourra, sans sortir des limites dans lesquelles on a des méthodes pour la solution des équations numériques, traiter tous les cas que la physique présente ordinairement. Ajoutons à cet avantage celui de n'avoir dans la valeur de z qu'un nombre de termes égal à la moitié au plus du nombre des observations, au lieu que les formules qui se rapportent aux courbes paraboliques ont toujours autant de termes qu'il y a d'observations.

Voici la manière de déterminer, d'après les résultats donnés, les constantes des équations (1) et (2).

J'ai démontré dans mes leçons d'analyse, 1°. que l'équation (1) donnoit le terme général d'une suite récurrente de l'ordre n; 2°. que les termes d'une pareille suite, pris à des intervalles égaux quelconques, reproduisoient toujours des récurrentes du même ordre. Cela posé, soient les deux séries suivantes, dont la première donne les résultats observés ou les valeurs particulières de z fournies par l'expérience, et la deuxième les valeurs correspondantes de x. La premiere applicable à un nombre [illegible] d'observations.

résultats observés............... $z_0, z_{\prime}, z_{\prime\prime} \ldots z_n; z_{(n+1)}; \quad z_{(n+2)}, \ldots, z_{(2n-1)}$

valeurs correspondantes de x .. $0; x_{\prime}, 2x_{\prime}, \ldots nx_{\prime}; (n+1)x_{\prime}; (n+2)x_{\prime}, \ldots (2n-1)x_{\prime}$

les quantités z_0, $z_{\prime}$, $z_{\prime\prime}$, etc. doivent former une suite récurrente dont il faut trouver l'échelle de relation. Soient A_0, $A_{\prime}$, $A_{\prime\prime}$ .. A_{n}, des coefficients indéterminés, tels qu'on ait les équations de condition

$$\left.\begin{array}{l}
A_0 z_0 + A_I z_I + A_{II} z_{II} + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n)} = 0 \\
A_0 z_I + A_I z_{II} + A_{II} z_{III} + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n+1)} = 0 \\
A_0 z_{II} + A_I z_{III} + A_{II} z_{IV} + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n+2)} = 0 \\
A_0 z_{III} + A_I z_{IV} + A_{II} z_{V} + \ldots\ldots\ldots\ldots + A_{(n)} z_{(n+3)} = 0 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
A_0 z_{(n-1)} + A_I z_{(n)} + A_{II} z_{(n+1)} + \ldots\ldots\ldots + A_{(n)} z_{(2n-1)} = 0
\end{array}\right\}$$

On pourra, pour plus de commodité, supposer $A_{(n)} = 1$ dans les applications numériques.

Ces équations étant en nombre n donneront les n rapports $\frac{A_0}{A_{(n)}}, \frac{A_I}{A_{(n)}}, \frac{A_{II}}{A_{(n)}}, \ldots \frac{A_{(n-1)}}{A_{(n)}}$ qui composent l'échelle de relation demandée; et on aura

Pour $n=1$ $\quad A_0 : A_I = -z_I : z_0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ } valeur déduite de deux observations.

Pour $n=2$
$$\left\{\begin{array}{l}
A_0 : A_{II} = \dfrac{z_I z_{III} - z_{II} z_{II}}{z_0 z_{II} - z_I z_I} \ldots\ldots\ldots\ldots \\
A_I : A_{II} = \dfrac{z_I z_{II} - z_0 z_{III}}{z_0 z_{II} - z_I z_I} \ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right\}$$
valeurs déduites de quatre observations.

Pour $n=3$
$$\left\{\begin{array}{l}
A_0 : A_{III} = \dfrac{+(z_{II} z_{IV} - z_{III} z_{III}) z_{III} + (z_I z_{IV} + z_{II} z_{III}) z_{II} + (z_0 z_{II} - z_I z_{III}) z_I}{-(z_{II} z_{III} - z_{II} z_{IV}) z_0 - (z_I z_{IV} - z_{II} z_{III}) z_I - (z_0 z_{II} - z_I z_{III}) z_{II}} \\
A_I : A_{III} = \dfrac{+(z_I z_{IV} - z_{II} z_{III}) z_{III} + (z_0 z_I - z_0 z_{IV}) z_{IV} + (z_0 z_{II} - z_I z_{II}) z_I}{-(z_I z_{IV} - z_{II} z_{III}) z_I - (z_{II} z_{II} - z_0 z_{IV}) z_{II} - (z_0 z_{II} - z_I z_{II}) z_{III}} \\
A_{II} : A_{III} = \dfrac{+(z_{II} z_{II} - z_I z_{III}) z_{III} + (z_0 z_{III} - z_I z_{II}) z_{IV} + (z_I z_I - z_0 z_{II}) z_V}{-(z_{II} z_{II} - z_I z_{III}) z_{II} - (z_0 z_{III} - z_I z_{II}) z_{III} - (z_I z_I - z_0 z_{II}) z_{IV}}
\end{array}\right\}$$
valeurs déduites de six observations.

etc. etc. etc.

Résolvant ensuite l'équation

$$A_0 + A_I a + A_{II} a^2 + A_{III} a^3 + \ldots\ldots + A_{(n)} a^n = 0,$$

les n racines qu'on trouvera seront les valeurs des n quantités $\rho_I^x, \rho_{II}^x, \rho_{III}^x, \ldots\ldots \rho_{(n)}^x$, d'où on déduira celles de $\rho_I, \rho_{II}, \rho_{III}$, etc.; enfin les quantités $\mu_I, \mu_{II}, \mu_{III}$, etc. seront données par les équations

$$\mu_I = \frac{(z - \rho_{II}^x)(z - \rho_{III}^x)(z - \rho_{IV}^x) \ldots\ldots (z - \rho_{(n)}^x)}{(\rho_I^x - \rho_{II}^x)(\rho_I^x - \rho_{III}^x)(\rho_I^x - \rho_{IV}^x) \ldots\ldots (\rho_I^x - \rho_{(n)}^x)}$$

$$\mu_{II} = \frac{(z - \rho_I^x)(z - \rho_{III}^x)(z - \rho_{IV}^x) \ldots\ldots (z - \rho_{(n)}^x)}{(\rho_{II}^x - \rho_I^x)(\rho_{II}^x - \rho_{III}^x)(\rho_{II}^x - \rho_{IV}^x) \ldots\ldots (\rho_{II}^x - \rho_{(n)}^x)}$$

$$\mu_{III} = \frac{(z - \rho_I^x)(z - \rho_{II}^x)(z - \rho_{IV}^x) \ldots\ldots (z - \rho_{(n)}^x)}{(\rho_{III}^x - \rho_I^x)(\rho_{III}^x - \rho_{II}^x)(\rho_{III}^x - \rho_{IV}^x) \ldots\ldots (\rho_{III}^x - \rho_{(n)}^x)}$$

. . . .

$$\mu_{(n)}=\frac{(z-\rho^x)(z-\rho_{\prime})(z-\rho_{\prime\prime}^x)\ldots(z-\rho^x_{(n-1)})}{(\rho^x_{(n)}-\rho^x)(\rho^x_{(n)}-\rho_{\prime})(\rho^x_{(n)}-\rho_{\prime\prime})\ldots(\rho^x_{(n)}-\rho^x_{(n-1)})},$$

en observant que dans le développement des numérateurs tous les exposants des puissances de z doivent être changés en accents de même numero, c'est-à dire qu'il faut à z° substituer z_{o} (ou multiplier par z_o tous les termes où z ne se trouve pas), à z substituer $z_{\prime}$, à z^2 substituer $z_{\prime\prime}$, etc. Ainsi on a dans le cas de

$n=1 \ldots\ldots \quad \mu_{\prime}=z_{o}$ . . . . Pour satisfaire à deux observations.

$n=2 \ldots\ldots \quad \begin{cases} \mu_{\prime}=\dfrac{z_{\prime}-\rho^{x}_{\prime\prime}\, z_{o}}{\rho^x_{\prime}-\rho^x_{\prime\prime}} \ldots\ldots \\ \mu_{\prime\prime}=\dfrac{z_{\prime}-\rho^{x}_{\prime}\, z_{o}}{\rho^x_{\prime\prime}-\rho^x_{\prime}} \ldots\ldots \end{cases}$ Pour satisfaire à quatre observations.

$n=3 \ldots\ldots \quad \begin{cases} \mu_{\prime}=\dfrac{z_{\prime\prime}-(\rho^x_{\prime\prime}+\rho^x_{\prime\prime\prime})\,z_{\prime}+\rho^x_{\prime\prime}\,\rho^x_{\prime\prime\prime}\,z_o}{(\rho^x_{\prime}-\rho^x_{\prime\prime})\;(\rho^x_{\prime}-\rho^x_{\prime\prime\prime})} \\ \mu_{\prime\prime}=\dfrac{z_{\prime\prime}-(\rho^x_{\prime}+\rho^x_{\prime\prime\prime})\,z_{\prime}+\rho^x_{\prime}\,\rho^x_{\prime\prime\prime}\,z_o}{(\rho^x_{\prime\prime}-\rho^x_{\prime})\;(\rho^x_{\prime\prime}-\rho^x_{\prime\prime\prime})} \\ \mu_{\prime\prime\prime}=\dfrac{z_{\prime\prime}-(\rho^x_{\prime}+\rho^x_{\prime\prime})\,z_{\prime}+\rho^x_{\prime}\,\rho^x_{\prime\prime}\,z_o}{(\rho^x_{\prime\prime\prime}-\rho^x_{\prime})\;(\rho^x_{\prime\prime\prime}-\rho^x_{\prime\prime})} \end{cases}$ Pour satisfaire à six observations.

etc. etc.

Ce qui s'accorde avec les formules que j'ai données n°. 20 de mes leçons d'analyse, en faisant $x=1$; et, pour rendre le calcul d'élimination qui donne $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, etc. absolument semblable à celui du cours, on fera $\rho^x_{\prime}=\psi_{\prime}$, $\rho^x_{\prime\prime}=\psi_{\prime\prime}$, etc., et on cherchera $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, etc. en valeurs de $\psi_{\prime}$, $\psi_{\prime\prime}$, etc. On sait que $x_{\prime}$ est ici l'accroissement constant de x ou le Δx. Les quantités $\rho_{\prime}$, $\rho_{\prime\prime}$, $\rho_{\prime\prime\prime}$, etc. $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, $\mu_{\prime\prime\prime}$, etc étant ainsi déterminées, on substituera leurs valeurs dans l'équation (1)

$$z=\mu_{\prime}\rho^x_{\prime}+\mu_{\prime\prime}\rho^x_{\prime\prime}+\mu_{\prime\prime\prime}\rho^x_{\prime\prime\prime}+\ldots\ldots+\mu_{(n)}\,\rho^x_{(n)},$$

qui sera alors disposée pour satisfaire aux $2n$ observations données, et pour fournir un résultat quelconque intermédiaire entre ceux obtenus par le fait.

1512. Pour résoudre ce second cas, on observera que l'équation (2) ne differe de l'équation (1) que par le terme constant $\mu_{(n+1)}$. Ainsi la serie des z tirée de (2) est de même nature que celle tirée de (1), avec la seule différence que dans (2) chaque terme est augmenté de $\mu_{(n+1)}$. Si donc on diminue (La deuxième applicable à un nombre impair d'observations.)

ces mêmes termes de $\mu_{(n+1)}$, les restes auront entre eux les relations que comporte une suite récurrente de l'ordre n (*), c'est-à-dire qu'en conservant la notation de l'article précédent on a

$$A_0(z_0 - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_I - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{II} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_I - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{II} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{III} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_{II} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{III} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{IV} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n+2)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_{III} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{IV} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{V} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(n+3)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

. . . .

. . . .

$$A_0(z_{(n-1)} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(2n-1)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

$$A_0(z_{(n)} - \mu_{(n+1)}) + A_I(z_{(n+1)} - \mu_{(n+1)}) + A_{II}(z_{(n+2)} - \mu_{(n+1)}) + \ldots + A_{(n)}(z_{(2n)} - \mu_{(n+1)}) = 0$$

Si on retranche ces équations l'une de l'autre, $\mu_{(n+1)}$ s'éliminera, et elles deviendront

$$\left.\begin{array}{l}
A_0\Delta z_0 + A_I\Delta z_I + A_{II}\Delta z_{II} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(n)} = 0 \\
A_0\Delta z_I + A_I\Delta z_{II} + A_{II}\Delta z_{III} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(n+1)} = 0 \\
A_0\Delta z_{II} + A_I\Delta z_{III} + A_{II}\Delta z_{IV} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(n+2)} = 0 \\
A_0\Delta z_{III} + A_I\Delta z_{IV} + A_{II}\Delta z_{V} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(n+3)} = 0 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
A_0\Delta z_{(n-1)} + A_I\Delta z_{(n)} + A_{II}\Delta z_{(n+1)} + \ldots + A_{(n)}\Delta z_{(2n-1)} = 0
\end{array}\right\}$$

On pourra, pour plus de commodité, supposer $A_{(n)} = 1$ dans les applications numériques.

équation dont on tirera les valeurs de $\frac{A_0}{A_{(n)}}$, $\frac{A_I}{A_{(n)}}$, $\frac{A_{II}}{A_{(n)}}$, etc.; savoir,

pour $n = 1 \ldots A_0 : A_I = - \Delta z_I : \Delta z_0$ . . . . } valeur déduite de nos observations

(*) La recurrente est dans le fait de l'ordre $n+1$; mais l'équation de relation a une racine égale à l'unité, c'est-à-dire que dans le terme $\mu_{(n+1)}\rho^n_{(n+1)}$ on a $\rho_{(n+1)} = 1$. Ainsi le degré de l'équation peut s'abaisser d'une unité.

pour

pour $n=2$ $\begin{cases} A_0 : A_{II} = \dfrac{\Delta z_I\, \Delta z_{III} - \Delta z_{II}\, \Delta z_{II}}{\Delta z_0\, \Delta z_{II} - \Delta z_I\, \Delta z_I} \ldots\ldots \\ A_I : A_{II} = \dfrac{\Delta z_I\, \Delta z_{II} - \Delta z_0\, \Delta z_{III}}{\Delta z_0\, \Delta z_{II} - \Delta z_I\, \Delta z_I} \ldots\ldots \end{cases}$ valeurs déduites de cinq observations.

pour $n=3$ $\begin{cases} A_0 : A_{III} = \dfrac{+(\Delta z_{III}\Delta z_{III} - \Delta z_{II}\Delta z_{IV})\Delta z_{III} + (\Delta z_I\Delta z_{IV} - \Delta z_{II}\Delta z_{III})\Delta z_{IV} + (\Delta z_{II}\Delta z_{II} - \Delta z_I\Delta z_{III})\Delta z_V}{-(\Delta z_{III}\Delta z_{III} + \Delta z_{II}\Delta z_{IV})\Delta z_0 - (\Delta z_I\Delta z_{IV} - \Delta z_{II}\Delta z_{III})\Delta z_I - (\Delta z_{II}\Delta z_{II} - \Delta z_I\Delta z_{III})\Delta z_{II}} \\ A_I : A_{III} = \dfrac{+(\Delta z_I\Delta z_{IV} - \Delta z_{II}\Delta z_{III})\Delta z_{III} + (\Delta z_{II}\Delta z_{II} - \Delta z_0\Delta z_{IV})\Delta z_{IV} + (\Delta z_0\Delta z_{III} - \Delta z_I\Delta z_{II})\Delta z_V}{-(\Delta z_I\Delta z_{IV} - \Delta z_{II}\Delta z_{III})\Delta z_I - (\Delta z_{II}\Delta z_{II} - \Delta z_0\Delta z_{IV})\Delta z_{II} - (\Delta z_0\Delta z_{III} - \Delta z_I\Delta z_{II})\Delta z_{III}} \\ A_{II} : A_{III} = \dfrac{+(\Delta z_{II}\Delta z_{II} - \Delta z_I\Delta z_{III})\Delta z_{III} + (\Delta z_0\Delta z_{III} - \Delta z_I\Delta z_{II})\Delta z_{IV} + (\Delta z_I\Delta z_I - \Delta z_0\Delta z_{II})\Delta z_V}{-(\Delta z_{II}\Delta z_{II} - \Delta z_I\Delta z_{III})\Delta z_{II} - (\Delta z_0\Delta z_{III} - \Delta z_I\Delta z_{II})\Delta z_{III} - (\Delta z_I\Delta z_I - \Delta z_0\Delta z_{II})\Delta z_{IV}} \end{cases}$ valeurs déduites de sept observations.

etc. etc. etc.

Ensuite k étant un nombre entier positif, qui n'excede pas n, on pourra évaluer $\mu_{(n+1)}$ par l'une quelconque des n équations que renferme la suivante

$$\mu_{(n+1)} = \frac{A_0 z_{(k)} + A_I z_{(k+1)} + A_{II} z_{(k+2)} + \ldots\ldots + A_{(n)} z_{(k+n)} ? A_{(n)}}{(A_0 + A_I + A_{II} + \ldots\ldots + A_{(n)} : A_{(n)}},$$

qui doit donner la même valeur pour $\mu_{(n+1)}$ quel que soit celui des nombres 0, 1, 2, 3. . . . n, qu'on prenne pour k.

Résolvant ensuite l'équation

$$A_0 + A_I\, \alpha + A_{II}\, \alpha^2 + A_{III}\, \alpha^3 + \ldots\ldots + A_{(n)}\, \alpha^{(n)} = 0,$$

les n racines qu'elle donnera seront les valeurs de ρ^x, ρ_{I}^x, $\rho_{II}^x \ldots \rho_{(n)}^x$, d'où on déduira celles de ρ, ρ_{II} ρ_{III}, etc à substituer dans l'équation (2); et les valeurs de μ_I, μ_{II} μ_{III} etc de la même équation se calculeront par les formules (*)

$$\begin{cases} \mu_I = \dfrac{(z-\rho^x)(z-\rho_{II}^x)(z-\rho_{III}^x)\ldots\ldots(z-\rho_{(n)}^x)(z-1)}{(\rho_I^x-\rho^x)(\rho_I^x-\rho_{II}^x)(\rho_I^x-\rho_{III}^x)\ldots\ldots(\rho_I^x-\rho_{(n)}^x)(\rho_I^x-1)} \\ \mu_{II} = \dfrac{(z-\rho^x)(z-\rho_I^x)(z-\rho_{III}^x)\ldots\ldots(z-\rho_{(n)}^x)(z-1)}{(\rho_{II}^x-\rho^x)(\rho_{II}^x-\rho_I^x)(\rho_{II}^x-\rho_{III}^x)\ldots\ldots(\rho_{II}^x-\rho_{(n)}^x)(\rho_{II}^x-1)} \\ \mu_{III} = \dfrac{(z-\rho^x)(z-\rho_I^x)(z-\rho_{II}^x)\ldots\ldots(z-\rho_{(n)}^x)(z-1)}{(\rho_{III}^x-\rho^x)(\rho_{III}^x-\rho_I^x)(\rho_{III}^x-\rho_{II}^x)\ldots\ldots(\rho_{III}^x-\rho_{(n)}^x)(\rho_{III}^x-1)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mu_{(n)} = \dfrac{(z-\rho^x)(z-\rho_I^x)(z-\rho_{II}^x)\ldots(z-\rho_{(n-1)}^x)(z-1)}{(\rho_{(n)}^x-\rho^x)(\rho_{(n)}^x-\rho_I^x)(\rho_{(n)}^x-\rho_{II}^x)\ldots(\rho_{(n)}^x-\rho_{(n-1)}^x)(\rho_{(n)}^x-1)} \end{cases}$$

$$\mu_{(n+1)} = z_0 - (\mu_I + \mu_{II} + \mu_{III} + \ldots\ldots + \mu_{(n)}).$$

Observez, comme dans l'article précédent, que, dans le développement des numérateurs, il faut aux exposants des puissances de z substituer des accents de même numéro, ou multiplier par z_0 les termes où z ne sera pas, et par z_I, z_{II} z_{III} etc respectivement ceux qui seront multipliés par z, z^2, z^3, etc.

(*) Si on retranche de ces formules les facteurs $z-1$ et ρ_I^x-1, ρ^x-1, ρ_{II}^x-1, etc., on aura les constantes qui conviennent au terme général de la suite Δz_0, Δz_I, Δz_{II}, etc., c'est-à-dire qu'on aura les constantes qui devroient multiplier ρ^x, ρ_I^x, etc. dans la valeur de Δz.

La derniere valeur de $\mu_{(n+1)}$ est beaucoup plus facile à calculer que la précédente, qu'on pourra n'employer que comme vérification: si on donne à n différentes valeurs, on aura dans le cas de

$$n=1 \ldots \begin{cases} \mu_I = \dfrac{z_I - z_0}{\varrho_0^{x} - 1} \ldots \\ \mu_{II} = z_0 - \mu_I \ldots \end{cases} \text{pour satisfaire à trois observations.}$$

$$n=2 \ldots \begin{cases} \mu_I = \dfrac{z_{II} - (\varrho_0^{x_I}+1)\, z_I + \varrho_0^{x} z_0}{(\varrho_I^{x_I} - \varrho_0^{x})(\varrho_0^{x_I} - 1)} \ldots \\ \mu_{II} = \dfrac{z_{II} - (\varrho_I^{x_I}+1)\, z_I + \varrho_0^{x_I} z_0}{(\varrho_0^{x_I} - \varrho^{x})(\varrho_0^{x_I} - 1)} \ldots \\ \mu_{III} = z_0 - (\mu_I + \mu_{II}) \ldots \end{cases} \text{pour satisfaire à cinq observations.}$$

$$n=3 \ldots \begin{cases} \mu_I = \dfrac{z_{III} - (\varrho_I^{x_I} + \varrho_{II}^{x} + 1)\, z_{II} + (\varrho_{II}^{x}\varrho_I^{x_I} + \varrho_I^{x_I} + \varrho_{II}^{x})\, z_I - \varrho_{II}^{x}\varrho^{x} z_0}{(\varrho_0^{x_I} - \varrho_0^{x})(\varrho_{II}^{x} - \varrho_0^{x})(\varrho_0^{x} - 1)} \\ \mu_{II} = \dfrac{z_{III} - (\varrho_0^{x_I} + \varrho_{II}^{x} + 1)\, z_{II} + (\varrho_{II}^{x}\varrho^{x_I} + \varrho_{II}^{x} + \varrho^{x_I})\, z_I - \varrho_{II}^{x}\varrho^{x} z_0}{(\varrho_{II}^{x} - \varrho^{x})(\varrho_I^{x} - \varrho_{II}^{x})(\varrho_{II}^{x} - 1)} \\ \mu_{III} = \dfrac{z_{III} - (\varrho_0^{x_I} + \varrho^{x} + 1)\, z_{II} + (\varrho_0^{x}\varrho^{x_I} + \varrho_0^{x_I} + \varrho^{x_I})\, z_I - \varrho^{x}\varrho^{x} z_0}{(\varrho_0^{x_I} - \varrho^{x})(\varrho_{II}^{x} - \varrho_0^{x})(\varrho_{II}^{x} - 1)} \\ \mu_{IV} = z_0 - (\mu_I + \mu_{II} + \mu_{III}) \ldots \end{cases} \text{pour satisfaire à sept observations.}$$

etc. etc.

ce qui s'accorde encore avec les formules du n°. 20 de mes leçons d'analyse, en faisant dans chaque cas x_I et le ϱ de l'accent le plus élevé égaux à l'unité.

Tous les nombres ϱ_I, ϱ_{II}, ϱ_{III}, etc., μ_I, μ_{II}, μ_{III}, etc. ainsi trouvés, on les introduira dans l'équation (2)

$$z = \mu_I \varrho_I^{x} + \mu_{II} \varrho^{x} + \mu_{III} \varrho_{II}^{x} + \ldots\ldots + \mu_{(n)} \varrho_{(n)}^{x} + \mu_{(n+1)},$$

qui satisfera aux deux $2n+1$ observations données, et servira à calculer toutes les valeurs intermédiaires entre ces observations.

Je ne parle pas des cas où l'équation

$$A_0 + A_I u + A_{II} u^2 + \ldots\ldots + A_{(n)} u^n = 0$$

a des racines égales ou imaginaires; j'ai donné dans le n°. 20 de mes leçons d'analyse les formules nécessaires pour les résoudre. On sait que les racines égales introduisent des coefficients variables et rationnels dans la valeur de z; et si ces racines sont égales à l'unité, z contiendra alors des termes

entièrement rationnels: ainsi les formules d'interpolation qui se rapportent aux fonctions rationnelles sans diviseurs variables, ou aux courbes paraboliques, ne sont qu'un cas très particulier de celles que je viens de donner.

Je passe aux applications.

Applications de la méthode précédente d'interpolation à la recherche des lois de la dilatabilité de plusieurs fluides élastiques.

Les expériences dont je vais m'occuper ont été faites par Prieur, et rapportées par Guyton, tous deux députés à la convention nationale, dans un mémoire intéressant que le dernier a publié sur cette matiere (*). Voici la description qu'il donne de l'appareil. (*Voyez la planche* 53.) Description des expériences.

« Après avoir rempli le ballon d'air commun (qui, mêlé « avec partie égale de gas nitreux, donnoit 0,75 d'absorption,) « il l'a fermé par un bouchon bien mastiqué, portant un siphon « recourbé: ce vaisseau a été plongé dans l'eau, dont la tem- « pérature étoit entretenue à zéro par de la glace fondante, « et maintenue par une sorte d'armure de fer, soit pour le « fixer sous l'eau, soit pour l'empêcher de descendre au fond, « ou même de s'écraser sous le poids du mercure qui devoit « y rentrer. Ce bain avoit été disposé d'avance sur un four- « neau, et il y avoit placé un thermometre dont la boule « descendoit à-peu-près au niveau du centre du ballon, et « dont l'échelle s'élevoit au-dessus de la surface de l'eau sans « toucher aux parois de la chaudiere.

« Lorsque le ballon eut pris la température du bain, le « siphon fut engagé sous un récipient plein de mercure, « renversé dans une cuvette de neuf pouces de diametre, au « milieu de laquelle il étoit solidement assujetti dans la ligne « perpendiculaire; et on alluma le feu sous la chaudiere.

« L'eau du bain ayant été échauffée à 20 degrés, Prieur « nota exactement, au moyen d'une double échelle collée sur « le récipient, l'abaissement du mercure occasionné par l'air « qui s'y étoit introduit, et mesura en même temps la hauteur « de la colonne de mercure au-dessus du niveau de la cuvette. « Il procéda de même pour les abaissements déterminés par « les degrés 40, 60 et 80. Son projet avoit été d'abord de

(*) Voyez l'article *Air* du Dictionnaire de Chymie de la nouvelle Encyclopédie méthodique, et le premier volume des Annales de Chymie.

« suivre cette dilatation dans des degrés plus rapprochés;
« mais les variations accidentelles influoient alors plus sensiblement sur les résultats; et il préféra de s'en tenir à ces « quatre grandes divisions pour déterminer plus sûrement la « progression.

« L'eau de la chaudiere ayant été tenue pendant quelques « instants à la plus forte ébullition, de maniere que le thermometre indiquoit quelquefois 81 et même 81 ½ degrés, suivant la pureté de l'eau et la pression actuelle de l'atmosphere, on refroidissoit presque subitement le ballon sans « le déplacer, en tirant l'eau chaude par un siphon et remplissant la chaudiere de neige ou de glace pilée. Le mercure « pendant cette condensation remontoit par le siphon dans « le ballon, où il remplissoit exactement la portion d'air qui « en étoit sortie par la dilatation, ce qui servoit non seulement « à assurer l'experience contre tout soupçon de communication avec l'air du dehors, mais encore à vérifier s'il n'y « avoit pas eu quelque altération du fluide élastique capable « de diminuer son volume, pour déterminer ensuite la nature « de cette altération par des épreuves ultérieures, tant sur la « portion restée que sur celle qui avoit passé dans le récipient. »

La table suivante présente les résultats des expériences faites avec l'appareil qu'on vient de décrire.

Résultats des expériences.

TABLE des dilatations totales éprouvées de 20 en 20 degrés du thermometre de Réaumur, depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, exprimées en parties du volume primitif, ou du volume à la température de la glace, pris pour unité.

FLUIDES mis en expérience.	Valeur de x₀ corresp. à 0°	Valeur de x₂₀ corresp. à 20°	Valeur de x₄₀ corresp. à 40°	Valeur de x₆₀ corresp. à 60°	Valeur de x₈₀ corresp. à 80°
Air commun	0	0,0789	0,2572	0,6081	(0,9889)
Gas oxygene	0	0,0152	0,2435	0,9021	(4,3800)
Gas azoté	0	0,0540	0,2188	0,7683	5,9351
Gas hydrogene	0	0,0840	0,2085	(0,3745)	(0,5918)
Gas nitreux	0	0,06523	0,17834	0,44579	(0,6029)
Gas acide carbonique	0	0,11052	0,36663	0,79523	(1,01055)
Gas ammoniacal	0	0,07935	0,82056	2,59150	(5,80472)

Les nombres renfermés entre deux parentheses indiquent des résultats sur l'exactitude desquels Prieur a quelques doutes,

par la considération des combinaisons qui se produisent lorsque les relations d'affinité changent à la faveur des hautes températures.

Les expériences sur l'air commun ont donné

Loix de la dilatation de l'air atmosphérique.

$$z_0=0;\ z_I=0{,}0789;\ z_{II}=0{,}2572,\ z_{III}=0{,}6588;\ z_{IV}=0{,}9389$$

correspond à . . . . . $0,\quad x'=20,\quad 2x'=40;\quad 3x'=60,\quad 4x'=80.$

Si on veut d'abord embrasser les cinq résultats, on emploiera la formule (2), et l'équation générale sera de la forme

$$z=\mu_I\rho_I^x+\mu_{II}\rho_{II}^x+\mu_{III};$$

on aura, pour calculer $A_0 : A_{II}$ et $A' : A_{II}$, les valeurs

$$\Delta z_0=0{,}0789;\ \Delta z_I=0{,}1783;\ \Delta z_{II}=0{,}4016;\ \Delta z_{III}=0{,}2801;$$

d'où on deduira

$$A_0 : A_{II}=\frac{2226814{,}6}{2093}$$

$$A_I : A_{II}=\frac{9901078}{2093}.$$

On aura ensuite, pour calculer ρ_I et ρ_{II}, l'équation

$$\frac{2226814{,}6}{2093}+\frac{9901078}{2093}a+a^2=0,$$

dont les racines sont $\begin{cases}\rho_I^{x'}=+\ \ 2{,}25985\ 84393 & \log\rho_I^{x'}=0{,}35408\ 12352\\ \rho_{II}^{x'}=+470{,}79690\ 219 & \log\rho_{II}^{x'}=2{,}67283\ 35965\end{cases}$

et, en extrayant la racine 20 $\rho^{x'}$ et $\rho_{II}^{x'}$ $\begin{cases}\rho_I=+\ \ 1{,}04160\ 74124 & \log\rho_I=0{,}01770\ 40618\\ \rho_{II}=+\ \ 1{,}36032\ 18683 & \log\rho_{II}=0{,}13364\ 16798\end{cases}$

Enfin, on trouvera pour μ_I, μ_{II} et μ_{III}

$\mu_I=+0{,}06262\ 59190\ 6$ $\quad\log\mu_I=\bar{2}{,}79675\ 41124$

$\mu_{II}=-0{,}00000\ 00000\ 12860\ 69119$ $\quad\log\mu_{II}=\overline{11}{,}10926\ 43101$

$\mu_{III}=-0{,}06262\ 59190\ 5$ $\quad\log\mu_{III}=\bar{2}{,}79675\ 41124$

et toutes ces quantités substituées dans l'équation

$$z=\mu_I\rho_I^x+\mu_{II}\rho_{II}^x+\mu_{III}$$

satisferont aux cinq observations $z_0=0$; $z_I=0{,}0789$; $z_{II}=0{,}2572$; $z_{III}=0{,}6588$, $z_{IV}=0{,}9389$, en faisant successivement $x=0$; $x=20°$; $x=40°$, $x=60°$; $x=80°$. Je vais maintenant faire quelques remarques sur la formule et sur les expériences

Remarques sur la formule qui embrasse les cinq résultats.

L'excessive petitesse du coefficient μ_{II} semble devoir faire regarder comme nul le terme où il se trouve; et si l'approximation n'avoit pas été poussée fort loin, on n'auroit trouvé aucune valeur au coefficient dont le premier chiffre significatif n'est que l'unité à la onzieme décimale Les nombres qu'on déduit de $\mu_{II}\rho_{II}^x$ sont en effet negligeables jusqu'au 60° et an-

delà, en sorte que depuis $x=0$ jusqu'à $x=60^\circ$ les dilatations peuvent être représentées par l'équation

$$z = \mu_I \xi^x + \mu_{II} x$$

Mais la quantité ξ^x, prenant ensuite des accroissements rapides, diminue sensiblement les valeurs de $\mu_I \xi^x + \mu_{II} x$, et occasionne dans la courbe un point d'inflexion entre 70° et 80°, tellement qu'à partir de 76°, les dilatabilités données par le calcul suivent une marche rétrograde jusqu'à 80°.

Le point d'inflexion dont je parle est indiqué par les résultats de Prieur; car, en prenant les différences, on a

$z_0 = 0$; $z_I = 0{,}0789$; $z_{II} = 0{,}2572$; $z_{III} = 0{,}6588$; $z_{IV} = 0{,}9389$

$\Delta z_0 = 0{,}0789$; $\Delta z_I = 0{,}1783$; $\Delta z_{II} = 0{,}4016$; $\Delta z_{III} = 0{,}2801$

$\Delta^2 z_0 = 0{,}0994$; $\Delta^2 z_I = 0{,}2233$; $\Delta^2 z_{II} = -0{,}1215$;

et le changement de signe dans la derniere différence seconde annonce que la trace de la courbe change de direction entre les deux derniers résultats.

[illegible] [illegible] et affecté de l'effet de la décomposition de l'eau.

Il est facile d'appercevoir par ces rapprochements, 1°. que le terme $\mu_{II} \xi^x$, qui n'acquiert une valeur sensible que dans les derniers resultats, ne subsiste dans la formule que par quelque erreur qui s'est glissée dans l'expérience de la dilatation à 80 degrés de temperature, et qu'en effet Prieur a designée comme douteuse; 2°. que ce terme $\mu_{II} \xi^x$, étant soustractif, indique que, pour satisfaire à la derniere observation, il faut compter une dilatation moindre que celle qui auroit dû reellement avoir lieu; qu'ainsi cette observation peche par défaut: et je ferai voir tout-à-l'heure que le même terme $\mu_{II} \xi^x$ mesure precisément la quantité de l'erreur. Or, ces conséquences que je tire de l'application du calcul aux expériences se trouvent confirmées et expliquées dans le mémoire de Guyton par des considérations qui tiennent à la nature même de ces expériences. D'abord il a remarqué la marche rétrograde que suppose la série des valeurs données par l'observation, car il dit : « Si on ne faisoit point état de ce déchet resultant de « la combinaison de l'air, non seulement on perdroit une « partie de l'effet, mais on pourroit encore être tenté de « croire à une marche irréguliere, et, pour ainsi dire, *rétro-« grade*, de la dilatabilite de l'air par la chaleur, quand elle « est portée à un certain point, ce qui seroit une erreur « bien plus grande ». Ensuite il a parfaitement rendu raison des causes du déchet qui doit être attribué à l'oxydation du mercure produite dans les hautes températures, qui, ne pou-

vent se faire qu'aux dépens du gas oxygene de l'air renfermé dans l'appareil, a diminué d'autant le volume de cet air.

Mais il ne suffit pas que le calcul fasse connoître l'erreur, il faut la mesurer, savoir si les observations précédentes n'en seroient point affectées, et enfin établir la formule qui ultérieurement donne la vraie loi qu'on cherche. Pour y parvenir je mets de côté les observations à 60° et à 80° pour chercher la valeur générale de la dilatation d'après les seules données $z_0=0$; $z_1=0,0789$; $z_{11}=0,2572$, et si, dans l'équation que je trouverai, en faisant $x=60°$, je trouve $z=0,6588$, ce sera une preuve que cette équation lie par une loi commune les quatre premieres observations. Posant donc l'équation

Véritable formule donnée par la précédente en retranchant le terme qui figure l'anomalie.

$$z=\mu_1(\varrho^x-1),$$

la méthode exposée précédemment donne

$$\log.\ \varrho^n \log.\left(\frac{\Delta z_1}{\Delta z_0}\right)=0,3540743\ddot{4};\ \varrho_1^n=2,2598$$

$$\log.\ \varrho_1=\tfrac{1}{20}\log.\ \varrho^n=0,017703717;\ \varrho_1=1,0416$$

$$\log.\ \mu_1=\log.\left(\frac{\Delta z_0}{\varrho^n_1-1}\right)=\log.\left(\frac{0,0789}{1,2598}\right)=\bar{2},7967754;\ \mu_1=0,062629.$$

Substituant ces valeurs dans l'équation $z=\mu_1\ z=\mu_1(\varrho_1^x-1)$, et faisant $x=60°$, je trouve

$$60\ \log.\ \varrho_1=1,0622230$$
$$\log\ \mu_1=\bar{2},7967754$$
$$\overline{\quad\quad\quad\quad}$$
$$50^x=\bar{1},8589984=\log\ 0,72277$$
$$\mu_1=\ldots\ 0,06263$$
$$\text{Différence}=\text{dilatation à }60°=\quad 0,66014$$

Ce résultat est celui donné par l'expérience à $\frac{13}{10000}$ près: on peut donc regarder l'equation $z=\mu_1(\varrho_1^x-1)$ comme satisfaisant aux quatre premiers resultats; et, comme le quatrieme n'est point entré dans la formation de l'équation, il faut en conclure que la loi qu'elle exprime est vraiment celle de la nature. Mais il y a plus: les quantités ϱ_1, μ_1, déduites des trois données $z_0=0$, $z_1=0,0789$, $z_{11}=0,2572$, sont les mêmes que ϱ_1, μ_{11}, déduites de la totalité des observations, aux décimales près du sixieme ou septieme ordre; donc l'équation trouvée en premier lieu ne differe réellement de la véritable que par le deuxieme terme $\mu_{11}\varrho_1^x$, qui donne ainsi la valeur des anomalies.

On voit par-là qu'à 60° de température il existoit déja un

commencement d'oxydation et un petit déchet qui a introduit une anomalie de 0,0013 : l'erreur a grossi rapidement, et le résultat à 80° pèche par défaut de 0,6318 du volume primitif, en sorte que la dilatation doit être de 1,5707 ou de 1 fois $\frac{4}{7}$ le volume primitif, au lieu de $\frac{15}{16}$ que donne l'expérience.

Formule pour la dilatation de degré en degré

Nous voilà donc parvenus à la mesure exacte d'un phénomène important, dont la loi est exprimée par une formule très simple; on peut, au lieu de prendre la dilatation à compter du terme de la glace, c'est-à-dire depuis o jusqu'à x, ne la prendre que de degré en degré, c'est-à-dire depuis x jusqu'à $x+1$; on a dans ce cas $\Delta z = \mu_1 \rho_1^{x+1} - \mu_1 \rho_1^{x}$, d'où on tire

$$\Delta z = \mu_1 (\rho_1 - 1)\rho_1^{x}, \text{ et } x = \frac{\log \Delta z - \log \{\mu_1(\rho_1 - 1)\}}{\log \rho},$$

Δx étant supposé égal à l'unité. ainsi les différences de dilatation de degré en degré forment une progression géométrique croissante (la raison ρ_1 étant plus grande que l'unité), ce qui s'accorde encore avec l'assertion de Guyton, « que « l'air est d'autant plus dilatable par des quantités de cha- « leurs égales (suivant la mesure thermométrique), qu'il est « déja plus dilaté », et donne en même temps la loi de la progression de cette dilatation.

Form. pour la dilatabilité

Plusieurs physiciens se sont exercés à chercher quel étoit le rapport de la dilatation de l'air à son volume pour un degré de changement dans la température, ce qui est utile pour plusieurs déterminations, dont une des plus importantes est la correction à faire aux observations barométriques pour les dégager de l'erreur provenant du changement de température de l'air à différentes hauteurs. On a supposé que ce rapport étoit constant, du moins dans la limite des températures que nous offre habituellement l'atmosphère, mais on voit par ce qui précède que, même dans cette limite, le rapport dont il s'agit a des variations très sensibles, et il est aisé de déduire son expression des équations précédentes. Le volume primitif étant l'unité, et la dilatation totale à la température x étant z, $z+1$ sera le volume à la température x, $z+\Delta z+1$ sera le volume à la température $x+1$, et $\frac{\Delta z}{z+1}$ sera le rapport cherché, si on nomme R ce rapport, et qu'on substitue pour z et Δz leurs valeurs, il viendra

$$R = \frac{\mu_1(\rho_1 - 1)\rho^{x}}{1 - \mu_1 + \mu \rho_1^{x}}.$$

On

On voit par-là que R ne doit être constant que dans le cas où μ_1 est égal à l'unité. mais cette valeur ne peut jamais avoir lieu lorsque le volume primitif, ou à la glace, est pris pour unité; car μ_1 mesurant, comme on le verra bientôt, la plus grande diminution de volume causée par le refroidissement, si on admettoit la valeur $\mu_1=1$, il s'ensuivroit que le refroidissement pourroit réduire le volume à zéro, ce qui seroit absurde.

Il faut cependant observer que R tend à devenir constant à mesure que la température x augmente, et que sa valeur a pour limite la même quantité ξ_1-1.

Il est donc évident que les évaluations de R données par différents physiciens diffèrent entre elles principalement parcequ'elles se rapportent à différentes températures: on doit cependant à cette cause de différence en joindre quelques autres, telles que la densité plus ou moins grande, l'état hygrométrique, etc. Si on fait abstraction de ces dernieres, et qu'on veuille savoir à quel degré de température se rapporte une valeur donnée de R, il faudra degager x de l'équation precedente, qui deviendra De la dilat. donnée par différens physiciens.

$$x=\frac{\log\left\{R(1-\mu_1)\right\}-\log\left\{\mu_1(\xi_1-R-1)\right\}}{\log \xi_1},$$

faisant ensuite differentes hypotheses pour R égales aux résultats trouvés par quelques physiciens, on aura,

Saussure. . . . . $R=\frac{1}{235}=0{,}004255$
correspondant à $x=13°, 09$;

Deluc . . . . $R=\frac{1}{215}=0{,}004651$
correspondant à $x=15°, 53$;

Trembley . . . . $R=\frac{1}{192}=0{,}005208$
correspondant à $x=19°, 68$;

Monge, Bertholet et Vandermonde, $R=\frac{1}{184{,}83}=0{,}005410$
(*Mémoire sur le fer.*)
correspondant à $x=19°, 75$;

Le général Roi. . . . . $R=\frac{1}{170}=0{,}005882$
correspondant à $x=22°, 12$.

Les formules et les calculs qui precedent se rapportent à la division thermométrique de Reaumur, parceque c'est celle qu'on a employée dans les expériences. Je donnerai à la fin de cet essai d'autres formules et des tables rapportées à la

division du thermometre centrigrade, tant pour l'air atmosphérique que pour les six gas suivants.

Dilatation du gas oxygene.

1516. Les observations faites sur le gas oxygene donnent,

Dilatations. . . . $z_0 = 0$; $z_I = 0{,}04521$; $z_{II} = 0{,}2485$; $z_{III} = 0{,}9021$; $z_{IV} = 4{,}48010$;

Températures. . . 0; $x_I = 20°$; $2x_I = 40°$; $3x_I = 60°$; $4x_I = 80°$.

Si dans l'une des équations $z = \mu_I(\varsigma^x - 1)$, ou $x = \frac{\log.(z + \mu_I) - \log.\mu_I}{\log.\varsigma}$, en donne pour valeur de μ_I, ς^x et ς_I

$$\varsigma_I^{x} = 4{,}18008;\ \log.\ \varsigma_I^{x} = 0{,}6211846$$
$$\varsigma_I = 1{,}07414;\ \log.\ \varsigma_I = \underline{0}{,}0310592$$
$$\mu_I = 0{,}01484;\ \log\ \mu_I = \bar{2}{,}1715033,$$

on trouvera $z_I = 0{,}0472$; $z_{II} = 0{,}2445$; $z_{III} = 1{,}0692$; $z_{IV} = 4{,}516$; ce qui differe de l'observation de $+0{,}002$ à $20°$; de $-0{,}004$ à $40°$; de $+0{,}16$ à 60 degrés, et de $+0{,}04$ à 80 degrés· les experiences sont donc rendues avec une exactitude satisfaisante. Les anomalies qui ont des signes alternatifs en commençant deviennent constamment positives dans les hautes températures, et cela doit être, parcequ'il y a eu un dechet dont Guyton rend compte dans son mémoire, et qu'il attribue tant à un petit accident arrivé lors du refroidissement, qu'aux affinités qui se sont manifestées dans ces hautes températures Il paroit en outre qu'à 60° il y a eu quelque cause d'erreur indépendante du déchet.

On peut calculer pour le gas oxygene comme pour l'air atmosphérique,

1°. La dilatation de degré en degré par l'équation $\Delta z = \mu_I (\varsigma_I - 1)\varsigma_I^x$, d'où $x = \frac{\log.\ \Delta z - \log.\ \{\mu_I(\varsigma_I - 1)\}}{\log.\ \varsigma}$;

2°. Le rapport R de la dilatation Δz, qui a eu lieu depuis x jusqu'à $x+1$ degrés, au volume total $z+1$, par l'équation $R = \frac{\mu_I(\varsigma_I - 1)\varsigma_I^x}{1 - \mu_I + \mu_I\varsigma_I^x}$, d'où $x = \frac{\log.\ \{R(1 - \mu_I)\} - \log.\ \{\mu_I\varsigma_I(\varsigma_I - R - 1)\}}{\log.\ \varsigma_I}$.

Dilatation du gas azote.

1517. Les données pour le gas azote sont,

Dilatations. . . . $z^0 = 0$; $z_I = 0{,}03400$; $z_{II} = 0{,}2188$; $z_{III} = 0{,}76829$; $z_{IV} = 5{,}94311$;

Températures. . . . o; $x_{i}=20°$; $2x_{i}=40°$, $3x_{i}=60°$; $4x_{i}=80°$.

Représentant ces observations par l'équation

$$z=\mu_{i}(\varrho_{i}^{x}-1),$$

on a pour les valeurs de $\varrho_{i}^{x}\cdot\varrho_{i}$, et μ_{i},

$$\varrho_{i}^{x}=5,19424;\ \log.\ \varrho^{x}=0,7155263$$
$$\varrho_{i}=1,08587,\ \log\ \varrho_{i}=0,0357763$$
$$\mu_{i}=0,00834;\ \log.\ \mu_{i}=\bar{3},9214107.$$

Ces valeurs donnent $z_{i}=0,035$; $z_{ii}=0,2168$; $z_{iii}=1,1611$; $z_{iv}=6,0662$, ce qui diffère de l'observation; savoir, de $+0,001$ à 20°; de $-0,002$ à 40°; de $+0,393$ à 60°, et de $+0,124$ à 80°. L'anomalie à 60° excède celle trouvée à la même température dans toutes les autres expériences; mais elle est occasionnée par une irrégularité manifeste du terme donné par l'observation. « La dilatation, dit Guyton, est très foible dans « les vingt premiers degrés; il y a accroissement progressif, « très considérable dans le second intervalle, moindre dans « le troisième, et l'augmentation de volume devient *énorme* « dans le quatrième. »

Il est évident que, pour corriger en même temps et la petitesse du troisième intervalle et l'excès de grandeur du quatrième, il faut augmenter le terme qui sépare ces deux intervalles. Or, c'est précisément ce que donne la formule en s'accordant d'ailleurs avec les autres données.

Guyton ajoute: « On s'attendoit bien que dans cette expé« rience le quatrième produit seroit beaucoup plus fort que « dans les précédentes, dans lesquelles il avoit manifestement « été diminué par l'altération d'une portion du fluide élas« tique; ce qui ne devoit pas avoir lieu cette fois, le gaz que « l'on traitoit n'ayant aucune action connue à cette tempé« rature ni sur le mercure ni sur l'oxyde mercuriel: mais « il eût été difficile de prévoir une marche aussi irrégulière, « et, quoique Prieur ne puisse imaginer aucune cause d'er« reur, les quatre produits ayant été recueillis dans quatre « vaisseaux séparés, et la rentrée du mercure dans le ballon « ne laissant aucun doute sur la fidélité de l'appareil, il « desire lui-même que ce phénomène soit de nouveau con« staté. »

J'observerai que, d'après l'application de l'analyse aux expériences, il n'est pas douteux que les termes à 0°, 20°,

40° et 80°, ne soient liés entre eux par une loi réguliere, puisqu'ils sont rendus avec une exactitude satisfaisante par l'equation $z = \mu_{,} (\varrho_{,}^{x} - 1)$: ces termes ne paroissent donc pas susceptibles de grands changements, et l'équation qui les exprime doit nécessairement donner pour la valeur intermediaire a 60° le résultat qu'on auroit trouvé par observation, s'il n'y avoit pas eu pour ce terme seulement quelque erreur qui a échappé à Prieur.

Dilatation du gas hydrogene.

1518. Les données pour ce gas sont,

Dilatations. . . . $z_{o} = 0$; $z_{i} = 0{,}08396$; $z_{ii} = 0{,}22847$; $z_{iii} = 0{,}37446$; $z_{iv} = 0{,}39146$;

Températures. . . . . $0° = 0$; $x_{i} = 20°$; $2x_{i} = 40°$; $3x_{i} = 60°$; $4x = 80°$.

Les valeurs de μ, ϱ, et de leurs logarithmes, sont,

$\varrho_{,}^{x} = 1{,}18334$; log. $\varrho^{x} = 0{,}0731074$

$\varrho_{,} = 1{,}00845$; log. $\varrho_{,} = 0{,}0036554$

$\mu_{,} = 0{,}51000$; log. $\mu_{,} = \bar{1}{,}7075702$

La formule donne $z_{i} = 0{,}0935$; $z_{ii} = 0{,}2041$; $z_{iii} = 0{,}351$; $z_{iv} = 0{,}4900$; ce qui differe de l'observation de $+ 0{,}010$ à 20°, de $- 0{,}024$ à 40°, de $- 0{,}023$ à 60°, et de $+ 0{,}099$ à 80°: ainsi la courbe observee s'entrelace avec celle donnee par le calcul, se trouvant en partie au-dessus et en partie au-dessous; la correction de l'intervalle entre z_{iii} et z_{iv} et l'augmentation du résultat à 80°, sont motivées dans le mémoire de Guyton, qui dit: « Il y a accroissement progressif dans les trois premieres « divisions, quoique de moins en moins, et diminution con« sidérable dans la quatrieme. Cette anomalie est d'autant « plus frappante, que la petite anomalie dont j'ai fait mention « précédemment ne pouvoit qu'en dérober une partie; mais « la solution s'est présentée naturellement lors de la compa« raison du volume de mercure rentré dans le ballon pendant « le refroidissement avec le voluma de gas qui en étoit sorti; « elle a démontré un déchet de 3,2354 pouces cubiques sur « le volume primitif de ce gas. Elle a bien vérifié la conjec« ture qu'avoit déja fait naître l'éclat extraordinaire du mer« cure qui avoit servi à cette opération, que l'oxyde qui s'y « étoit formé dans les précédentes expériences avoit été dé« composé dans celle-ci par l'affinité de l'hydrogene à l'aide

« de la chaleur. Il n'y avoit plus d'autre cause à chercher de « la petitesse du produit de la dilatation dans la quatrieme « division. »

Dilatation du gas nitreux.

1519. Les données pour le gas nitreux sont,

Dilatations . . . $z_0 = 0$; $z_1 = 0{,}06523$; $z_{II} = 0{,}17634$; $z_{III} = 0{,}44379$; $z_{IV} = 0{,}6029$;

Températures. . . . 0, $x_1 = 20°$; $2x_1 = 40°$; $3x_1 = 60°$; $4x_1 = 80°$.

Exprimant la relation entre les dilatations et les températures par l'équation

$$z = \mu_1 (\rho_1^x - 1),$$

on a

$\rho^x = 1{,}70336$ $\quad \rho_1 = 1{,}02699$ $\quad \mu_1 = 0{,}092741$

$\log. \rho^x = 0{,}2313057$, $\log. \rho = 0{,}01156528$, $\log \mu_1 = \bar{2}{,}9672697$.

La formule donne $z_{III} = 0{,}3656$, et $z_{IV} = 0{,}68798$; ainsi elle ne differe des observations que de $-0{,}078$ à 60°, et de $+0{,}085$ à 80°. On voit encore que les courbes données par l'expérience et le calcul s'entrelacent de maniere que les petites anomalies sont alternativement positives et négatives.

L'excès que donne la formule à 80° s'explique en grande partie par un déchet dont Guyton a fait mention, et qui a dû commencer vers le 76e degré. « On sait, dit-il, que le gas « nitreux est diminué en quelque sorte à la maniere de l'air « par les substances combustibles ou calcinables: en effet, « dès que la température eut atteint le 76e degré ou environ « (qui est sans doute le terme que cette affinite exige dans « le cas particulier), les bulles qui devoient fournir le qua- « trieme produit sont devenues sensiblement plus rares; il « s'en falloit 1,7195 pouces cubes que le gas retrouvé, soit « dans le ballon, soit dans les quatre récipients ou ils avoient « été recueillis séparement, ne représentât le volume pri- « mitif. »

Dilatation du gas acide carbonique.

1520. Les expériences sur ce gas ont donné,

Dilatations . . . $z_0 = 0$; $z_1 = 0{,}11051$; $z_{II} = 0{,}30663$; $z_{III} = 0{,}73953$; $z_{IV} = 1{,}01053$;

Températures. . . . 0, $x_1 = 20°$; $2x_1 = 40°$; $3x_1 = 60°$; $4x_1 = 80°$.

L'équation $z=\mu_i(\rho^x-1)$ appliquee à ces résultats donne

$$\rho_i^x=1{,}77468;\quad \log.\ \rho_i^x=0{,}2491202$$
$$\rho_i=1{,}029096;\ \log.\ \rho_i=0{,}01245601$$
$$\mu_i=0{,}142652;\ \log.\ \mu_i=\bar{1}{,}1542787.$$

La formule donne $z_{iii}=0{,}65468$, et $z_{iv}=1{,}27236$; ainsi elle differe des observations de $-0{,}08$ à 60°, et de $+0{,}26$ à 80°. Guyton, considérant que la dilatation à 20° est ici plus forte que celle des autres gas à la même température, pense qu'il seroit possible quo ce résultat péchât par excès: en effet, si, au lieu de $z_i=0{,}11051$, on emploie $z_i=0{,}10051$, ce qui donne log. $\rho^x=0{,}3119108$; $\mu_i=0{,}095656$; log. $\mu_i=\bar{2}{,}9807.36$; on trouvera $z_{ii}=0{,}30663$; $z_{iii}=0{,}72933$; $z_{iv}=1{,}59617$. la valeur de z_{iii} sera rendue, à 0,01 près, mais celle de z_{iv} excedera l'observation de 0,59. Cet excès paroit fort, vu que le gas acide carbonique, quoiqu'ayant éprouvé un déchet dans les hautes températures, est néanmoins, d'apres l'exposé de Guyton, un des fluides mis en expérience qui a le moins éprouvé d'altération: je pense donc qu'on peut s'en tenir aux premieres déterminations.

Dilatation du gas ammoniacal.

1521. Les données pour ce gas sont,

Dilatations. . . . $z_0=0$; $z_i=0{,}27933$; $z_{ii}=0{,}85076$; $z_{iii}=2{,}59150$; $z_{iv}=5{,}80472$;

Températures. . . . 0; $x_i=20°$; $2x_i=40°$; $3x_i=60°$; $4x_i=80°$.

Si dans l'équation $z=\mu(\rho_i^x-1)$ on fait

$$\rho_i^x=2{,}35245;\ \log\ \rho^x=0{,}3715205$$
$$\rho_i=1{,}04370;\ \log.\ \rho_i=0{,}0185760$$
$$\mu_i=0{,}19468;\ \log.\ \mu_i=\bar{1}{,}2893298,$$

on trouvera $z_i=0{,}2633$; $z_{ii}=0{,}8827$; $z_{iii}=2{,}33981$; $z_{iv}=5{,}76759$; ainsi les différences entre le calcul et l'experience seront, à 20°, $-0{,}016$; à 40°, $+0{,}032$; à 60°, $-0{,}25$, et à 80°, $-0{,}037$. Ces différences commencent par avoir des signes alternatifs; mais elles deviennent ensuite constamment négatives, parceque le gas ammoniacal, au lieu d'éprouver du déchet comme les précédents, s'est au contraire accru d'une certaine quantite de fluide qui s'est formée pendant l'expérience. Prieur,

après un premier essai, qu'il avoit rejeté vu la trop grande quantité de gas retrouvée dans le ballon et les récipiens, en recommença un second. « Mais, dit Guyton, malgré toutes « les précautions prises pour avoir un gas aussi exempt qu'il « étoit possible de liqueur capable d'en reproduire de nou- « veau, les volumes recueillis dans les récipiens, ajoutés à « la portion restée dans le ballon, surpassoient encore le « volume primitif; tellement qu'au lieu de 15,3207 pouces « cubes de gas employé, il s'en trouvoit 15,8671 ». On voit par là pourquoi, dans les hautes températures, la formule donne moins que l'expérience, en observant néanmoins que le résultat à 60° pèche par excès d'une quantité plus considérable que celle dont on peut rendre raison par la formation du nouveau gas

Lois de la force expansive de la vapeur de l'eau.

1522. Les sept fluides élastiques dont il est question dans la seconde partie de cet essai se conservent dans l'état gazeux, quelle que soit leur température, du moins le degré de froid qui peut les rendre liquides n'est point encore connu: cette propriété est un des principaux caractères qui, sous l'aspect où je les envisage, doivent les distinguer des *vapeurs*, dont l'état gazeux n'est, par rapport à la chaleur habituelle de notre atmosphère, qu'une manière d'être accidentelle qui dépend essentiellement du rapport entre la pression et la température du liquide *vaporisé*. Il paroît constaté qu'abstraction faite du poids de l'atmosphère ou de la pression de tout autre fluide élastique gazeux, la vaporisation doit avoir lieu à la température de la glace, et même au dessus, et ne s'arrêter que lorsque le calorique interposé entre les molécules est tellement rare que son expansion ne peut plus vaincre l'adhésion de ces molécules, on les puissances quelconques, quelque petites qu'elles soient, qui tendent à les rapprocher. Ces principes, que je ne fais que rappeler ici, mais auxquels j'ai donné plus de développement (art. 1309 et suivants), servent de fondement à l'explication des phénomènes de la vaporisation des liquides considérés quant aux effets mécaniques.

Les observations de la force expansive de la vapeur de l'eau fournissent 110 résultats de degré en degré du thermomètre commençant à zéro.

Ces résultats sont contenus dans la table suivante, où les

pressions sont exprimées en pouces de mercure, et les températures rapportées à l'échelle de Réaumur.

Table de la force expansive de la vapeur de l'eau, déduite de l'expérience.

Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.	Températ.	Pression.
0	0,00								
1	0,00	23	0,90	45	3,95	67	14,60	89	44,50
2	0,00	24	0,97	46	4,20	68	15,25	90	46,40
3	0,00	25	1,02	47	4,45	69	16,10	91	48,40
4	0,02	26	1,12	48	4,75	70	16,90	92	50,50
5	0,03	27	1,22	49	5,00	71	17,80	93	53,00
6	0,05	28	1,32	50	5,35	72	18,70	94	55,30
7	0,07	29	1,42	51	5,70	73	19,60	95	57,80
8	0,10	30	1,55	52	6,00	74	20,60	96	60,50
9	0,12	31	1,67	53	6,50	75	21,75	97	63,40
10	0,15	32	1,76	54	6,90	76	22,90	98	66,30
11	0,18	33	1,90	55	7,30	77	24,10	99	69,00
12	0,22	34	2,00	56	7,80	78	25,30	100	72,30
13	0,27	35	2,15	57	8,40	79	26,47	101	75,00
14	0,30	36	2,27	58	8,85	80	28,00	102	78,20
15	0,35	37	2,42	59	9,35	81	29,40	103	81,30
16	0,40	38	2,57	60	9,95	82	31,30	104	84,00
17	0,45	39	2,72	61	10,40	83	33,00	105	86,80
18	0,52	40	2,92	62	11,00	84	34,60	106	89,00
19	0,58	41	3,10	63	11,70	85	36,45	107	92,30
20	0,65	42	3,27	64	12,40	86	38,10	108	93,50
21	0,75	43	3,47	65	13,20	87	40,00	109	95,60
22	0,80	44	3,70	66	13,80	88	42,00	110	98,00

Lorsque j'appliquai pour la première fois le calcul à ces expériences, je parvins à une équation de la forme

$$z=\mu_1\rho_1^x+\mu_{II}\rho_{II}^x+\mu_{III}\rho_{III}^x+\mu_{IV}\rho_{IV}^x.$$

C'est la formule que j'ai donnée (art. 1325), avec une notation différente, mais qu'on peut très aisément ramener à celle-ci. La méthode que j'avois suivie consistoit à satisfaire à une partie des résultats depuis 0 jusqu'à 80°, au moyen des deux termes $\mu_1\rho_1^x+\mu_{II}\rho_{II}^x$, et à interpoler, au moyen de $\mu_{III}\rho_{III}^x+\mu_{IV}\rho_{IV}^x$, les différences entre les valeurs observées et celles calculées par les deux premiers termes depuis 80° jusqu'à 110°. J'avois de cette manière réussi à exprimer si exactement les observations dans toute leur étendue, que les courbes du calcul et de l'expérience ne se distinguoient presque pas l'une de l'autre, les petites anomalies qu'elles offroient étant l'effet de quelques légères erreurs inévitables dans les observations et dans les graduations des échelles de l'appareil (*).

(*) La table X contient les résultats calculés et observés avec leurs différences.

Je

Je n'ai employé quatre termes qu'après m'être assuré que deux ne suffisoient pas, et qu'en voulant les restraindre à trois, l'équation du troisieme degré qu'il falloit resoudre avoit deux racines imaginaires, ce qui introduisoit des quantités circulaires dans la valeur de z; mais, depuis la publication de mon ouvrage, j'ai reconnu, en examinant la chose de plus près, que ces fonctions revolutives n'etoient dues qu'aux petites irrégularités des nombres immediatement deduits de l'expérience, et qu'en les corrigeant on parvenoit à une équation dont toutes les racines étoient réelles et positives. Le moyen le plus sûr que je pouvois employer étoit l'équation même à quatre termes, trouvée en premier lieu, et j'en ai déduit les nombres suivants, qui me serviront à interpoler la série entiere avec une formule qui aura un terme de moins que celle que j'avois d'abord employée.

Températures.	Hauteurs, exprimées en pouces, des colonnes de mercure qui représentent la force expansive
0	$z_0 = 0$
$x_1 = 22$	$z_1 = 0{,}82$
$2x_1 = 44$	$z_2 = 3{,}80$
$3x_1 = 66$	$z_{III} = 13{,}37$
$4x_1 = 88$	$z_{IV} = 41{,}64$
$5x_1 = 110$	$z_V = 98{,}36$.

Introduisant ces quantités dans les formules générales de la premiere partie de cet essai, on trouve

$$\frac{A_0}{A_{III}} = -171{,}5703673654$$

$$\frac{A_I}{A_{III}} = +159{,}6784688232$$

$$\frac{A_{II}}{A_{III}} = -37{,}9753537987.$$

On a ensuite à résoudre l'équation

$$a^3 - 37{,}97535\ 37987\ a^2 + 159{,}67846\ 88232\ a - 171{,}57036\ 73654 = 0.$$

dont les racines sont

$\rho_I^x = +33{,}340357$ . . . . log. $\rho_I^x = 1{,}5229702$
$\rho_{II}^x = +2{,}791599$ . . . . log. $\rho_{II}^x = 0{,}4458531$
$\rho_{III}^x = +1{,}843397$ . . . . log. $\rho_{III}^x = 0{,}2656189$;

et en extrayant les racines 22^{es} de ces nombres,

$\rho_I = 1{,}172805$. . . . . log. $\rho_I = 0{,}0692259$
$\rho_{II} = 1{,}047773$. . . . . log. $\rho_{II} = 0{,}0202661$
$\rho_{III} = 1{,}028189$ . . . . log. $\rho_{III} = 0{,}0120736$

Enfin les valeurs des coëfficients constants sont

$\mu_{I} = -0{,}00000\ 07246\ 0407 \ldots\ldots \log.\ \mu_{I} = \bar{7}{,}8601007$

$\mu_{II} = +0{,}86481\ 88303 \ldots\ldots \log.\ \mu_{II} = \bar{1}{,}9369271$

$\mu_{III} = -0{,}86481\ 81057 \ldots\ldots \log.\ \mu_{III} = \bar{1}{,}9369248.$

Substituant toutes ces valeurs dans l'équation

$$z = \mu_{I}\xi^{x} + \mu_{II}^{x}\xi^{x} + \mu_{III}\xi^{x},$$

on satisfera non seulement aux nombres employés pour sa formation, mais encore à toutes les observations intermédiaires, ainsi qu'on en peut juger par la table suivante, qui présente de dix degrés en dix degrés les résultats observés et calculés.

TEMPÉRATURE.	PRESSIONS DONNÉES PAR l'expérience.	PRESSIONS DONNÉES PAR le calcul.	ANOMALIES
0	0,00	0,00	0,00
10	0,15	0,24	+ 0,09
20	0,62	0,66	+ 0,04
30	1,52	1,51	− 0,01
40	2,92	2,95	+ 0,03
50	5,35	5,42	+ 0,07
60	9,95	9,62	− 0,33
70	16,90	16,57	− 0,33
80	28,00	27,92	− 0,08
90	46,40	45,87	− 0,53
100	71,80	71,94	+ 0,14
110	98,00	98,56	+ 0,56

Les anomalies sont même généralement un peu plus petites que dans la formule à quatre termes: on peut donc regarder l'équation précédente, qui est plus simple que celle que j'avois publiée d'abord, comme représentant les phénomènes et mesurant les effets de la force expansive de la vapeur de l'eau avec toute l'exactitude qu'on peut desirer. J'ajouterai que la petitesse du coefficient μ_{I} permet de négliger le terme $\mu_{I}\xi^{x}$, à compter de 0° jusqu'à 80°, et qu'ainsi, depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, il suffira d'employer l'équation à deux termes

$$z = \mu_{II}\xi^{x} + \mu_{III}\xi^{x}.$$

Je donnerai à la fin de cet essai une table des forces expansives exprimées en parties du metre, avec les températures correspondantes, rapportées au thermometre centigrade.

Force expansive de la vapeur de l'alkool.

1523. Les expériences sur la force expansive de la vapeur

de l'alkool ont été faites par les mêmes procédés et avec les mêmes instrumens que celles sur la vapeur de l'eau. Elles avoient pour but, indépendamment de leur utilité générale en physique, de faire connoître la relation entre les dépenses qu'occasionneroient ces fluides employés comme moteurs des machines à feu. Cet objet de recherche est aussi important que nouveau: en effet, la dépense du mouvement d'une machine à feu se compose du prix du fluide vaporisé et de celui du combustible. L'usage de l'eau n'exige guere que l'achat du combustible, mais il est possible qu'un autre fluide, beaucoup plus coûteux par lui-même, ait néanmoins une expansion telle, qu'à égalité de pression l'économie sur le combustible soit plus grande que le prix de ce fluide. Si l'on compare les résultats ci-après avec ceux que j'ai donnés pour la vapeur de l'eau, on verra qu'à la même température la force expansive de la vapeur de l'alkool est toujours plus que double de celle de l'eau; il faut donc beaucoup moins de combustible pour produire dans une machine à feu le même effet avec l'alkool; et si l'on disposoit les pieces de mécanisme de maniere à ne pas perdre la liqueur condensée, ce qui seroit facile, on pourroit, dans certains cas et pour des machines de petites dimensions, s'en servir avec économie. Mais il est selon toute apparence d'autres fluides moins chers que l'alkool, qui peuvent avoir une expansion égale ou plus grande, et ce seroit un objet de recherche extrêmement utile de déterminer l'effet mécanique dont leur vapeur est capable, et d'en donner des tables semblables à celles qu'offre cet essai pour l'eau et l'alkool.

Les résultats donnés par l'expérience pour la force expansive de la vapeur de l'alkool à différentes températures sont compris dans la table suivante, où les températures sont rapportées au thermometre de Réaumur, et les pressions exprimées en pouces de mercure.

TABLE de la force expansive de la vapeur de l'alkool, déduite de l'expérience

Températures.	Pressions.	Températures.	Pressions.	Températures.	Pressions.	Températures.	Pressions.
0	0,00						
1	0,00	24	2,10	47	10,80	70	39,60
2	0,00	25	2,30	48	11,52	71	41,50
3	0,15	26	2,52	49	12,30	72	43,20
4	0,09	27	2,75	50	12,35	73	44,00
5	0,12	28	2,96	51	13,75	74	48,20
6	0,18	29	3,20	52	14,60	75	50,20
7	0,25	30	3,40	53	15,40	76	52,60
8	0,32	31	3,70	54	16,30	77	55,30
9	0,38	32	4,00	55	17,65	78	57,90
10	0,45	33	4,30	56	18,80	79	61,00
11	[illegible]	34	4,60	57	20,00	80	63,80
12	0,52	35	4,90	58	21,40	81	66,90
13	0,72	36	5,28	59	22,50	82	69,80
14	0,82	37	5,65	60	23,70	83	73,40
15	0,93	38	6,00	61	24,80	84	76,70
16	1,02	39	6,40	62	26,10	85	79,60
17	1,12	40	6,90	63	27,40	86	83,60
18	1,25	41	7,35	64	28,90	87	87,10
19	1,38	42	7,80	65	30,60	88	90,80
20	1,52	43	8,30	66	32,00	89	93,00
21	1,66	44	8,82	67	33,50	90	98,00
22	1,80	45	9,41	68	35,10		
23	1,95	46	10,10	69	37,20		

J'ai donné (note de l'article 1305) la formule par laquelle j'avois d'abord déterminé la relation entre les températures et les forces expansives de l'alkool; l'équation est de la forme

$$z = \mu_1 \xi_1^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV} \xi_{IV}^x + \mu_v$$

et la valeur de z contient quatre termes variables et un terme constant: je l'avois trouvée, comme celle pour l'eau, en interpolant d'abord un certain nombre de valeurs données avec la fonction $\mu_1 \xi_1^x + \mu_{II} \xi_{II}^x + \mu_v$; et déterminant ensuite $\mu_{III} \xi_{III}^x + \mu_{IV} \xi_{IV}^x$ de manière à satisfaire aux différences entre les valeurs données subséquentes et la première fonction, l'équation trouvée satisfaisoit aux observations avec une précision égale à celle que j'avois obtenue pour l'eau. Mais j'ai réfléchi ensuite qu'elle pouvoit se simplifier par le même moyen en employant au lieu des valeurs immédiatement observées celles données par la formule: j'ai donc fait un premier essai pour réduire la valeur de z à trois termes variables, après m'être assuré que deux ne suffisoient pas, et j'ai pris les données suivantes.

Température	Forces expansives	Température	Forces expansives
0	$z_0 = 0,0000$	$3x_1 = 54°$	$z_{III} = 16,4000$
$x_1 = 18°$	$z_1 = 1,2846$	$4x_1 = 72°$	$z_{IV} = 43,5465$
$2x_1 = 36°$	$z_{II} = 5,3744$	$5x_1 = 90°$	$z_V = 98,2764$

Appliquant à ces nombres les formules générales pour le cas de six observations, on parvient à l'équation suivante

$$\varrho^3 + 16,30256\ 28758\ \varrho^2 - 80,65808\ 59030\ 5\ \varrho + 96,70096\ 47266 = 0,$$

dont les facteurs sont

$$(\varrho^2 - 4,18289\ 64209\ 54\ \varrho + 4,72046\ 8572105)(\varrho + 20,48545\ 92567\ 94) = 0.$$

On voit que l'équation a deux racines imaginaires et une négative, ce qui donne à l'équation la forme

$$z = \mu_1 (-\varrho_1)^x + \{\varrho A \sin. (\phi x) + B \sin. [\phi (x-1)]\} \varrho^x.$$

Il seroit très aisé, d'après ce que j'ai démontré dans mes *Leçons d'Analyse*, de déterminer les quantités μ, ϕ, ϱ, A et B, et on satisferoit très exactement aux six valeurs données; mais j'observe, 1°. que la courbe des expériences ne semble point comporter de fonctions révolutives qui introduiroient des inflexions et des ondulations étrangeres à cette courbe; 2°. que le terme $\mu_1 (-\varrho_1)^x$ change de signe chaque fois que x, supposé nombre entier, de pair devient impair, ou réciproquement, et devient imaginaire lorsque x est une fraction réduite à sa moindre expression et de la forme $\frac{2n+1}{2k}$. L'équation précédente ne paroît donc pas propre à rendre les expériences, et il est nécessaire d'augmenter le nombre des termes: j'ajoute donc un terme constant aux trois termes variables, ce qui me donne encore un terme variable de moins que dans ma premiere formule, c'est-à-dire que je suppose

$$z = \mu_I \varrho_I^x + \mu_{II} \varrho_{II}^x + \mu_{III} \varrho_{III}^x + \mu_{IV},$$

et je détermine les sept constantes μ_I, μ_{II}, μ_{III}, μ_{IV}, ϱ_I, ϱ_{II}, ϱ_{III} au moyen des données

Température	Forces expansives	Température	Forces expansives
0	$z_0 = 0{,}0000$		
$x_1 = 15$	$z_I = 0{,}9751$	$4\,x_1 = 60$	$z_{IV} = 23{,}0441$
$2\,x_1 = 30$	$z_{II} = 3{,}6540$	$5\,x_1 = 75$	$z_V = 50{,}6089$
$3\,x_1 = 45$	$z_{III} = 9{,}7135$	$6\,x_1 = 90$	$z_{VI} = 98{,}2761$

Appliquant à ces données les formules générales pour le cas de sept observations, on a

$\Delta z_0 = 0{,}9751$	$\Delta z_{III} = 13{,}3326$	$A_0 : A_{III} = -\ 0{,}40578\ 12651\ 383$
$\Delta z_I = 2{,}6789$	$\Delta z_{IV} = 27{,}5648$	$A_I : A_{III} = +11{,}91451\ 74210\ 951$
$\Delta z_{II} = 6{,}0595$	$\Delta z_V = 47{,}6672$	$A_{II} : A_{III} = -\ 7{,}40205\ 02364\ 445,$

résolvant ensuite l'équation

$$A_{III}\,\alpha^3 + A_{II}\,\alpha^2 + A_I\,\alpha + A_0 = 0,$$

on a trois racines positives et réelles, qui sont

$$\rho_I^{15} = 5{,}06600\ 43789\ 84$$
$$\rho_{II}^{15} = 2{,}30123\ 90088\ 97$$
$$\rho_{III}^{15} = 0{,}03480\ 68485\ 64;$$

extrayant les racines quinzièmes, on trouve

$$\tfrac{1}{15}\log.\rho_I^{15} = \frac{0{,}7046656}{15} = \log.\rho_I = 0{,}0469777;\quad \rho_I = 1{,}11424$$
$$\tfrac{1}{15}\log.\rho_{II}^{15} = \frac{0{,}3619618}{15} = \log.\rho_{II} = 0{,}0241307;\quad \rho_{II} = 1{,}05714$$
$$\tfrac{1}{15}\log.\rho_{III}^{15} = \frac{\bar{2}{,}5416647}{15} = \log.\rho_{III} = \bar{1}{,}9027776;\quad \rho_{III} = 0{,}79943.$$

Enfin, on déduit des valeurs précédentes

$\log.\ \mu_I = \bar{3}{,}3282330 \cdots\cdots\cdots \mu_I = -\,0{,}00212\ 93$
$\log\ \mu_{II} = \bar{1}{,}9598132 \cdots\cdots\cdots \mu_{II} = +\,0{,}91161\ 86$
$\log.\ \mu_{III} = \bar{1}{,}3217595 \cdots\cdots\cdots \mu_{III} = +\,0{,}20977\ 78$
$\mu_{IV} = -\,1{,}11926\ 71.$

Ces nombres substitués dans l'équation

$$z = \mu_I\,\rho_I^x + \mu_{II}\,\rho_{II}^x + \mu_{III}\,\rho_{III}^x + \mu_{IV},$$

la rendront propre à satisfaire non seulement aux valeurs employées pour sa formation, mais encore à toutes les observations intermédiaires, ainsi qu'on peut en juger par la table suivante, qui contient les résultats observés et calculés de quatre en quatre degrés du thermomètre de Réaumur, les pressions étant mesurées en pouces de mercure.

Temps	PRESSION observée.	PRESSION calculée.	Anomalies	Temps	PRESSION observée.	PRESSION calculée.	Anomalies
0	0,11	0,00	0,00	48	11,50	11,62	+ 1,12
4	0,03	0,10	+ 0,11	52	15,60	15,68	+ 1,08
8	0,35	0,35	+ 0,11	56	18,85	18,44	+ 0,31
12	0,69	0,68	+ 0,13	60	23,00	15,64	— 1,16
16	1,02	1,08	+ 0,06	64	28,90	28,64	— 0,26
20	1,51	1,68	+ 0,11	68	35,21	35,51	+ 0,21
24	2,11	2,51	+ 0,31	72	43,50	43,64	+ 0,14
28	2,95	3,16	+ 1,11	76	51,60	53,14	+ 0,55
32	4,00	4,21	+ 0,12	80	63,80	64,36	+ 0,56
36	5,18	5,51	+ 0,13	84	76,90	77,18	+ 0,18
40	6,09	7,24	+ 0,24	88	91,80	92,14	+ 0,24
44	8,91	9,14	+ 0,25	92	98,00	98,18	+ 0,18

Ainsi la formule pour la vapeur de l'esprit de vin se trouve simplifiée comme celle pour la vapeur de l'eau, sans cesser de représenter les expériences avec toute l'exactitude desirable; mais il y a plus, on peut en retrancher un terme variable, en observant que, dès le premier degré, $\mu_{iv}\xi_{iv}^{x}$ n'a pour valeur que 0,18, et qu'il devient négligeable dans toute la suite des valeurs positives de x. L'équation se réduit donc à

$$z = \mu_{ii}\xi^{x} + \mu_{iii}\xi^{x} + \mu_{v};$$

forme plus simple non seulement que celle donnée (note de l'article 1325), mais encore que celle trouvée précédemment pour la vapeur de l'eau.

Je passe à la traduction en nouvelles mesures des nombres dont je me suis servi dans cet essai pour exprimer les températures et les hauteurs de mercure.

Formules et tables pour calculer à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermometre centigrade, les dilatations correspondantes des sept fluides élastiques qui font l'objet de la seconde partie de cet essai, et la force expansive des vapeurs de l'eau et de l'alkool, les pressions qui mesurent les diverses intensités de cette force étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en metres.

1524. Les dilatations des sept fluides élastiques, pour lesquels j'ai donné des formules dans la seconde partie de cet essai, sont toutes représentées par une équation de même forme, savoir, Dilatation des fluides élastiques.

$$z = \mu(\xi^{x} - 1) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (1),$$

x étant le nombre de degrés du thermometre qui mesure la

température, z la dilatation totale qui a eu lieu depuis la température de la glace jusqu'à la température x, exprimée en parties du volume primitif, ou à la glace, considéré comme l'unité, μ et ρ étant les constantes déduites de l'expérience qui rendent l'équation applicable à chacun des fluides en particulier.

Si, au lieu d'exprimer la dilatation depuis la glace, on veut avoir le volume total à chaque température x, il faudra ajouter l'unité à chaque valeur de z. nommant donc V ce volume total, c'est à dire faisant $z+1=V$, on aura

$$V=\mu(\rho^x-1)+1 \;.\;.\;.\;.\;.\; (2)$$

Les équations (1) et (2) donnent pour x l'une ou l'autre des valeurs

$$\left.\begin{aligned} x&=\frac{\log.(z+\mu)-\log.\mu}{\log.\rho} \\ x&=\frac{\log.(V+\mu-1)-\log.\mu}{\log.\rho} \end{aligned}\right\}\;.\;.\;.\;.\;(3).$$

Pour calculer l'excès du volume à la température $x+1$ sur le volume à la température x, on aura, en nommant cet excès ΔV ou Δz, ces deux incrémens étant les mêmes,

$$\Delta V=\mu(\rho-1)\,\rho^x \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (4);$$

et si l'on veut en général l'augmentation de volume qui a lieu depuis la température x jusqu'à la température $x+\Delta x$, on aura

$$\Delta V=\mu(\rho^{\Delta x}-1)\,\rho^x;$$

on déduit de l'équation (4) $\;.\;.\; x=\dfrac{\log.\Delta V-\log.\{\mu(\rho-1)\}}{\log.\rho}\;.\;.\;.\;(5).$

Enfin la *dilatabilité*, c'est-à-dire le rapport $\frac{\Delta V}{V}$ de l'augmentation de volume de degré en degré au volume lui-même, étant exprimée par R, on a

$$R=\frac{\mu(\rho-1)\rho^x}{1+\mu(\rho^x-1)}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(6),$$

d'où on déduit $\;.\;.\; x=\dfrac{\log.\{R(1-\mu)\}-\log.\{\mu(\rho-R-1)\}}{\log.\rho}.$

Tous les logarithmes des formules précédentes peuvent être pris dans les tables ordinaires, qui donnent log. 10 = 1, vu qu'ils se trouvent au numérateur et au dénominateur. Il s'agit maintenant de déterminer μ et ρ pour chaque fluide.

Le thermomètre centigrade est, comme on sait, celui qui divise en 100 parties l'intervalle depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante;

bouillante; d'après cela ρ doit être tel que ρ^x donne, en faisant $x=0$, $x=25$, $x=50$, $x=75$, $x=100$, les mêmes valeurs qu'il donnoit précédemment pour $x=0$, $x=20^\circ$, $x=40^\circ$, $x=60^\circ$, $x=80^\circ$; ce qui se réduit à prendre, au lieu du logarithme de ρ, trouvé en premier lieu, les $\frac{8}{10}$ de ce logarithme. μ ne subit aucun changement.

On aura donc, pour rapporter au thermometre décimal la relation entre les températures et les volumes, les valeurs suivantes.

NOMS des FLUIDES ÉLASTIQUES	VALEURS DE			
	μ	log. μ	ρ	log ρ
Gas hydrogène	0,51000	$\bar{1}$,7075702	1,0068	0,0029435
Gas nitreux	0,09274	$\bar{2}$,9672714	1,02153	0,0092500
Gas acide carbonique	0,14265	$\bar{1}$,1542787	1,02321	0,0099698
Air atmosphérique	0,04268	$\bar{2}$,6302754	1,03315	0,0141650
Gas oxygène	0,01484	$\bar{2}$,1715035	1,05888	0,0248474
Gas ammoniacal	0,19468	$\bar{1}$,2893298	1,03481	0,0148608
Gas azote	0,00834	$\bar{3}$,9214107	1,06819	0,0286011

C'est d'après ces valeurs substituées dans l'équation

$$V=\mu(\rho^x-1)+1$$

qu'on a calcule la table suivante, dont la planche 54 offre le tableau graphique (*).

(*) La planche 53 offre un dessin de l'appareil décrit article (53), dont la gravure n'a été faite qu'après l'impression de cet article

Je crois qu'il est important de dire un mot des fluides élastiques considérés comme agents mécaniques : les recherches consignées dans ce mémoire peuvant à cet égard fournir des idées utiles aux artistes; et les formules que je vais donner, jointes à la table des dilatations, leur faciliteront les moyens de faire les calculs auxquels leurs travaux sur cet objet pourroient les conduire.

Toutes les valeurs de V que donne la table se rapportent à une pression égale au poids moyen de l'atmosphere, ou représentée par 28 pouces $=0^{mèt},757708$ de mercure.

P = le poids d'une colonne de mercure de $0^{mèt},7577$ de hauteur sur 1 de base.

U = le volume à la température de la glace sous la pression P.

x = une température quelconque.

Il s'agit de la même masse de fluide réduite à des volumes différens en faisant varier la pression.

V = le volume à la température x sous la pression P.
v = un volume quelconque
p = la pression qu'il faudroit exercer sur le volume V pour la réduire au volume v, en conservant la température x.

Les volumes étant sous la même température en raison inverse des pressions, on aura $\frac{P}{p}=\frac{v}{V}$, d'où on tire

$$p=\frac{V}{v}P.$$

Substituant la valeur de V, et observant qu'il faut la multiplier par U, parceque le volume primitif n'est plus l'unité, mais U, on a

$$p=\left\{(\varphi^{t}-1)\mu+1\right\}\frac{U}{v}\ P.$$

p représente la pression que le fluide exerceroit contre la paroi d'un vase dans lequel il seroit enfermé, et dont la capacité seroit v, pression qui peut être employée à pousser un piston ou à tout autre effet mécanique.

Si $v=U$, c'est-à dire si on réduit le volume dilaté au volume primitif, la pression devient

$$p=\left\{(\varphi^{x}-1)\mu+1\right\}P,$$

et s'évalue en multipliant la valeur de V, prise dans la table, par le poids de l'atmosphere: ainsi, par exemple, le gas azoth, renfermé à la température de la glace et ensuite échauffé jusqu'à celle de l'eau bouillante sans pouvoir augmenter de volume, exerce contre la paroi du vase qui le renferme une pression égale à plus de sept fois le poids de l'atmosphere: qu'on le suppose enfermé dans un cylindre, occupant dans le sens de l'axe une longueur d'un metre, et employé à faire mouvoir un piston; si la résistance à vaincre est égale au poids de l'atmosphere, le gas pourra faire parcourir au piston 7 metres ou plus de 20 pieds, en conservant toujours la supériorité sur la résistance, c'est sans contredit l'agent mécanique le plus puissant qu'on connoisse.

TABLE des volumes dilatés de différents fluides élastiques, lorsque leur température varie de degré en degré, mesurés sur le thermomètre centigrade depuis la glace jusqu'à l'eau bouillante, le volume à la glace étant pris pour unité.

Températures.	GAS hydrogène. Volum. dilat.	Températures.	GAS nitreux. Volum. dilat.	Températures.	GAS ACIDE carbonique. Volum. dilat.	Températures.	AIR commun. Volum. dilat.	Températures.	GAS oxygène. Volum. dilat.	Températures.	GAS ammoniac. Volum. dilat.	Températures.	GAS azote. Volum. dilat.
0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000	0	1,00000
1	1,00375	1	[illegible]	1	1,00331	1	1,00368	1	1,00375	1	[illegible]	1	[illegible]
2	1,00791	2	[illegible]	2	[illegible]	2	[illegible]	2	[illegible]	2	[illegible]	2	[illegible]
3	1,01131	3	[illegible]	3	1,01017	3	[illegible]	3	[illegible]	3	[illegible]	3	[illegible]
4	1,01391	4	[illegible]	4	[illegible]	4	[illegible]	4	[illegible]	4	[illegible]	4	[illegible]
5	1,01746	5	[illegible]	5	[illegible]	5	[illegible]	5	[illegible]	5	[illegible]	5	[illegible]
6	[illegible]	6	[illegible]	6	[illegible]	6	[illegible]	6	[illegible]	6	[illegible]	6	[illegible]
7	[illegible]	7	[illegible]	7	[illegible]	7	[illegible]	7	[illegible]	7	[illegible]	7	[illegible]
8	[illegible]	8	[illegible]	8	[illegible]	8	[illegible]	8	[illegible]	8	[illegible]	8	[illegible]
9	[illegible]	9	[illegible]	9	[illegible]	9	[illegible]	9	[illegible]	9	[illegible]	9	[illegible]
10	[illegible]	10	[illegible]	10	[illegible]	10	[illegible]	10	[illegible]	10	[illegible]	10	[illegible]
11	[illegible]	11	[illegible]	11	[illegible]	11	[illegible]	11	[illegible]	11	[illegible]	11	[illegible]
12	[illegible]	12	[illegible]	12	[illegible]	12	[illegible]	12	[illegible]	12	[illegible]	12	[illegible]
13	[illegible]	13	[illegible]	13	[illegible]	13	[illegible]	13	[illegible]	13	[illegible]	13	[illegible]
14	1,05040	14	[illegible]	14	[illegible]	14	[illegible]	14	[illegible]	14	[illegible]	14	[illegible]
15	1,05390	15	[illegible]	15	[illegible]	15	[illegible]	15	[illegible]	15	[illegible]	15	[illegible]
16	1,05801	16	[illegible]	16	[illegible]	16	[illegible]	16	[illegible]	16	[illegible]	16	[illegible]
17	1,06160	17	[illegible]	17	[illegible]	17	[illegible]	17	[illegible]	17	[illegible]	17	[illegible]
18	[illegible]	18	[illegible]	18	[illegible]	18	[illegible]	18	[illegible]	18	[illegible]	18	[illegible]
19	1,06960	19	[illegible]	19	[illegible]	19	[illegible]	19	[illegible]	19	[illegible]	19	[illegible]
20	1,07332	20	[illegible]	20	[illegible]	20	[illegible]	20	[illegible]	20	[illegible]	20	[illegible]
21	1,07746	21	[illegible]	21	[illegible]	21	[illegible]	21	[illegible]	21	[illegible]	21	[illegible]
22	1,08143	22	[illegible]	22	[illegible]	22	[illegible]	22	[illegible]	22	[illegible]	22	[illegible]
23	1,08463	23	[illegible]	23	[illegible]	23	[illegible]	23	[illegible]	23	[illegible]	23	[illegible]
24	1,08855	24	[illegible]	24	[illegible]	24	[illegible]	24	[illegible]	24	[illegible]	24	[illegible]
25	1,09500	25	[illegible]	25	[illegible]	25	[illegible]	25	[illegible]	25	[illegible]	25	[illegible]
26	1,09758	26	[illegible]	26	[illegible]	26	[illegible]	26	[illegible]	26	[illegible]	26	[illegible]
27	1,10118	27	[illegible]	27	[illegible]	27	[illegible]	27	[illegible]	27	[illegible]	27	[illegible]
28	1,10582	28	[illegible]	28	[illegible]	28	[illegible]	28	[illegible]	28	[illegible]	28	[illegible]
29	1,10938	29	[illegible]	29	[illegible]	29	[illegible]	29	[illegible]	29	[illegible]	29	[illegible]
30	1,11467	30	[illegible]	30	[illegible]	30	[illegible]	30	[illegible]	30	[illegible]	30	[illegible]
31	1,11818	31	[illegible]	31	[illegible]	31	[illegible]	31	[illegible]	31	[illegible]	31	[illegible]
32	1,12013	32	[illegible]	32	[illegible]	32	[illegible]	32	[illegible]	32	[illegible]	32	[illegible]
33	1,12400	33	[illegible]	33	[illegible]	33	[illegible]	33	[illegible]	33	[illegible]	33	[illegible]
34	1,13150	34	[illegible]	34	[illegible]	34	[illegible]	34	[illegible]	34	[illegible]	34	[illegible]
35	1,13554	35	[illegible]	35	[illegible]	35	[illegible]	35	[illegible]	35	[illegible]	35	[illegible]
36	1,13900	36	[illegible]	36	[illegible]	36	[illegible]	36	[illegible]	36	[illegible]	36	[illegible]
37	1,14410	37	[illegible]	37	[illegible]	37	[illegible]	37	[illegible]	37	[illegible]	37	[illegible]
38	1,14871	38	[illegible]	38	[illegible]	38	[illegible]	38	[illegible]	38	[illegible]	38	[illegible]
39	[illegible]	39	[illegible]	39	[illegible]	39	[illegible]	39	[illegible]	39	[illegible]	39	[illegible]
40	1,15704	40	[illegible]	40	[illegible]	40	[illegible]	40	[illegible]	40	[illegible]	40	[illegible]
41	1,16015	41	[illegible]	41	[illegible]	41	[illegible]	41	[illegible]	41	[illegible]	41	[illegible]
42	1,16469	42	[illegible]	42	[illegible]	42	[illegible]	42	[illegible]	42	[illegible]	42	[illegible]
43	1,17180	43	[illegible]	43	[illegible]	43	[illegible]	43	[illegible]	43	[illegible]	43	[illegible]
44	1,17389	44	[illegible]	44	[illegible]	44	[illegible]	44	[illegible]	44	[illegible]	44	[illegible]
45	1,18000	45	[illegible]	45	[illegible]	45	[illegible]	45	[illegible]	45	[illegible]	45	[illegible]
46	[illegible]	46	[illegible]	46	[illegible]	46	[illegible]	46	[illegible]	46	[illegible]	46	[illegible]
47	1,18898	47	[illegible]	47	[illegible]	47	[illegible]	47	[illegible]	47	[illegible]	47	[illegible]
48	[illegible]	48	[illegible]	48	[illegible]	48	[illegible]	48	[illegible]	48	[illegible]	48	[illegible]
49	[illegible]	49	[illegible]	49	[illegible]	49	[illegible]	49	[illegible]	49	[illegible]	49	[illegible]
50	1,20413	50	[illegible]	50	[illegible]	50	[illegible]	50	[illegible]	50	[illegible]	50	[illegible]

Suite de la table des volumes dilatés de différents fluides élastiques, lorsque leur température varie, etc.

Températures.	GAS hydrogène. Volum. dilat.	Températures.	GAS nitreux. Volum. dilat.	Températures.	GAS acide carbonique. Volum. dilat.	Températures.	AIR commun. Volum. dilat.	Températures.	GAS oxygène. Volum. dilat.	Températures.	GAS ammoniac. Volum. dilat.	Températures.	GAS azot. Volum. dilat.
51	[illegible]	51	[illegible]	51	[illegible]	51	[illegible]	51	[illegible]	51	[illegible]	51	[illegible]
52	[illegible]	52	[illegible]	52	[illegible]	52	[illegible]	52	[illegible]	52	[illegible]	52	[illegible]
53	[illegible]	53	[illegible]	53	[illegible]	53	[illegible]	53	[illegible]	53	[illegible]	53	[illegible]
54	[illegible]	54	[illegible]	54	[illegible]	54	[illegible]	54	[illegible]	54	[illegible]	54	[illegible]
55	[illegible]	55	[illegible]	55	[illegible]	55	[illegible]	55	[illegible]	55	[illegible]	55	[illegible]
56	[illegible]	56	[illegible]	56	[illegible]	56	[illegible]	56	[illegible]	56	[illegible]	56	[illegible]
57	[illegible]	57	[illegible]	57	[illegible]	57	[illegible]	57	[illegible]	57	[illegible]	57	[illegible]
58	[illegible]	58	[illegible]	58	[illegible]	58	[illegible]	58	[illegible]	58	[illegible]	58	[illegible]
59	[illegible]	59	[illegible]	59	[illegible]	59	[illegible]	59	[illegible]	59	[illegible]	59	[illegible]
60	[illegible]	60	[illegible]	60	[illegible]	60	[illegible]	60	[illegible]	60	[illegible]	60	[illegible]
61	[illegible]	61	[illegible]	61	[illegible]	61	[illegible]	61	[illegible]	61	[illegible]	61	[illegible]
62	[illegible]	62	[illegible]	62	[illegible]	62	[illegible]	62	[illegible]	62	[illegible]	62	[illegible]
63	[illegible]	63	[illegible]	63	[illegible]	63	[illegible]	63	[illegible]	63	[illegible]	63	[illegible]
64	[illegible]	64	[illegible]	64	[illegible]	64	[illegible]	64	[illegible]	64	[illegible]	64	[illegible]
65	[illegible]	65	[illegible]	65	[illegible]	65	[illegible]	65	[illegible]	65	[illegible]	65	[illegible]
66	[illegible]	66	[illegible]	66	[illegible]	66	[illegible]	66	[illegible]	66	[illegible]	66	[illegible]
67	[illegible]	67	[illegible]	67	[illegible]	67	[illegible]	67	[illegible]	67	[illegible]	67	[illegible]
68	[illegible]	68	[illegible]	68	[illegible]	68	[illegible]	68	[illegible]	68	[illegible]	68	[illegible]
69	[illegible]	69	[illegible]	69	[illegible]	69	[illegible]	69	[illegible]	69	[illegible]	69	[illegible]
70	[illegible]	70	[illegible]	70	[illegible]	70	[illegible]	70	[illegible]	70	[illegible]	70	[illegible]
71	[illegible]	71	[illegible]	71	[illegible]	71	[illegible]	71	[illegible]	71	[illegible]	71	[illegible]
72	[illegible]	72	[illegible]	72	[illegible]	72	[illegible]	72	[illegible]	72	[illegible]	72	[illegible]
73	[illegible]	73	[illegible]	73	[illegible]	73	[illegible]	73	[illegible]	73	[illegible]	73	[illegible]
74	[illegible]	74	[illegible]	74	[illegible]	74	[illegible]	74	[illegible]	74	[illegible]	74	[illegible]
75	[illegible]	75	[illegible]	75	[illegible]	75	[illegible]	75	[illegible]	75	[illegible]	75	[illegible]
76	[illegible]	76	[illegible]	76	[illegible]	76	[illegible]	76	[illegible]	76	[illegible]	76	[illegible]
77	[illegible]	77	[illegible]	77	[illegible]	77	[illegible]	77	[illegible]	77	[illegible]	77	[illegible]
78	[illegible]	78	[illegible]	78	[illegible]	78	[illegible]	78	[illegible]	78	[illegible]	78	[illegible]
79	[illegible]	79	[illegible]	79	[illegible]	79	[illegible]	79	[illegible]	79	[illegible]	79	[illegible]
80	[illegible]	80	[illegible]	80	[illegible]	80	[illegible]	80	[illegible]	80	[illegible]	80	[illegible]
81	[illegible]	81	[illegible]	81	[illegible]	81	[illegible]	81	[illegible]	81	[illegible]	81	[illegible]
82	[illegible]	82	[illegible]	82	[illegible]	82	[illegible]	82	[illegible]	82	[illegible]	82	[illegible]
83	[illegible]	83	[illegible]	83	[illegible]	83	[illegible]	83	[illegible]	83	[illegible]	83	[illegible]
84	[illegible]	84	[illegible]	84	[illegible]	84	[illegible]	84	[illegible]	84	[illegible]	84	[illegible]
85	[illegible]	85	[illegible]	85	[illegible]	85	[illegible]	85	[illegible]	85	[illegible]	85	[illegible]
86	[illegible]	86	[illegible]	86	[illegible]	86	[illegible]	86	[illegible]	86	[illegible]	86	[illegible]
87	[illegible]	87	[illegible]	87	[illegible]	87	[illegible]	87	[illegible]	87	[illegible]	87	[illegible]
88	[illegible]	88	[illegible]	88	[illegible]	88	[illegible]	88	[illegible]	88	[illegible]	88	[illegible]
89	[illegible]	89	[illegible]	89	[illegible]	89	[illegible]	89	[illegible]	89	[illegible]	89	[illegible]
90	[illegible]	90	[illegible]	90	[illegible]	90	[illegible]	90	[illegible]	90	[illegible]	90	[illegible]
91	[illegible]	91	[illegible]	91	[illegible]	91	[illegible]	91	[illegible]	91	[illegible]	91	[illegible]
92	[illegible]	92	[illegible]	92	[illegible]	92	[illegible]	92	[illegible]	92	[illegible]	92	[illegible]
93	[illegible]	93	[illegible]	93	[illegible]	93	[illegible]	93	[illegible]	93	[illegible]	93	[illegible]
94	[illegible]	94	[illegible]	94	[illegible]	94	[illegible]	94	[illegible]	94	[illegible]	94	[illegible]
95	[illegible]	95	[illegible]	95	[illegible]	95	[illegible]	95	[illegible]	95	[illegible]	95	[illegible]
96	[illegible]	96	[illegible]	96	[illegible]	96	[illegible]	96	[illegible]	96	[illegible]	96	[illegible]
97	[illegible]	97	[illegible]	97	[illegible]	97	[illegible]	97	[illegible]	97	[illegible]	97	[illegible]
98	[illegible]	98	[illegible]	98	[illegible]	98	[illegible]	98	[illegible]	98	[illegible]	98	[illegible]
99	[illegible]	99	[illegible]	99	[illegible]	99	[illegible]	99	[illegible]	99	[illegible]	99	[illegible]
100	[illegible]	100	[illegible]	100	[illegible]	100	[illegible]	100	[illegible]	100	[illegible]	100	[illegible]

La table précédente, et la figure jointe à cet essai qui représente les courbes des dilatations, offrent les fluides rangés suivant l'ordre de leurs volumes à la température de l'eau

bouillante. Il est bon d'observer qu'ils se seroient trouvés dans un ordre tout différent, si je les avois classés d'après leurs dilatations dans les premiers degrés de l'échelle : en effet, le gaz hydrogène, dont la dilatation est la plus petite à 100°, est, jusqu'à une température assez élevée, un de ceux qui se dilatent le plus. Les courbes rendent très sensible cette marche des dilatations; celle du gaz hydrogène, qui diffère peu d'une ligne droite, coupe son axe sous un plus grand angle que les autres, qui, s'élevant davantage au-dessus de l'axe lorsque l'abscisse est grande, s'en écartent moins vers l'origine où leur courbure est considérable.

La formule et les courbes donnent une expansion indéfinie à mesure que le fluide s'échauffe. Il n'en est pas de même de la diminution de volume causée par le refroidissement; il est évident qu'elle doit avoir des bornes, et ces bornes se peuvent fixer par le calcul lorsqu'on connoît la loi des dilatations: ainsi l'équation qui donne les augmentations z de volume depuis la glace jusqu'aux températures x, étant $z=\mu\,(\varsigma^x-1)$, on voit que, quel que soit le refroidissement, la diminution de volume ne pourra excéder μ, qui est la distance de l'axe à une asymptote placée du côté des z négatives, et qui détermine la limite inférieure de la courbe. On voit par les valeurs de μ, données précédemment, que le gaz azoth, dont la dilatation est la plus forte à la température de l'eau bouillante, est celui de tous qui peut le moins se contracter par le refroidissement; le cas contraire a lieu pour l'hydrogène.

Je dois néanmoins observer que les lois des diminutions de volume données par les formules ne peuvent point s'appliquer aux changemens d'états des fluides aériformes, c'est à-dire au cas où ils seroient assez refroidis pour devenir liquides; il doit y avoir à cette époque une diminution subite et très considérable qu'on peut regarder comme une espèce de solution de continuité.

Voici une table qui donne depuis o° jusqu'à —30°, et, de degré en degré, la diminution de volume occasionnée par le refroidissement.

TABLE des diminutions de volume correspondantes à des températures au-dessous de la glace, mesurées sur le thermometre centigrade.

Températ. négatives.	GAS hydrogène.	GAS nitreux.	GAS ACIDE carbonique.	AIR commun.	GAS oxygène.	GAS ammoniac.	GAS azoth.
x = —	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0. . .	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
1. . .	0,00542	0,00192	0,00135	0,00201	0,00080	0,00655	0,00053
2. . .	[illegible]	0,00387	[illegible]	0,00392	0,00160	0,01387	[illegible]
3. . .	0,01080	0,00575	0,00919	0,00585	0,00251	0,01893	0,00147
4. . .	0,01355	0,00757	0,01251	[illegible]	0,00323	0,02370	0,00193
5. . .	0,01688	0,00957	0,01545	[illegible]	0,00409	0,03081	0,00234
6. . .	0,02029	0,01115	0,01854	0,01115	0,00481	0,03518	0,00272
7. . .	0,02358	[illegible]	[illegible]	0,01278	[illegible]	[illegible]	0,00308
8. . .	0,02676	0,01435	0,02421	0,01438	[illegible]	[illegible]	0,00341
9. . .	0,02995	[illegible]	[illegible]	0,01575	[illegible]	0,05160	0,00373
10. . .	0,03313	[illegible]	0,03025	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
11. . .	0,03631	[illegible]	0,03182	0,01888	0,00193	0,06105	[illegible]
12. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,06535	[illegible]
13. . .	[illegible]	0,02235	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,06950	[illegible]
14. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
15. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
16. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
17. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
18. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
19. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
20. . .	[illegible]	0,03417	[illegible]	0,03011	0,01011	[illegible]	0,00611
21. . .	[illegible]	0,03543	[illegible]	0,03105	[illegible]	[illegible]	[illegible]
22. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,00658
23. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
24. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
25. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
26. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
27. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
28. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,12000	[illegible]
29. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
30. . .	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0,00718

Force expansive de la vapeur de l'eau.

J'ai trouvé que la force expansive de la vapeur de l'eau pouvoit s'exprimer par une équation de la forme

$$z = \mu_1 \varrho_1^x + \mu_2 \varrho_2^x + \mu_3 \varrho_3^x;$$

z étant la hauteur d'une colonne de mercure qui a pour base la surface pressée, et dont le poids ou la masse représente la pression qu'éprouve cette surface; x le nombre des degrés du thermometre qui exprime la température de la vapeur; μ_1, μ_2, μ_3, ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3, des constantes déduites de l'expérience, qui servent à rendre la forme générale applicable à chaque fluide en particulier.

Cela posé, il y a deux réductions à faire aux valeurs numériques que j'ai employées, dans la troisieme partie de cet

essai, pour calculer x; l'une consiste à ramener au thermometre centigrade les degrés du thermometre de Réaumur que x représentoit; l'autre à convertir en metres les pouces qui mesuroient les hauteurs des colonnes de mercure.

La premiere réduction est la même que celle que j'ai déja faite pour les sept fluides élastiques: elle consiste à substituer aux logarithmes de $\varepsilon_{\prime}$, $\varepsilon_{\prime\prime}$, $\varepsilon_{\prime\prime\prime}$, précédemment employés, les huit dixiemes de ces logarithmes.

La seconde réduction porte sur les coëfficients $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, $\mu_{\prime\prime\prime}$, qu'il faut multiplier par le rapport du pouce au metre. On sait que le metre, qui est la dix-millionieme partie d'un quart du méridien, a été évalué, en supposant le degré moyen ou le $\frac{1}{90}$ du quart du méridien, de $90 \times 57027^{\text{toises}} = 5132430^{\text{toises}}$; ce qui donne pour la longueur du metre exprimé en parties de la toise $90 \times 0^{\text{toise}},0057027 = 0^{\text{toise}},513243 = 0^{\text{toise}}, 3^{\text{pieds}}, 0^{\text{pouce}}, 11^{\text{lignes}},441952$. C'est d'après cette détermination que j'ai calculé la table suivante: mais il est suffisant pour les usages ordinaires d'évaluer le metre à $3^{\text{pieds}}, 11^{\text{lignes}},44$.

	Mesures	Log. des rapports.	RAPPORTS.	
Rapports du metre aux mesures ci à côté, le logarithme de chacun de ces rapports doit être ajouté à celui d'un nombre donné de metres, lorsqu'on veut avoir respectivement le logarithme du nombre correspondant de toises, pieds, pouces ou lignes.	toise	$\bar{1}$,71032 80538	0,513243	Les rapports ci à côté sont exacts dans l'hypothese adoptée pour la longueur du méridien
	pied	0,48847 42862	3,079458	
	pouce	1,56765 55312	36,953496	
	ligne	2,64683 67775	443,441952	
Rapports des mesures ci à côté au metre; le logarithme de chacun de ces rapports doit être ajouté à celui d'un nombre donné de toises, pieds, pouces ou lignes, lorsqu'on veut avoir respectivement le logarithme du nombre correspondant de metres	toise	0,28967 69622	1,94839 48149	Les rapports ci à côté ne sont exacts que par approximation.
	pied	$\bar{1}$,51152 57138	0,32473 24692	
	pouce	$\bar{2}$,43234 44688	0,02706 10391	
	ligne	$\bar{3}$,35316 32227	0,00225 50866	

Les valeurs contenues dans cette table ne sont pas toutes nécessaires à l'objet que j'ai en vue; mais je les place ici parceque les rapports qu'elles expriment seront souvent nécessaires, et qu'il est bon d'en faire note.

Si l'on applique les déterminations précédentes aux con-

stantes de l'equation qui donne la force expansive de la vapeur de l'eau, on aura

$$\log \varrho_{I} = \frac{8 \times 1,6229702}{10 \times 22} = 0,0553807 \quad \varrho_{I} = 1,136006$$

$$\log \varrho_{II} = \frac{8 \times 0,4458531}{10 \times 22} = 0,0162128 \quad \varrho_{II} = 1,038037$$

$$\log \varrho_{III} = \frac{8 \times 0,2656189}{10 \times 22} = 0,0096589 \quad \varrho_{III} = 1,022490$$

$$\log \mu_{I} = \overline{7},8601007 + \overline{2},4323445 = \overline{8},2924452 \quad \mu_{I} = -0,0000000196$$

$$\log \mu_{II} = \overline{1},9369251 + \overline{0},4323445 = \overline{2},3692696 \quad \mu_{II} = +\ 0,023403$$

$$\log \mu_{III} = \overline{1},9369248 + \overline{2},4323445 = \overline{2},3692693 \quad \mu_{III} = -\ 0,023403,$$

et substituant ces nombres dans l'équation

$$z = \mu_{I}\,\varrho_{I}^{x} + \mu_{II}\,\varrho_{II}^{x} + \mu_{III}\,\varrho_{III}^{x},$$

on pourra construire la table suivante, qui donne les forces expansives depuis la température de la glace jusqu'à 140° du thermometre centigrade; les hauteurs des colonnes de mercure qui mesurent les pressions étant exprimées en metres.

La planche 54 offre un tracé de la courbe donnée par les nombres de cette table, où l'on voit les résultats comparatifs des anciennes et des nouvelles mesures; c'est en cela principalement qu'il faut la distinguer de la planche 19.

TABLE

TABLE de la force expansive de la vapeur de l'eau à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermomètre centigrade, les pressions étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en mètres.

Températures.	Forces expansives.	Différences 1res.	Différences 2es.	Températures.	Forces expansives.	Différences 1res.	Différences 2es.	Températures.	Forces expansives.	Différences 1res.	Différences 2es.
0	0,00000	[illegible]	[illegible]	47	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	48	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	49	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	51	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	52	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	53	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	54	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	55	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	56	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	58	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
12	[illegible]	[illegible]	[illegible]	59	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
13	[illegible]	[illegible]	[illegible]	60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
14	[illegible]	[illegible]	[illegible]	61	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	62	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
16	[illegible]	[illegible]	[illegible]	63	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
17	[illegible]	[illegible]	[illegible]	64	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
18	[illegible]	[illegible]	[illegible]	65	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	66	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	67	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
21	[illegible]	[illegible]	[illegible]	68	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
22	[illegible]	[illegible]	[illegible]	69	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
24	[illegible]	[illegible]	[illegible]	71	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
25	[illegible]	[illegible]	[illegible]	72	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
26	[illegible]	[illegible]	[illegible]	73	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
27	[illegible]	[illegible]	[illegible]	74	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
28	[illegible]	[illegible]	[illegible]	75	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
29	[illegible]	[illegible]	[illegible]	76	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	77	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
31	[illegible]	[illegible]	[illegible]	78	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
32	[illegible]	[illegible]	[illegible]	79	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
33	[illegible]	[illegible]	[illegible]	80	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
34	[illegible]	[illegible]	[illegible]	81	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
35	[illegible]	[illegible]	[illegible]	82	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	83	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
37	[illegible]	[illegible]	[illegible]	84	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
38	[illegible]	[illegible]	[illegible]	85	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
39	[illegible]	[illegible]	[illegible]	86	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
40	[illegible]	[illegible]	[illegible]	87	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
41	[illegible]	[illegible]	[illegible]	88	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
42	[illegible]	[illegible]	[illegible]	89	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
43	[illegible]	[illegible]	[illegible]	90	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
44	[illegible]	[illegible]	[illegible]	91	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
45	[illegible]	[illegible]	[illegible]	92	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
46	[illegible]	[illegible]	[illegible]	93	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Force expansive de la vapeur de l'alkool.

La relation entre la température et la force expansive de la

vapeur de l'alkool s'exprime par une équation de la forme

$$z = \mu_{\prime}\,\xi_{\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime}\,\xi_{\prime\prime}^{x} + \mu_{\prime\prime\prime}\,\xi_{\prime\prime\prime}^{x} + \mu_{\mathrm{iv}},$$

z et x désignant les mêmes choses que dans l'équation qui se rapporte à la vapeur de l'eau; $\mu_{\prime}$, $\mu_{\prime\prime}$, $\mu_{\prime\prime\prime}$, $\xi_{\prime}$, $\xi_{\prime\prime}$, $\xi_{\prime\prime\prime}$, étant des constantes qui se déterminent par l'expérience.

Pour transformer en divisions thermométriques centigrades et en metres les valeurs de x et de z, que j'ai calculées, dans la troisieme partie de cet essai, en divisions de Réaumur et en pouces, on aura

$$\log.\ \xi_{\prime} = \frac{8 \times 0{,}7046656}{10 \times 15} = 0{,}0375822 \cdots \xi_{\prime} = 1{,}090391$$

$$\log.\ \xi_{\prime\prime} = \frac{8 \times 0{,}3619618}{10 \times 15} = 0{,}0193046 \cdots \xi_{\prime\prime} = 1{,}045453$$

$$\log.\ \xi_{\prime\prime\prime} = \frac{8 \times \bar{2}{,}5416647}{10 \times 15} = \bar{1}{,}9222221 \cdots \xi_{\prime\prime\prime} = 0{,}836030$$

$$\log.\ \mu_{\prime} = \bar{3}{,}3282330 + \bar{2}{,}4323445 = \bar{5}{,}7605775 \ldots \mu_{\prime} = -0{,}000058$$

$$\log.\ \mu_{\prime\prime} = \bar{1}{,}9598132 + \bar{2}{,}4323445 = \bar{2}{,}3921577 \ldots \mu_{\prime\prime} = +0{,}024669$$

$$\log.\ \mu_{\prime\prime\prime} = \bar{1}{,}3217595 + \bar{2}{,}4323445 = \bar{3}{,}7541040 \ldots \mu_{\prime\prime\prime} = +0{,}005677$$

$$\mu_{\mathrm{iv}} = -(\mu_{\prime} + \mu_{\prime\prime} + \mu_{\prime\prime\prime})$$

$$= -0{,}030288$$

Substituant ces valeurs dans l'équation précedente, et faisant successivement $x = 0^{\circ}$, $x = 1^{\circ}$, $x = 2^{\circ} \cdots\cdots x = 115^{\circ}$, on aura pour z les valeurs consignées dans la table qui suit.

TABLE de la force expansive de la vapeur de l'alkool à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermometre centigrade, les pressions étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en metres.

Températures.	Forces expansives.	Différences 1res.	Différences 2es.	Températures.	Forces expansives.	Différences 1res.	Différences 2es.	Températures.	Forces expansives.	Différences 1res.	Différences 2es.
0	0,00000	0,00019	0,00019	40	0,11389	0,00618	0,00029	79	0,95260	0,05148	0,00119
1	0,00019	0,00038	0,00019	41	0,12058	0,00647	0,00029	80	0,99346	0,05273	0,00125
2	0,00055	0,00058	[illegible]	42	0,12710	0,00670	[illegible]	81	[illegible]	[illegible]	0,00125
3	0,00115	0,00079	[illegible]	43	0,13425	0,00705	[illegible]	82	[illegible]	[illegible]	0,00133
4	0,00187	0,00086	[illegible]	44	0,14160	0,00737	[illegible]	83	[illegible]	0,05663	0,00133
5	0,00273	0,00104	0,00013	45	[illegible]	[illegible]	[illegible]	84	[illegible]	0,05803	0,00140
6	0,00376	[illegible]	0,00012	46	[illegible]	[illegible]	[illegible]	85	[illegible]	0,05940	0,00140
7	0,00469	[illegible]	0,00010	47	[illegible]	[illegible]	[illegible]	86	[illegible]	0,06090	0,00147
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	48	[illegible]	[illegible]	[illegible]	87	[illegible]	[illegible]	0,00149
9	0,00751	[illegible]	[illegible]	49	[illegible]	[illegible]	[illegible]	88	[illegible]	[illegible]	0,00150
10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	50	[illegible]	[illegible]	[illegible]	89	[illegible]	[illegible]	0,00158
11	[illegible]	[illegible]	[illegible]	51	[illegible]	[illegible]	[illegible]	90	[illegible]	[illegible]	0,00157
12	[illegible]	0,00177	[illegible]	52	[illegible]	[illegible]	[illegible]	91	[illegible]	[illegible]	0,00165
13	0,01503	[illegible]	[illegible]	53	[illegible]	[illegible]	[illegible]	92	[illegible]	[illegible]	0,00169
14	[illegible]	[illegible]	[illegible]	54	0,23552	[illegible]	[illegible]	93	[illegible]	[illegible]	[illegible]
15	[illegible]	[illegible]	[illegible]	55	[illegible]	[illegible]	[illegible]	94	[illegible]	0,05771	0,00171
16	[illegible]	[illegible]	[illegible]	56	[illegible]	[illegible]	[illegible]	95	[illegible]	[illegible]	0,00171
17	[illegible]	[illegible]	[illegible]	57	[illegible]	[illegible]	[illegible]	96	[illegible]	[illegible]	[illegible]
18	[illegible]	[illegible]	[illegible]	58	[illegible]	[illegible]	[illegible]	97	[illegible]	[illegible]	[illegible]
19	[illegible]	[illegible]	[illegible]	59	[illegible]	[illegible]	[illegible]	98	[illegible]	[illegible]	[illegible]
20	[illegible]	[illegible]	[illegible]	60	[illegible]	[illegible]	[illegible]	99	[illegible]	[illegible]	[illegible]
21	[illegible]	[illegible]	[illegible]	61	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100	[illegible]	[illegible]	[illegible]
22	[illegible]	[illegible]	[illegible]	62	[illegible]	[illegible]	[illegible]	101	[illegible]	[illegible]	[illegible]
23	[illegible]	[illegible]	[illegible]	63	[illegible]	[illegible]	[illegible]	102	[illegible]	[illegible]	[illegible]
24	[illegible]	[illegible]	[illegible]	64	[illegible]	[illegible]	[illegible]	103	[illegible]	[illegible]	[illegible]
25	[illegible]	[illegible]	[illegible]	65	[illegible]	[illegible]	[illegible]	104	[illegible]	[illegible]	[illegible]
26	[illegible]	[illegible]	[illegible]	66	[illegible]	[illegible]	[illegible]	105	[illegible]	[illegible]	[illegible]
27	[illegible]	[illegible]	[illegible]	67	[illegible]	[illegible]	[illegible]	106	[illegible]	[illegible]	[illegible]
28	[illegible]	[illegible]	[illegible]	68	[illegible]	[illegible]	[illegible]	107	[illegible]	[illegible]	[illegible]
29	[illegible]	[illegible]	[illegible]	69	[illegible]	[illegible]	[illegible]	108	[illegible]	[illegible]	[illegible]
30	[illegible]	[illegible]	[illegible]	70	[illegible]	[illegible]	[illegible]	109	[illegible]	[illegible]	[illegible]
31	[illegible]	[illegible]	[illegible]	71	[illegible]	[illegible]	[illegible]	110	[illegible]	[illegible]	[illegible]
32	[illegible]	[illegible]	[illegible]	72	[illegible]	[illegible]	[illegible]	111	[illegible]	[illegible]	[illegible]
33	[illegible]	[illegible]	[illegible]	73	[illegible]	[illegible]	[illegible]	112	[illegible]	[illegible]	[illegible]
34	[illegible]	[illegible]	[illegible]	74	[illegible]	[illegible]	[illegible]	113	[illegible]	[illegible]	[illegible]
35	[illegible]	[illegible]	[illegible]	75	[illegible]	[illegible]	[illegible]	114	[illegible]	[illegible]	[illegible]
36	[illegible]	[illegible]	[illegible]	76	[illegible]	[illegible]	[illegible]	115	[illegible]	[illegible]	[illegible]
37	[illegible]	[illegible]	[illegible]	77	[illegible]	[illegible]	[illegible]				
38	[illegible]	[illegible]	[illegible]	78	[illegible]	[illegible]	[illegible]				
39	[illegible]	[illegible]	[illegible]								

On peut remarquer que les différences secondes deviennent négatives à la fin des deux tables qui se rapportent à la vapeur de l'eau et à celle de l'alkool. Ce changement de signe annonce un point d'inflexion que la formule donne en effet, et qui est assez sensible vers l'extrémité des courbes : on a donc vers les hautes températures un léger affoiblissement dans les progrès de l'intensité de la force expansive. J'ai pu rendre raison d'un affoiblissement analogue et beaucoup plus

considérable dans la dilatation des fluides élastiques; mais je ne vois pour les vapeurs aucune anomalie dépendante des expériences à laquelle on puisse l'attribuer : je n'oserois cependant assurer que le changement de courbure dont il s'agit tienne à la nature du phénomène, car il introduit des termes dans les formules, qui, à un certain intervalle, très grand à la vérité hors de la limite des expériences, donneroient aux résultats une marche rétrograde, et qui de plus dérangent la situation de la courbe du côté des températures négatives. Les corrections à faire à ces termes sont aisées, et tiennent à des quantités très petites, et peut-être organiquement inappréciables : mais ces corrections seroient absolument inutiles dans l'état actuel des choses; car, d'une part, les formules qui représentent très bien les observations dans toute leur étendue sont beaucoup plus que suffisantes pour les applications qu'on aura à en faire; de l'autre, les petites altérations de valeurs qui opéreroient les corrections présentent une indétermination qu'aucune des données fournies par l'expérience ne peut lever. Je crois donc que, pour ne rien abandonner au hasard, il est convenable de laisser mon travail dans l'état où il est, jusqu'à ce que de nouvelles observations fournissent le moyen d'y faire avec connoissance de cause les changements dont il pourra être susceptible.

FIN DE LA SECONDE PARTIE.

TABLE

DES MATIERES

CONTENUES

DANS LA SECONDE PARTIE.

CONTENANT LA DESCRIPTION DÉTAILLÉE DES MACHINES À FEU.

Préambule (1).

(1351). De la méthode employée dans cet ouvrage.
(1352). Ordre à suivre dans l'exposition des inventions.
(1354) Motifs de quelques changemens faits à l'ordre que l'auteur s'étoit d'abord proposé de suivre.
(1357) Divisions principales des objets de description relatifs aux pompes à feu.

Description des appareils employés pour la détermination de la force expansive de la vapeur de l'eau.

(1358) Des expériences faites sur la force expansive de la vapeur de l'eau avant 1788.
(1360) Description de l'appareil de M. Bettancourt.

Détails sur la maniere dont on a fait les expériences

(1366). Comment on fait le vuide dans la chaudiere.
Ibidem. Temperature initiale de l'eau.
Ibidem. Observations correspondantes du barometre et du thermometre.
(1367). De la force expansive à une température au dessous de la glace.
(1368). De la force expansive apparente, en remplissant la chaudiere de différentes quantités d'eau.
(1370) Conclusions à tirer des expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau.
(1371) Accords entre les résultats calculés et ceux déduits des expériences.
(1372). Courbes qui représentent ces résultats.

(1) Les chiffres de renvoi indiquent les articles et non les pages.

Application des observations précédentes aux arts et à la physique.

(1373). Effet de la vapeur de l'eau de condensation dans les machines à feu
(1374) De la manière de mesurer la hauteur des montagnes par la température de l'eau bouillante
(1376). Expériences sur cet objet.
(1378). Utilité des expériences sur la force expansive de la vapeur de l'eau pour la graduation du thermomètre

Description d'une première machine à feu à double effet.

(1380). Objets exécutés auxquels se rapportent la machine qu'on va décrire.
(1381). Chambières, cheminées, fourneaux, chaudières, etc. considérés en masse; précautions prises pour échauffer l'eau avec économie
(1382). Courant d'air pour donner de l'activité à la combustion
(1383) Correspondances entre le mouvement du piston du cylindre à vapeur et ceux des soupapes qui établissent la communication entre la chaudière, le cylindre à vapeur et le condenseur
(1384) Moyen de classer commodément dans l'esprit les mouvements correspondants dont on vient de parler
(1385) Du tuyau d'injection employé à opérer la condensation; soupape extérieure pour modérer à volonté l'injection et par conséquence la vitesse de la machine; réflexions sur les limites de l'effet qu'on peut produire à cet égard
(1386) De la pompe employée à enlever l'eau de condensation et l'air qui se dégage pendant qu'elle s'opère; tuyau *nourricier* qui conduit cette eau dans la chaudière
(1387). Observation sur un effet résultant de l'aspiration de l'eau et de l'air donnés par la condensation
(1388) Principe sur lequel la construction du régulateur est fondée
(1389). Application de ce principe aux machines
(1390) Description et jeu du régulateur.
(1391) Effort à vaincre pour lever les soupapes, indépendamment de leur poids, de la vitesse progressive de la vapeur
(1393) Des qualités que doit avoir un bon régulateur; application des principes posés à ce sujet au régulateur précédemment décrit.
(1394) Mécanisme au moyen duquel la machine conserve spontanément un mouvement uniforme et constant sans le secours d'aucun agent extérieur
(1395). Pompe qui sert à alimenter la grande bâche.
(1396) Moyens employés pour faire passer la machine du repos au mouvement.
(1397) De la boîte à vapeur, ou *steam box*, destinée à contenir la vapeur dans le cylindre
(1398) Tuyau d'épreuve pour connoître le niveau de l'eau dans la chaudière.
(1399). Thermomètre et baromètre qu'on peut adapter à la chaudière
(1400) Soupape de sûreté placée au-dessus de la chaudière.
(1401). De la verge qui transmet au balancier l'action du piston du cylindre à vapeur, comparaison de son effet avec celui qui a lieu dans les machines de Chaillot; conséquences qui en résultent.
(1402) Parallélogramme destiné à maintenir la verge précédente dans une direction verticale.
(1403). Suspension de la poutrelle du régulateur

(1404). Axe du balancier.
(1405). Du *volant* et de la *mouche*.
Idem Filet d'eau qui coule sur les tourillons de l'axe du volant.

Description d'une seconde machine à feu à double effet.

(1406) Motifs de la description de cette seconde machine.
(1407) Chaudiere, fourneau, cheminée, courant d'air pour la combustion.
(1408) Forme de la chaudiere, comparée avec celle de la premiere machine.
(1409) De la marche de la vapeur dans la machine et du jeu alternatif des soupapes qui établissent ou interceptent la communication dans les différentes parties.
Idem. Méthode pour classer dans la mémoire le jeu des soupapes.
(1410). Avantage de la seconde machine sur la premiere, dans la disposition des soupapes.
(1411). Tuyau et soupape d'injection pour condenser la vapeur.
(1412) Mécanisme pour enlever l'eau provenant de la condensation.
(1413). Mécanisme et jeu du régulateur.
(1414). Contre-poids substitués dans ce régulateur, aux lentilles qui en font l'effet dans la premiere machine.
(1415) Mécanisme, usage et calcul du modérateur destiné à régler la vitesse de la machine.
(1416) Comparaison de ce modérateur avec celui de la premiere machine.
(1417) Du moyen employé pour assurer la *verticalité* du mouvement du piston du cylindre à vapeur.
(1418). Comparaison de ce moyen avec le moyen analogue employé dans la premiere machine.
(1419) Pieces que le balancier et le contre balancier ont à mouvoir.
(1420). Comment on pourroit adapter un volant à la seconde machine de la pompe qui en produit l'effet utile.
(1421) Considérations et explications sur la maniere dont cet effet est produit, solutions de quelques difficultés.
(1422). Détails sur les pieces qui composent le cylindre à vapeur.
(1423) De la maniere de faire passer la machine du repos au mouvement.
(1424). Soupape de sûreté.
(1425). Tuyau d'épreuve pour connoître la hauteur de l'eau dans la chaudiere.
(1426). Procédé pour parvenir au même but dans les machines anciennes.
(1427). Réservoir provisionnel pour remplir la chaudiere.

Détails sur les machines à feu qui ne sont point à double effet, et rapports de ces machines avec celles décrites dans les chapitres précédents.

(1428). Réflexions sur le sens qu'on doit attacher au mot perfection dans les arts, exemple tiré de la machine à feu, analogie entre son mécanisme et l'économie animale, utilité de l'histoire des découvertes.
(1429) Communication de la chaudiere au cylindre à vapeur.
(1430). Pieces qui tiennent au régulateur, jeu de ce régulateur; comment il continue spontanément le mouvement de la machine une fois produit.
(1431) Comment l'eau de condensation sort du cylindre à vapeur, tuyau nourricier qui sert à réparer dans la chaudiere les pertes causées par l'évaporation.
(1432). Cuvette d'injection qui fournit l'eau de la condensation.

(1433) Moyen qu'on a employé pour que la cuvette d'injection reçoive toujours la même quantité d'eau.
(143) Pieces qui composent le piston du cylindre à vapeur.
(1435) Jet d'eau continuel sur le piston pour empêcher l'introduction de l'air et le dessèchement du cuir.
(1436) Evacuation de l'air des tuyaux mentionnés art. (1431), lorsqu'on commence à faire jouer la machine.
(1437) Eaux à différentes températures que reçoivent la citerne et le réservoir provisionnel.
(1438) Tuyaux d'épreuve
(1439) Ventouses
(1440) Soupape de sûreté
(1441) Godet faisant les fonctions de *renuflar*, par où l'air du cylindre à vapeur s'évacue quand on commence à faire jouer la machine.
(1442) Comment on commence à mettre la machine en mouvement.
(1443) Cheminées et parties accessoires
(1444) Description des pompes employées à produire l'effet utile de la machine.
(1445) De la machine de Chaillot, principales pieces de cette machine.
(1446) Comment se produit l'ascension du piston du cylindre à vapeur.
(1447) Comment se produit la descente du piston du cylindre à vapeur.
(1448) Jeu détaillé de chaque piece du régulateur.
Ibidem Ensemble du mouvement du régulateur et du piston du cylindre à vapeur.
(1449) Pompe à air
(1450) Renuflar
(1451) Pompe employée à produire l'effet utile de la machine
Ibidem Seconde machine semblable à celle qu'on vient de décrire, et construite dans le même emplacement.
(1453) Récipient d'air pour donner de la continuité à l'écoulement de l'eau dans le réservoir, observations sur ce moyen
(1454) Machine à feu du Gros Caillou, dispositions générales
Ibidem Comment le mouvement, une fois imprimé, se continue spontanément.
(1457) Récipient d'air
(1458) Machine à feu employée dans la manufacture de MM. Perier.

Avantages des machines à feu à double effet, sur les machines à feu ordinaires, comment on peut disposer les premieres pour qu'elles agissent à la maniere des secondes.

(1459) Avantages des machines à feu à double effet sur les machines ordinaires
Ibidem 1°. Diminution du volume de la chaudiere
Ibidem 2° L'effort de la vapeur dans la chaudiere est plus uniforme et moins considérable
Ibidem. 3° Economie du combustible
Ibidem 4° Diminution des dimensions du cylindre à vapeur et des parties accessoires, l'effet étant le même
Ibidem. 5°. Suppression des contre-poids.
Ibidem 6° Uniformité du mouvement
(1460) Comment la machine à feu à double effet peut être mue à la maniere de la machine simple
Ibidem Premier moyen.

Ibidem.

Ibidem. Second moyen.
Ibidem. Comment elle peut être mue à la maniere de la machine de Newcomen.
Ibidem. Premier moyen.
Ibidem. Second moyen.
Ibidem. Réflexions sur l'usage des moyens précédents.

Détails de la construction de plusieurs pieces principales d'une machine à feu à double effet.

(1461). Détail des pieces qui composent le piston du cylindre à vapeur.
(1462). Détail des *boites à vapeur* supérieures.
Ibidem. Détail des *boites à vapeur* inférieures.
Ibidem. Mécanisme qui fait mouvoir les soupapes des boites à vapeur.
Ibid. Mécanisme pour empêcher les axes de jouer dans le sens de leur longueur.
(1463). Moyens de visiter l'intérieur des boites à vapeur.
(1465). Tuyau qui conduit la vapeur dans le *steam-box*.
(1469). Détails du mécanisme qui sert à rendre vertical le mouvement du *piston*.
(1470). Suspension du balancier.
(1471). Autre espece de balancier.
(1472). Description de la mouche.
(1473). Mécanisme pour faire mouvoir le balancier sans engrenage.
(1474). Construction du volant.
(1475). Détails du régulateur.

Théorie du mouvement rectiligne du piston du cylindre à vapeur produit par une combinaison de mouvements circulaires, et calcul des proportions des machines à feu relativement à l'effet qu'elles doivent produire.

(1478). Table pour faciliter les applications des formules aux nombres.
(1483). Exemples de l'usage de la table.
(1484). Application à la machine de l'isle des Cygnes.
(1486). Formules pour l'inclinaison de la piece à laquelle la tige du piston est attachée.
(1487). Formules pour trouver la relation entre l'effort de la vapeur et la résistance à vaincre.
(1488). Application à un exemple.
(1489). Solution du problême géométrique relatif au parallélogramme.
(1491). Application à des proportions données.
(1492). Rapprochement de ce problême et du précédent.
(1495). Rapport de la résistance à la puissance lorsqu'on emploie le parallélogramme.
(1496). Calcul des proportions des pieces du régulateur.
(1498). Calcul du diametre intérieur du cylindre à vapeur. Réflexions générales.
Ibidem. Formules pour calculer les dimensions cherchées.
Ibidem. Observations sur l'application de cette formule.
(1499). Recherche du rapport entre l'effet de la machine et la quantité de combustible consommée.
(1500). Formules pour comparer l'effet mécanique d'un courant d'eau à celui d'une machine à feu.
(1501). Applications à la mouture.
Ibidem. Relation entre le poids du grain moulu et celui du combustible.
(1502). Des dimensions et de la vitesse de la machine nécessaires pour produire une mouture déterminée, et réciproquement.

Recherches expérimentales et analytiques sur les lois de la dilatabilité des fluides élastiques et sur celles de la force expansive, dans le vuide, de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alkool, à différentes températures.

(1505). Considérations générales sur l'*explication* et la *mesure* des effets en physique.
(1506). Méthode d'*interpolation* applicable à la mesure des effets.
(1507). Divisée en deux parties.
(1508). Forme de la fonction applicable aux phénomenes qui dépendent des fluides élastiques.

Méthode d'interpolation applicable aux phénomenes qui dépendent des fluides élastiques.

(1509). Maniere de ramener les résultats à être équidistants lorsqu'ils ne le sont pas.
(1510). Deux formules générales d'interpolation.
Ibidem. La premiere applicable à un nombre pair d'observations.
(1512). La deuxieme applicable à un nombre impair d'observations.

Applications de la méthode précédente d'interpolation à la recherche des lois de la dilatabilité de plusieurs fluides élastiques.

(1513). Description des expériences.
(1514). Résultats des expériences.
(1515). Lois de la dilatation de l'air atmosphérique.
Ibidem. Remarques sur la formule qui embrasse les cinq résultats.
Ibidem. Le cinquieme résultat affecté de l'effet de la décomposition de l'air.
Ibidem. Véritable formule donnée par la précédente, en en retranchant le terme qui mesure l'anomalie.
Ibidem. Formule pour la dilatation de degré en degré.
Ibidem. Formule pour la dilatabilité.
Ibidem. De la dilatabilité donnée par différents physiciens.
(1516). Dilatation du gas oxygene.
(1517). Dilatation du gas azote.
(1518). Dilatation du gas hydrogene.
(1519). Dilatation du gas nitreux.
(1520). Dilatation du gas acide carbonique.
(1521). Dilatation du gas ammoniacal.
(1522). Lois de la force expansive de la vapeur de l'eau.
(1523). Force expansive de la vapeur de l'alkool.

Formules et tables pour calculer à différentes températures, rapportées à l'échelle du thermometre centigrade, les dilatations correspondantes des sept fluides élastiques ci-dessus mentionnés, et la force expansive des vapeurs de l'eau et de l'alkool, les pressions qui mesurent les diverses intensités de cette force étant représentées par des colonnes de mercure dont les hauteurs sont exprimées en metres.

(1524). Dilatation des fluides élastiques.

Ibidem. Nombres à substituer dans les formules pour les rapporter au thermometre centigrade.

Ibidem. Tables des volumes dilatés rapportées au thermometre centigrade.

Ibidem. Table des diminutions de volume au dessous de la température de la glace.

Ibidem. Table de rapports et de logarithmes de rapports, pour comparer les mesures anciennes à celles du nouveau système métrique décimal, et réciproquement.

Ibidem. Tables des forces expansives des vapeurs de l'eau et de l'alkool rapportées au thermometre centigrade et au metre.

MATIERES

CONTENUES DANS LES NOTES.

N°. *Les chiffres de renvoi indiquent les articles auxquels les notes se rapportent.*

(1358). DESCRIPTION de l'appareil employé par Ziegler pour mesurer la force expansive de la vapeur.

(1371.) Recherches analytiques et formules relatives à l'interpolation.

(1374.) Formules pour calculer les parties proportionnelles de la table qui donne la relation entre la température et la force expansive de la vapeur.

(1377). Recherches sur la maniere de mesurer les hauteurs par les diverses températures de l'eau et de l'alkool en ébullition, table qui donne la relation entre ces températures, la hauteur du barometre, et l'élévation au dessus du niveau de la mer, des lieux où l'on observe.

(1444). Machine inventée par Papin pour employer la vapeur comme agent mécanique. Observations sur cette machine. Expériences d'Amontons sur le ressort de l'air échauffé, mécanisme inventé par ce savant pour faire tourner une roue au moyen de la dilatation et de la condensation successives de l'air.

(1483). Figure et construction graphique de la courbe totale, dont une partie, sensiblement rectiligne, est décrite par le sommet de la tige du piston du cylindre à vapeur, lorsque ce sommet est attaché au milieu d'une verge qui unit le balancier et le contre balancier.

(1492). Figure et construction de la courbe précédente, dans le cas où le sommet de la tige du piston est attaché à l'un des angles d'un parallélogramme, dont les trois autres angles décrivent des arcs de cercle. Description d'un instrument qui a pu suggérer l'idée de la production du mouvement rectiligne par une combinaison de mouvements circulaires.

(1524). Formules pour calculer les effets mécaniques que peuvent produire les fluides élastiques échauffés à diverses températures.

ERRATA

Pages.	Lignes.	Fautes	Corrections.
32,	première de la table,	66,4,	66,84
41,	huitième à partir du bas,	${}^1A^1A$,	AA
43,	22,	A à l'extrémité,	à l'extrémité.
Idem,	dernière,	$b^1a^1c^1d^1$,	$b^1 a c^1 d^1$
64,	26,	e et S^1,	e^1 et S
76,	31,	D E R,	D R
79,	14,	godet A,	godet a
81,	2ᵉ indication marginale,	que comporte,	qui composent.
85,	3 de la note,	cependant peut,	peut cependant
86,	19 de la note,	86,	8 6
Idem,	21 de la note,	l'eau y sera réduite,	l'air y sera réduit
94,	5 à partir du bas,	$f^1 g^3$,	$f^1 g^1$.
Idem,	avant-dernière,	$g f^1 g^1$,	$g f g^1$.
95,	5,	vv,	n n
97,	10,	soupape,	pompe
126,	12,	Il reste,	1479. Il reste
127,	15,	Il est bien,	1480. Il est bien
132,	9 de la note,	les possibles,	les positions possibles.
133,	9 de la note,	redescend,	remonte.
Idem,	15 de la note,	le A (8)' (8),	la ligne A (8)' (8).
Idem,	21 de la note,	l'axe VGE,	l'arc V g E
139,	12,	$D^1 B^{III} = 2 B$,	$D^1 B^{III} = 2 BD$
157,	24,	Voici la manière,	1511. Voici la manière.
163,	9,	Les expériences,	1513. Les expériences
164,	23,	La table,	1514. La table.
165,	4,	Les expériences,	1515. Les expériences.

ÉCLAIRCISSEMENTS

Sur le Tome premier de l'Architecture hydraulique de M. de Prony, par M. Garnier, ancien professeur de mathématiques à l'école militaire de Colmar.

AUSSITÔT que l'ouvrage de M. de Prony parut, je le lus et le méditai sérieusement : l'intérêt qu'il m'inspira me fit chercher le moyen de m'en rendre la lecture facile dans tous les temps; en conséquence je fis quelques notes, qui ne devoient servir alors qu'à mon instruction particulière. Mais, lié avec l'auteur, j'avois de fréquentes occasions de m'entretenir avec lui sur son ouvrage. On sent combien de telles conversations sont fructueuses; aussi m'ont-elles été d'un grand secours pour compléter mon travail : je le communiquai depuis à M. de Prony, qui, après l'avoir examiné, voulut bien m'inviter à le mettre en ordre et à le rendre public; et en cela je consultai autant la reconnoissance que le desir de mettre encore plus à la portée des commençans et des artistes un traité dans lequel les premiers iront puiser le goût de la belle géométrie, et les seconds des méthodes intéressantes et par la manière dont elles sont exposées, et par les applications dont elles sont susceptibles.

Nota. Les numéros qu'on trouve en marge sont ceux des articles auxquels ces notes correspondent.

ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR LES NOTIONS PRÉLIMINAIRES

DE LA MÉCHANIQUE.

$XM'' = 2M''R$. Démonstration de cette égalité : l'arc $MM'M''$ peut être considéré comme un arc de cercle, et les deux portions MM', $M'M''$, ne différant entre elles que d'une quantité négligeable par rapport à chacune, le point M' peut être censé diviser l'arc $MM'M''$ en deux parties égales : donc la tangente rigoureuse $TM'R$ au point M' est parallele à la corde MSM'' ; donc $M'S = RM''$, mais les triangles semblables $MM'S$, MXM'', dans lesquels on a, par construction, $MX = 2MM'$, donnent par conséquent $XM'' = 2M'S$ ou $XM'' = 2M'R$. 26 (Pour la note). Fig. 199.

M. de Prony m'a fourni postérieurement un raisonnement beaucoup plus simple que celui de M. d'Alembert, le voici : 57 (Pour la note).

Supposons que le corps M soit divisé en un nombre entier δ de parties égales K, on aura $M = \delta K$: la masse K sera contenue un certain nombre entier de fois γ dans la masse m avec un reste ψ, au moyen de quoi on aura $m = \gamma K + \psi$. Le reste ψ sera d'autant plus petit que la masse partielle K sera plus petite, ou que les nombres δ et γ seront plus grands ; posant donc, au lieu de l'équation $MV = mV$, qu'on suppose avoir lieu, son identique $V \times \delta K = v(\delta K + \psi)$, on voit que si ψ étoit nul, la démonstration de l'article 57 s'appliqueroit à l'équation $V \times \delta K = v \times \gamma K$, puisque les masses δK et γK sont évidemment commensurables : mais le membre $v \times (\gamma K + \psi)$ peut être supposé ne différer du membre $v \times \gamma K$ que d'une quantité plus petite qu'aucune quantité donnée, en diminuant convenablement K dont la grandeur est absolument arbitraire ; donc si le résultat de la démonstration de l'art. 57 n'étoit point applicable à l'équation $V \times \delta K = v \times (\gamma K + \psi)$, on pourroit toujours supposer que cela tient à une quantité plus petite qu'aucune quantité donnée : donc, par la théorie des limites, ce résultat est réellement applicable à cette équation.

ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR LA STATIQUE.

Les équations qui expriment les conditions de l'équilibre, relativement au mouvement progressif et au mouvement de rotation, peuvent avoir lieu séparément ou simultanément : dans le premier cas il n'y aura pas de mouvement progressif, mais seulement un mouvement de rotation, et *vice versâ*, si le contraire a lieu. 134

Si on a une ligne AF perpendiculaire à un plan AD, et une ligne XY, 151
n°. 1, située comme on voudra par rapport au plan AD et à la ligne AF, il

A ij

sera toujours possible de mener une perpendiculaire commune à ces deux lignes

Fig. 36, planche 3. Pour le démontrer, imaginons qu'on fasse passer par XY, n°. 1, un plan GK perpendiculaire sur AD, n°. 2, qu'il rencontrera suivant XY, et que du point A on mene une perpendiculaire Aa sur cette intersection; si par les lignes Aa et AI on fait passer un plan, il est évident qu'il coupera celui GK, n°. 1, suivant une ligne da, n°. 1, parallele à AF, et que toute ligne menée de AF à da, parallélement à Aa, n°. 2, sera perpendiculaire sur AF et sur le plan GK. donc celle menée du point a, n°. 1, sur AF suivant cette condition, sera perpendiculaire sur AF et XY, n°. 1, puisque cette ligne XY se trouve dans le plan GK.

156 (en parie de de l'art.) Chaque moteur est multiplié par le sinus de l'angle qua forme sa direction avec les trois axes ou leurs paralleles, produits qui ne sont autre chose que la décomposition de ces moteurs perpendiculairement à ces trois axes ou à leurs paralleles or si on imagine que le systême des deux lignes Aa et ad (n°s. 2 et 1, Fig 36) tourne autour de l'axe AF jusqu'à ce que la ligne Aa se confonde avec la ligne AC ou le plan FC, alors les composantes perpendiculaires Mm sin. δ de l'art. (152) deviendront les lignes ab (Fig 38, n°. 1), et les distances Aa (Fig 36, n°. 2) deviendront celles aa'' (Fig 38, n°. 2).

On peut envisager ceci sous un autre point de vue, qui est encore plus simple, et qui consiste à regarder le moteur qui agit dans la direction XY, n°. 1, comme exerçant son action au point d'intersection de la ligne XY, n°. 1, et du plan FC, n°. 3, alors la composante Mm sin. δ aura immédiatement sa direction perpendiculaire au plan FC.

160 (Fig. 98). Soient AF l'axe des z perpendiculaire sur le plan de la Planche; XY, X''Y'' les directions primitives des moteurs, Aa, Aa'' les perpendiculaires p et p' sur l'axe AF et les directions des moteurs, X'Y', X'''Y''' les directions variées, Aa', Aa''' les analogues de p et p', les deux triangles semblables Aaa', $Aa''a'''$ donneront

$$Aa\,(p) : Aa''\,(p') :: Aa' : Aa''', \text{ d'où l'on tire } \frac{p}{p'} = \frac{Aa'}{Aa'''}.$$

186 (Fig. 99). Soient deux corps P et Q, G et G' leurs centres de gravité, AB une ligne dont on cherche la distance au centre de gravité commun des deux corps, que je suppose en G''; faisant CG'' $= a$, on aura l'équation $a = \frac{GC\cdot P - G'C\cdot Q}{P+Q}$; je donne à G'C le signe négatif, parceque les lignes CG et G'C sont dirigés en sens contraire: supposant, pour plus de simplicité, que CG'' devienne $= o$, l'équation se transformera en celle-ci GC·P = G'C·Q; d'où P : Q :: G'C : GC; et divisant par g les poids P et Q, mas. P : mas Q :: G'C : GC.

209 Faisant les multiplications indiquées et réduisant, l'expression de la distance du centre de gravité se change en celle-ci : $\frac{b(7a^2x+6a^3-3ax^2)}{a(3a-x)}$. Pour avoir les facteurs du numérateur je pose l'équation $x^2 - \frac{7}{3}ax - 2a^2 = o$, laquelle résolue donne $x = 3a$, divisant l'équation par $x - 3a$, je trouve

pour l'autre facteur, $a(2a+3x)$, donc on a distance $= \frac{x(ba-x)(2a+3x)a}{a(ba-x)}$ $= \frac{2a+3x}{b}$.

Trouver la valeur des angles ψ, σ, et de M. 260

Divisant la première équation par la seconde, on aura $\frac{M\cos.\sigma \times \sin\psi}{M\cos.\sigma \times \cos\psi} = \frac{b}{a} =$ tang. ψ. La première donne $\cos\psi = \frac{-a}{M\cos.\sigma}$; d'où $1-\sin^2.\psi = \frac{a^2}{M^2\cos^2.\sigma}$, et $\sin^2.\psi = \frac{M^2\cos^2.\sigma - a^2}{M^2\cos^2.\sigma}$; mais (deuxième équat.) M. $\cos.\sigma = \frac{-b}{\sin.\psi}$; donc $\sin^2\psi = \frac{\frac{b^2}{\sin^2\psi} - a^2}{\frac{b^2}{\sin^2\psi}}$, et $\sin.\psi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$. La seconde équation donne $\cos.\sigma = \frac{-b}{M\sin\psi}$; donc $1-\sin^2.\sigma = \frac{b^2}{M^2\sin^2\psi} = \frac{b^2(b^2+a^2)}{M^2b^2}$, et $\sin^2.\sigma = \frac{M^2-b^2-a^2}{M^2} = \frac{\frac{c^2}{\sin^2\sigma} - b^2 - c^2}{\frac{c^2}{\sin^2\sigma}}$; réduisant, on a $\sin.\sigma = \frac{c}{\sqrt{(c^2+b^2+a^2)}}$.
La valeur de M est aisée à trouver, il n'y a qu'à substituer la valeur de sin. σ dans la troisième équation.

L'angle f représente celui qpp', et l'angle k celui rpp'. on a donc, à cause de l'équilibre, $pp' : pq$ :: sin. rpq : sin. rpp' :: sin. $(p'pq - p'pr)$: sin. rpp' :: sin. $(f-k)$: sin. k. donc, en faisant $pp' = p$, $pq = q$, on a $p\sin.k = q\sin.(f-k)$. 267 (Pl. 4) (Fig. 20)

En effet on a vu art. (256) que, dans le cas de l'équilibre, les projections des moteurs PQ, n°. 1, sur l'axe AX étoient égales à zéro, et qu'il en étoit de même de celles sur l'axe AY. Ainsi, quand un système funiculaire, en équilibre dans l'espace, est projeté sur un plan, il faut nécessairement que cette projection soit en équilibre, puisque nous venons de voir que, dans ce cas, les sommes des composantes parallèles aux axes AX, AY, étoient chacune égale à zéro, condition d'équilibre entre des moteurs qui agissent dans un même plan. 269

$$\frac{\mu^{\prime\prime}\sin.\delta^{\prime\prime}}{\sin.\varphi^{\prime\prime}} = \frac{\mu^{\prime}\sin.\delta^{\prime}}{\sin.\varphi^{\prime}} \pm d\left(\frac{\mu^{\prime}\sin.\delta^{\prime}}{\sin.\varphi^{\prime}}\right).$$ 274

Cette expression est susceptible de développements qui peuvent être utiles aux commençants.

$$\frac{\mu^{\prime\prime}\sin.\delta^{\prime\prime}}{\sin.\varphi^{\prime\prime}} = \frac{(\mu^{\prime}+d\mu^{\prime})\times\sin.(\delta^{\prime}+d\delta^{\prime})}{\sin.(\varphi^{\prime}+d\varphi^{\prime})} = \mu^{\prime}\cdot\left(\frac{\sin.\delta^{\prime}\cos.d\delta^{\prime} + \cos.\delta^{\prime}\sin.d\delta^{\prime}}{\sin.\varphi^{\prime}\cos.d\varphi^{\prime} + \sin.d\varphi^{\prime}\cos.\varphi^{\prime}}\right) +$$
$$d\mu^{\prime}\cdot\left(\frac{\sin.\delta^{\prime}\cos.d\delta^{\prime} + \cos.\delta^{\prime}\sin.d\delta^{\prime}}{\sin.\varphi^{\prime}\cos.d\varphi^{\prime} + \sin.d\varphi^{\prime}\cos.\varphi^{\prime}}\right) = \frac{\mu^{\prime}\sin.\delta^{\prime} + \mu^{\prime}\cos.\delta^{\prime}\sin.d\delta^{\prime} + d\mu^{\prime}\sin.\delta^{\prime}}{\sin.\varphi^{\prime} + \sin.d\varphi^{\prime}\cos.\varphi^{\prime}};$$

en négligeant au numérateur les termes du deuxième ordre, et faisant attention que $\cos.d\delta^{\prime} = 1$; multipliant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par $\sin\varphi^{\prime} - \sin.d\varphi^{\prime}\cos.\varphi^{\prime}$, négligeant au numérateur les quantités du troisième ordre, avec la condition que $\varphi^{\prime}$ est du premier ordre et que $d\varphi^{\prime}$ est du second; enfin faisant attention que $\sin^2.d\varphi^{\prime} = 1 - \cos^2.d\varphi^{\prime}$ il vient

$$\frac{\mu''\sin.\delta''}{\sin.\varphi''} = \frac{\mu'\sin.\delta'\sin.\varphi' + \mu'\cos.\delta' d\delta'\sin.\varphi' + d\mu'\sin.\delta'\sin.\varphi' - \mu'\sin.\delta'\cos.\varphi' d\varphi'}{\sin^2\varphi' - (1-\cos^2 d\varphi')\cos^2\varphi'};$$

mais, comme $\cos^2 d\varphi' = 1$, on a $(1-\cos^2 d\varphi')\cos^2\varphi' = 0$, ce qui réduit l'équation à

$$\frac{\mu''\sin.\delta''}{\sin.\varphi''} = \frac{\mu'\sin.\delta'}{\sin.\varphi'} + \frac{(\mu'\cos.\delta' d\delta' + d\mu'\sin.\delta')\sin.\varphi' - \mu'\sin.\delta'\cos.\varphi' d\varphi'}{\sin^2\varphi'};$$

le deuxieme terme du second membre est la différentielle exacte du premier terme du même membre, ce qui donne, comme dans le texte,

$$\frac{\mu''\sin.\delta''}{\sin.\varphi''} = \frac{\mu'\sin.\delta'}{\sin.\varphi'} + d\left(\frac{\mu'\sin.\delta'}{\sin.\varphi'}\right).$$

278 Intégrer la formule $dy' = \frac{\pm B\,dx'}{\sqrt{(x'x'+2Bx')}}$.

On commencera par ramener le second membre à la forme $\frac{dx}{\sqrt{(xx+aa)}}$, qui est la troisieme de celles qu'on trouve dans le premier volume des Leçons de M. Cousin, laquelle a pour intégrale $y = \log.[x + \sqrt{(x^2+a^2)}] + \log. C$. Pour y parvenir, on fera $x' = y - B$, d'où $dx' = dy$, $x'x' = y^2 - 2By + B^2$ et $x'x' + 2Bx' = y^2 - B^2$; substituant, on aura $\int \frac{\pm B\,dx'}{\sqrt{(x'x'+2Bx')}} = \int \frac{\pm B\,dy}{\sqrt{(yy-B^2)}}$ (Quoique B^2 n'ait pas ici le même signe que a^2, néanmoins l'intégrale de la premiere formule sera aussi celle de la seconde, en y substituant $-B^2$ au lieu de a^2. Tout ceci est clair quand on fait attention qu'en différentiant, les variations ne portent point sur les termes constants). En comparant, on a $\int \frac{\pm B\,dy}{\sqrt{(yy-B^2)}} = \pm B\cdot\log.[y + \sqrt{(yy-B^2)}] + \log. C$; donc $\int \frac{\pm B\,dx'}{\sqrt{(x'x'+2Bx')}} = \pm B\cdot\log.[x' + B + \sqrt{(x'x'+2Bx')}] + \log. C$.

Autre maniere d'intégrer la formule $dy' = \frac{\pm B\,dx'}{\sqrt{((x'+B)^2 - B^2)}}$.

On supposera $x' + B = x$, ce qui donnera l'équation $dy' = \frac{\pm B\,dx}{\sqrt{(xx-B^2)}}$, dont le second membre deviendra rationnel en faisant $\sqrt{(xx-B^2)} = (x-B)z$; et alors on aura pour intégrale, $y' = \pm B\log.\left[\frac{x'+B+\sqrt{(x'x'+2Bx')}}{B}\right] + \log. C$.

Il suffira d'un peu de réflexion pour se convaincre que ces deux intégrales, quoique différentes au premier coup-d'œil, sont cependant les mêmes, car la seconde peut se transformer en celle-ci, $y' = \pm B\log.[x' + B + \sqrt{(x'x'+2Bx')}] + \log.\frac{C}{E}$, or la détermination de la constante dépendant des deux termes y' et $B\log.$ [etc.], qui sont les mêmes dans les deux intégrales, cette constante sera nécessairement la même dans l'une et l'autre.

298 Dans le levier du premier genre, on a $y > b$, et dans celui du second ou du troisieme genre $y < b$, donc, en mettant l'équation donnée sous cette forme, on verra aisément que le signe $+$ satisfait à la premiere condition, et le signe $-$ à la seconde.

517 Les charges P et P' des tourillons ne paroissent pas dans l'équation [5],

parcequ'étant perpendiculaires à la circonférence du cylindre, elles ne peuvent produire aucune rotation autour de CC'''.

Tout ce que l'auteur dit ici dérive de cette considération, que, lorsqu'il n'y a qu'un point de contact, ce point doit être le centre d'équilibre, que, lorsqu'il y en a deux, l'un et l'autre devant participer également de cette propriété, ce centre ne doit pas tomber sur l'un plutôt que sur l'autre, mais entre les deux. On raisonnera de la même maniere sur un plus grand nombre de points. 353

Soit $T't'$ le poids de $l'O'oi = \Delta M'$; $T'P$ et $T'P'$ représenteront sa pression sur les côtés $I'O'$, ia. Menons la verticale $Z'Z$ et l'horizontale Zt, faisant le rayon $Z'Z = 1$ et l'angle $ZZ'T = \epsilon$, on aura $ZT = \tan\epsilon$, $Tt = \Delta . \tan\epsilon$, $Z'T = \sec\epsilon$ et $Z't = \sec(\epsilon + \Delta\epsilon)$; actuellement, si on suppose $T't' = Tt$, les triangles semblables $TZ't$, $T'Pt'$ donneront $T'P = TZ' = \sec\epsilon$, et $t'P = tZ' = \sec(\epsilon + \Delta\epsilon)$. Il suit de là que la portion de coin qui reposeroit sur la face ai exerceroit sur celle oi une pression représentée par $tZ' = \sec.(\epsilon + \Delta\epsilon)$: donc, etc. 356 (pour la 1re Fig. 101)

Dans le premier cas, la fonction m est supposé donnée en x, y et constantes, et par conséquent A, puisque $A = \int dm$, l'intégrale étant prise depuis les naissances jusques au sommet, mais $\tan a$ est arbitraire et doit être déterminé par quelque condition. Dans le second cas, la fonction $\frac{dx}{dy}$ et par conséquent $\tan a$ sont donnés de la même maniere, mais c'est alors A qui doit être donné d'avance ou déterminé par quelque condition. Dans le troisieme cas, la fonction z ne laisse aucune condition arbitraire, car si z est donné d'avance en x, y et constantes, A et $\tan a$ seront donnés par-là, en effet on pourra éliminer $\frac{A}{\tan a}$ de l'équation [4]; car l'équation $zds + \frac{1}{2}z^2 d\epsilon = \frac{A\, d\tan\epsilon}{\tan a}$ (364) donne $a \int \tan\epsilon\,(zds + \frac{1}{2}z^2 d\epsilon) = \frac{A}{\tan a}$: or z et ϵ sont, par hypothese, donnés en x, y et constantes. 365

Trouver l'expression $\frac{A}{\tan a}$. 373

Pour cela reprenons la valeur de l'effort perpendiculaire sur un joint, donnée art. (139), laquelle est $= \frac{M \sin I'CD'}{\sin(CI'D' + BID)}$. Or les angles $CI'D'$ et BID de la Fig. (101) sont les angles a et ϵ de la Fig. (103); faisant donc $M = m$, et substituant $\cos. a$ pour $\sin I'CD'$ et $\sin(a + \epsilon)$ à la place de $\sin.(CI'D' + BID)$, on aura, pour exprimer la pression contre un voussoir quelconque, $\frac{m \cos a}{\sin(a+\epsilon)}$. A la clef on a $m = \frac{1}{2}A$, $\epsilon = 0$, et la pression devient $\frac{\frac{1}{2}A}{\tan a}$; c'est la valeur annoncée. Aux naissances, c'est-à-dire lorsque $I'O'$ (Fig. 103) tombe sur IO, on a $m = A$, $\epsilon = a$, et la pression devient $\frac{A \cos a}{\sin 2a} = \frac{A\cos a}{2\sin a \cos a} = \frac{\frac{1}{2}A}{\sin a}$; c'est ce qu'on trouve en divisant par δ l'équation [1] de l'art. (361).

Jusqu'ici nous n'avons donné que la pression sur la surface totale d'un joint de lit, ou plutôt une quantité proportionnelle à cette pression ; nous

allons actuellement rechercher celle qui a lieu sur l'unité de mesure de cette surface.

Soit, pour les voûtes en berceaux, telles que les arches des ponts, D la distance d'une tête à l'autre, j la longueur de coupe d'un joint quelconque, et π la pesanteur spécifique de la matière dont la voûte est composée; le poids absolu que supportera la surface totale d'un joint de lit compté d'une tête à l'autre aura pour valeur, en livres, $D \times \frac{m \cos a}{\sin (a+\epsilon)} \times \pi$, et la pression sur l'unité, à laquelle on rapportera la mesure de cette surface, sera $\frac{\pi}{j} \times \frac{m \cos a}{\sin (a+\epsilon)}$. Aux naissances cette expression devient, en nommant j' la longueur du joint, $\frac{\pi}{j'} \times \frac{A \sin a}{\sin (a a)} = \frac{\pi}{j'} \times \frac{A}{\sin a}$. A la clef cette expression devient, en nommant j'' la longueur de coupe, $\frac{\pi}{j''} \times \frac{A \cos a}{\sin a}$ ou $\frac{\pi}{j''} \times \frac{A}{\tan a}$.

Rien dans ces expressions ne déterminant le rapport de j' à j'', il est évident qu'on peut avoir $j' \sin a > j'' \tan a$, ou $j' \sin a < j'' \tan a$. Dans le premier cas, la pression sera plus petite aux naissances; dans le second cas elle sera plus grande; mais, dans la pratique, c'est le dernier qui est le plus ordinaire.

Exemple tiré du pont de Neuilly. On a formé la Table suivante, composée de six colonnes: l'angle qui se trouve en tête de la seconde est celui que nous avons fait $= a$. Les suivants sont les angles variables ϵ; ainsi $(a+\epsilon)$, pour un joint déterminé, est la somme du premier angle et de celui des suivants qui répond à ce joint. La quatrième colonne renferme les valeurs de $\frac{m \cos a}{\sin (a+\epsilon)}$. La cinquième, celles de j, j', j'', etc. Enfin la sixième, celles de $\frac{\pi}{j} \times \frac{m \cos a}{\sin (a+\epsilon)}$.

1	2	3	4	5	6
Distance de l'origine de la courbe à la verticale passant à l'extrados et au bas du joint dont on calcule la pression.	Valeur de l'angle ε formé par la verticale et le joint.	Surfaces en pieds quarrés du profil de la partie supérieure de la voûte.	Surface représentant la pression exercée par la partie supérieure de la voûte.	Longueur des joints pour lequel la pression est calculée.	Poids équivalent à la pression d'un pied quarré sur chaque joint.
4p 9p	51° 55'	1519.	833	7p	19992
8	40 55	1198	740	6	20720
12	33 10	1109	687	6	19256
16	26 50	1036	652	6	18256
20	21 58	977	628	6	17584
24	18 30	924	606	6	16968
28	15 10	883	592	6	16576
32	12 30	846	579	6	16212
36	10 45	813	565	6	15820
40	8 15	784	559	6	15652
44	5 50	757	554	5 10po	16066
48	4 30	735	544	5 5	16320
52	2 50	708	537	5 2 6l	17184
56	1 30	684	527	5	17918
60	0	660	518	5	17612

On a $A = \frac{dx'}{dy'}$ [*] $F:(x',y') = \text{tang}\ a\ \Gamma:(x',y')$, d'où $\Gamma:(x',y') = \frac{A}{\text{tang}\ a}$. L'équation de la courbe donne $x' = F:(e,f,y')$, substituant pour x' cette valeur dans celle de h et dans $F:(x',y')$, il n'y aura plus que y' d'inconnue; dégageant y' de cette dernière équation et la reportant dans h, on aura h en A, tang a, e et f. 376

ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR LA DYNAMIQUE

Voici une énonciation du principe général proposé par M. de Prony, qui paroît lui donner le sens le plus étendu dont il soit susceptible. 382

Si des causes quelconques produisent un changement dans l'état actuel de mouvement ou de repos de plusieurs corps, concevez la variation de mouvement que chaque corps éprouveroit dans l'instant suivant, s'il devenoit libre, ou s'il continuoit de l'être dans le cas où il l'auroit été précédemment, comme décomposée en deux autres, dont l'une soit celle qu'il éprouvera réellement après le changement, la seconde doit être telle que, si les causes perturbatrices ne tendoient qu'à produire cette seconde variation, l'état de repos ou de mouvement des corps ne changeroit point.

Chacune des trois vitesses a lieu comme si la résultante qui la produit passoit par le centre de gravité; car on a vu, art. (398) que, soit que la résultante des quantités de mouvement passe ou non par le centre de gravité, la vitesse de ce centre étoit toujours la même. 391

Pour éclaircir la remarque qui est après l'énoncé du théorème, soient NQM la section d'un corps par un plan perpendiculaire à l'axe de rotation AB, supposé vu en perspective et passant par le point C; G le centre de gravité de ce corps; MN la rencontre de la section NQM avec un plan passant par l'axe de rotation et le centre de gravité; $kplo$ la rencontre du même plan NQM avec les molécules du corps qu'on pourroit concevoir être contenues dans une enveloppe cylindrique qui traverseroit tout ce corps parallèlement à l'axe AB. On pourra supposer toutes les molécules matérielles qui forment cette enveloppe répandues et fixées sur la couronne $kplo$, et les moteurs qui les animent conservant des directions parallèles aux premières, puisqu'après cette transformation on aura toujours même quantité de mouvement, et conséquemment même effort contre le plan MN. Or si, à la place de toutes les molécules et des moteurs qui les animent, on fixoit à un point quelconque de la couronne un seul corps égal à leur somme, et un moteur unique qui équivalût à tous, on voit aisément qu'il faudroit appliquer à la circonférence la même force pour faire équilibre à chacune des deux quantités de mouvement. De cette considération il suit qu'on pourra supposer aux moteurs des directions perpendiculaires sur MN. 392 (Fig. 223.)

[*] $F:(x',y')$ signifie fonction de x et y.

598 Il faut remarquer que la pression dont il est ici question agit dans le plan même de la courbe.

599 (Fig. 303) Des deux actions perpendiculaires à la courbe, et qui résultent de la décomposition des puissances parallèles à l'axe des y et à celui des x, la première tend à rapprocher le corps de la courbe, et la seconde à l'éloigner, ce qui a lieu dans le cas où les puissances sont positives. On se rendra aisément compte de tout ceci en considérant que si un corps est retenu sur la courbe ab en vertu d'une action normale qui agiroit dans le sens nM, les directions AP, Ap, ou leurs parallèles pM et PM étant positives, cette pression normale, décomposée parallèlement à Ap, agira dans le sens négatif MP, et que, parallèlement à AP, elle agira dans le sens positif pM. Si, au lieu de passer de la résultante dans le sens nM, aux composantes dans le sens pM et MP, on faisoit l'inverse, il est évident par ce qui précède que cette résultante se trouveroit composée de deux parties soustractives l'une de l'autre; alors, si on suppose que Nn est la direction positive, et que le corps exerce, en vertu de sa vitesse, une pression dans le sens Nn, cette pression et celle due aux puissances parallèles à PM seront positives, tandis que la pression due aux puissances parallèles à pM, qui s'exerce dans le sens nN, sera négative. C'est l'hypothèse de l'art. (599).

427 (Fig. 304) Trouver l'expression de la vitesse acquise et celle de la vitesse angulaire du centre d'oscillation.

La vitesse u, acquise depuis G, qu'on suppose être le centre d'oscillation jusqu'en g, est, art. (413), $= \sqrt{[2\varphi(\mathrm{BP}-\mathrm{B}p)]} = \sqrt{(2\varphi \times \mathrm{P}p)}$. Si on suppose AG' = 1, les arcs pris sur GB représenteront les vitesses absolues, et les arcs de même valeur angulaire que les précédents, mais pris sur G'L', représenteront les vitesses angulaires. Faisant donc G'AB' $= f$, g'AB' $= \omega$, on aura P'p' = cos ω − cos f, et la proportion Pp : P'p' (cos ω − cos f) :: AP : AP' :: AG $\left(\frac{x'+x''}{x}\right)$: AG'(1), donnera $\mathrm{P}p = \frac{x+x'}{x} \times$ (cos. ω − cos. f), substituant cette valeur dans celle de u, on aura $u = \sqrt{\left[\frac{(x+x')2\varphi}{x}(\cos.\omega - \cos f)\right]}$. Or ayant la vitesse absolue, ou l'arc qui seroit, en vertu de cette vitesse, parcouru uniformément sur GB, pour avoir l'arc correspondant de G'B', il faut dire, en supposant que Gg soit cet arc,

$$\mathrm{AG} : \mathrm{G}g :: \mathrm{AG'} : \mathrm{G'}g' = \frac{\mathrm{G}g}{\mathrm{AG}} = \sqrt{\left[\frac{2\varphi x}{x'+x''}\left(\cos \omega - \cos f\right)\right]}.$$

447 On peut faire sur l'équation $\omega = pdt$ deux suppositions qui serviront à la vérifier. Soit $p = \infty$, on aura, pour pdt et conséquemment pour ω, une valeur finie, c'est ce qu'on démontre en méchanique. Soit $p = \frac{1}{\infty}$, d'où $pdt = \omega = \frac{1}{\infty} = 0$, donc le corps choquant ne perdra point de sa vitesse, ce qui doit arriver, puisque, dans cette hypothèse, le corps choqué est incapable de résistance.

483 Pour se convaincre que $\int \pi dz$ peut être supposé égal à une fonction de z

avec des constantes, il ne faut que jeter les yeux sur l'application donnée art. (474).

Il faut faire attention que dx, qui est un accroissement pour le premier arc, est un décroissement pour le second. 483

On se rappellera les définitions que nous avons données plus haut des vitesses absolue et angulaire. 486

Il est clair qu'un corps qui tombe ne peut jamais se soustraire à l'action de la gravité. 495

Tout ce qu'on trouve dans ce numéro est une traduction de l'équation $fut = f'u't'$ donnée art. (494). 503

ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR L'HYDROSTATIQUE.

M. de Prony cite des expériences de l'abbé Nollet et de M. du Fay propres à faire connoître le poids de l'eau à différentes températures. Il m'a dit que, depuis la publication de son ouvrage, il avoit lu dans les Transactions Philosophiques de la Société royale de Londres, vol. LXXX, pour l'année 1790, deuxieme partie, pag. 321, un mémoire de Charles Blagden contenant, sur le même objet, et sur le mélange de l'eau avec l'esprit de vin, des expériences très détaillées et faites avec beaucoup de soin, et des tables de leurs résultats. Ce que dit M. de Prony dans la note est plus que suffisant pour son objet. Nous ne citons le mémoire de Blagden qu'en faveur de ceux qui auroient la curiosité de faire une étude plus détaillée de cette matiere. 526 (Pour la note)

$$S : MM'm'm(dx\,dy) :: 1 : \sin\varpi.$$ 531 (Fig. 205)

Soit AM le profil d'une surface projetée sur une autre surface dont le profil soit AB, ces profils étant perpendiculaires à la ligne d'intersection passant par A. Menons la perpendiculaire PM à AB, la ligne MA sera à la projection AP comme le rayon est au sinus de AMP; mais MB étant perpendiculaire à AM, l'angle MBA égal à l'angle AMP, comme complément du même angle PMB, représentera l'angle ϖ; donc

$$MA : AP :: 1 : \sin\varpi.$$

Or on peut concevoir une infinité de sections pareilles infiniment près l'une de l'autre; d'où on conclura que les surfaces elles-mêmes sont dans le rapport de la somme des sections AM à la somme des projections AP.

Pour bien sentir que le corps (n° 1) sera dans un équilibre absolu par rapport aux trois plans coordonnés, il faut voir la pression verticale, qui agit sur chaque élément, décomposée en trois pressions paralleles aux trois axes AX, AY et AZ, ou, ce qui est la même chose, perpendiculaires Ibid.

aux trois plans coordonnés, considérer ensuite six éléments, deux dans la direction de la pression perpendiculaire au plan des (x, y), deux dans la direction de la pression perpendiculaire au plan des (x, z), enfin deux dans la direction de celle perpendiculaire au plan des (y, z). Cette préparation faite, on démontrera, par les principes exposés dans la statique, que deux pressions opposées sont égales : d'où il résultera que le corps est dans un repos absolu par rapport aux trois plans coordonnés.

540 (Fig. 102 bis). M. de Prony m'a fourni les développements suivants sur la propriété que doit avoir l'expression $pdx + p'dy + p''dz$ d'être intégrable par elle-même pour qu'il y ait équilibre.

Il faut d'abord observer que lorsque toutes les molécules d'un fluide sont supposées en équilibre, un canal fluide quelconque, rentrant en lui-même, qu'on peut concevoir dans la masse totale, est en équilibre par lui-même indépendamment du reste du fluide, c'est-à-dire que si la partie du fluide qui environne ce canal devenoit tout à coup solide, le canal ne cesseroit point d'être en équilibre ; en effet, les puissances qui animent les molécules ne subissant aucune altération, la nouvelle paroi du canal fluide éprouvera précisément la même pression qui s'exerçoit contre elle, avant qu'elle appartînt à un corps solide, et il n'y aura rien de changé aux différentes réactions qui doivent en résulter sur les molécules du canal, ainsi les molécules resteront dans le même état avant et après la solidification du reste du fluide.

Cela posé, soient ZAX et YAX deux plans perpendiculaires l'un sur l'autre, KFMG la projection orthogonale d'un canal fluide, infiniment mince, rentrant en lui-même, et faisant partie d'une masse fluide quelconque aussi en équilibre, K'F'QG' la projection orthogonale du même canal sur le même plan ZAX ; nommons les coordonnées AP, x ; PM, y, PQ, z, au point représenté par M ou Q, et les coordonnées infiniment près PQ, pq. On voit que les puissances qui sollicitent la molécule Mm, parallèlement à AX, AY, AZ, sont respectivement p, p' et p'' : nommons s une longueur finie du canal, telle que celle projetée en GM, ds sera la longueur élémentaire projetée en Mm et Qq. A étant une constante, et la section transversale du canal étant supposée la même par-tout, Aδds pourra représenter la masse de la molécule projetée en Mm. Maintenant, si on veut décomposer la puissance p dans le sens de l'élément ds du canal, il faut faire la proportion

$$ds : Pp :: p : \text{la valeur cherchée} = \frac{pdx}{ds};$$

et pour avoir l'effort absolu qui en résulte dans le même sens, il faut multiplier $\frac{pdx}{ds}$ par la masse Aδds, et on aura Aδpdx, valeur de l'effort que fait la molécule projetée en Mm pour s'échapper le long du canal en vertu de la puissance p.

On trouvera de la même manière que les efforts analogues produits en vertu de p' et p'' sont A$\delta p'dy$, A$\delta p''dz$: ainsi l'effort total que fait la molécule projetée en Mm pour s'échapper dans le sens du canal est représenté par

$$A\delta(pdx + p'dy + p''dz),$$

et l'effort total d'une partie finie du canal, telle que celle projetée en GMF, sera

$$A\int\delta(p\,dx + p'dy + p''dz),$$

l'intégrale prise dans les limites convenables, c'est-à-dire depuis le point projeté en G jusqu'au point projeté en F.

Les quantités δ, p, p', p'', sont censées fonctions de x, y et z, ainsi l'expression $\delta(p\,dx + p'dy + p''dz)$ pourra toujours se ramener à une forme qui ne contienne que des x, y et z, et des constantes. Dans cet état, si on avoit les deux équations des deux courbes de projection KIMG, K'FQG', on pourroit, par leur moyen, éliminer de $\delta(pdx + p'dy + p''dz)$ deux indéterminées et leurs différentielles, et il ne resteroit à intégrer qu'une fonction à une seule variable. Mais observons que ce que avons dit du canal projeté en KFMG peut se dire d'un autre canal dont la projection seroit KFM'G, et qui auroit la partie GKF commune avec le premier. Donc les pressions qui s'exercent en F et G, en vertu de la partie du canal invariable GKF et qui font toujours équilibre à une partie du canal GM'F aboutissante au même point, ces pressions, disons-nous, doivent toujours être les mêmes, quelle que soit la forme de la partie du canal GM'F, donc l'intégrale $\int\delta(pdx + p'dy + p''dz)$, valeur de la pression totale GM'F ou de GKF qui lui fait équilibre, est égale à une quantité déterminée et constante, quelle que soit la forme de GM'F, et avec la seule condition que GM'F sera la continuation de la portion supposée invariable GKF. Or pour que cette propriété puisse avoir lieu, il faut nécessairement que δ, p, p', p'' soient des fonctions de x, y et z telles que $\delta(pdx + p'dy + p''dz)$ soit une différentielle exacte indépendamment de toute forme particulière du canal, c'est-à-dire indépendamment de toute relation particulière entre x, y et z.

Soit CMC' un arc élémentaire de courbe dont le centre de courbure 543
et d'attraction est en A; soit sur le prolongement du rayon AM une (Fig. 106.)
ligne Mr qui représente en direction et en quantité la puissance qui sollicite la molécule M; les deux composantes de Mr sont, rs parallele à AX et sM perpendiculaire à AX. Faisant passer par sM un plan parallele à celui ZAY, on trouvera dans ce plan deux composantes de sM, l'une st, parallele à PQ, l'autre tM, parallele à AZ, et les triangles semblables AMP, sMr, PQM, tMs, donneront les proportions suivantes.

$$AM(r) : Mr(\varphi) :: AP(x) : rs = \frac{\varphi x}{r},$$

$$AM(r) : Mr(\varphi) :: MP : Ms :: PQ(y) : st = \frac{\varphi y}{r},$$

$$r : \varphi :: MP : Ms :: QM(z) : tM = \frac{\varphi z}{r}.$$

On démontrera aisément que l'angle varié X'V'T vaut un angle droit 546
plus l'angle ObT. Pour cela soit prolongé le rayon Ob jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne X'Z' en un point V''; l'angle X'V''T sera droit et = XVT, et l'angle extérieur X'V'T sera = X'V''O + V'eV'' = XVT + ObT. On a vu dans le texte que $be = \frac{1}{\infty}$, qu'ainsi l'angle OeT = l'angle ObT, et angle V'eV'' = angle ObT.

550 Pour trouver la valeur de R' au moyen du nivellement réciproque, il faut poser les deux équations $R' = \frac{a}{2z}$ et $z = x - Mo = x - Ao'$, prendre dans la table XI, qui se trouve à la fin du volume, les valeurs de x et de $Mo = Ao$ correspondantes à une même distance a; retrancher la seconde de la première, ce qui donne z. Calculant ensuite la première équation, on trouvera $R' = 7R$ à très peu près.

551 (sur la note) (Figure 117) On ne sera pas fâché de trouver ici une solution détaillée d'un problème qui m'a paru n'être pas très clairement exposé dans l'ouvrage de Lambert, cité plus haut. En voici l'énoncé : Trouver le rayon horizontal moyennant les réfractions astronomiques.

Solution. Soit AH un rayon de lumière continué en h, AG un rayon infiniment voisin du premier et pareillement continué en g, soit l'angle $hAC = \gamma$, l'angle gAC sera $= \gamma - d\gamma$; soit la réfraction astronomique pour le rayon $AH = z$, celle pour le rayon AG qui s'approche plus du zénith, sera $= z - dz$. Du centre C de la terre menons la droite Cg de telle sorte que l'angle $gCA = dg$, cette droite coupera le rayon Ag sous le même angle que la verticale AC coupe le rayon AH. En effet, comme angle extérieur, $\phi gC = gAC + gCA = gAC + hAg = hAC$. Ainsi un spectateur placé en g verroit un astre par le rayon gAG, aussi distant de son zénith que le spectateur en A en verroit un par le rayon AH du sien, ou plus clairement, pour le point g, le fil-à-plomb seroit dans la direction gC et la lunette dans la direction ϕg : on y verroit donc l'astre G sous l'angle $\phi gC = KgG$, lequel donne sa distance au zénith. Pour le point A, le fil-à-plomb iroit suivant AC et la lunette suivant hA : on y verroit donc l'astre H sous l'angle $hAC = \phi gC$, c'est-à-dire à la même distance du zénith pour ce point. Soit le rayon de courbure $AF = gF$, la réfraction que souffre un rayon de A en g, étant égale à la courbure de sa route depuis A jusqu'en g, comme cet arc de courbe se confond avec son arc osculateur, cette réfraction aura pour mesure l'angle $AEg = \frac{Ag}{AE}$. Ajoutant cette quantité à $z - dz$, qui représente la réfraction de l'astre G pour le point A, on aura sa réfraction totale $= z - dz + \frac{Ag}{AE}$. Nous avons vu plus haut que la distance apparente au zénith des deux astres, vus des points A et g, étoit la même : ainsi, faisant attention que cette distance est toujours la distance réelle moins la réfraction, nous aurons, pour exprimer cette condition, l'équation

$\gamma - z + dz - \frac{Ag}{AE} = \gamma - z$; d'où $dz = \frac{Ag}{AE}$ et $AE = \frac{Ag}{dz}$. On a $Ag : AK :: 1 : \sin. KgA$, d'où $Ag = AK \times \frac{1}{\sin. KgA}$; $AK = d\gamma$, $\frac{1}{\sin. KgA} = \frac{1}{\sin. \phi gC} = \frac{1}{\sin. \gamma} = \text{cosée } \gamma$; donc $Ag = d\gamma \cdot \text{cosée } \gamma$ et $AF = \frac{d\gamma \text{ cosée } \gamma}{dz} = R'$. Or, pour les réfractions horizontales, on a $\gamma = 90°$; cosée $\gamma = 1$, et par conséquent $R' = \frac{d\gamma}{dz}$.

565 De ce que les signes qui affectent les deux distances sont les mêmes, il

suit que les deux résultantes sont placées d'un même côté du plan ABCD, puisque c'est dans ce plan que se trouve l'origine des distances.

Lorsque le côté horizontal supérieur du parallélogramme est à la surface de l'eau, $q = \frac{1}{2}b$, donc $P = \pi q b \lambda = \frac{1}{2}\pi b^2 \lambda$, la distance de P à la surface supérieure est $= \frac{2}{3}b$, donc sa distance à la surface inférieure est $\frac{1}{3}b$. Ainsi son énergie pour faire tourner le parallélogramme autour de sa base inférieure, est $P \cdot \frac{1}{3}b = \frac{1}{2}\pi b^2 \lambda \times \frac{1}{3}b$. La pression passant par un des points de la hauteur, sa distance au côté vertical est $= \frac{1}{2}\lambda$; donc son énergie pour faire tourner le parallélogramme autour de ce côté est $= P \times \frac{1}{2}\lambda = \frac{1}{2}\pi \lambda b^2 \times \frac{1}{2}\lambda$. 578

Pour avoir la valeur de Q, soient des points A et D menées sur le milieu de BG et CH les lignes AM' et DM'', soient prises sur ces lignes les parties $AG' = \frac{2}{3}AM'$ et $DG'' = \frac{2}{3}DM''$, les points G' et G'' seront les centres de gravité des triangles BAG, CHD, ainsi les distances du point A aux pieds des verticales abaissées des centres de gravité des trois parties de la surface seront $AX' = \frac{2}{3}AG$, $AQ = AG + \frac{GH}{2}$; $AX'' = AD - \frac{1}{3}DH$; donc on aura $Q = BGHC\left(AG + \frac{GH}{2}\right) + \frac{AG \cdot BG}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}AG\right) + \frac{HD \cdot CH}{2} \times \left(AD - \frac{1}{3}DH\right) = (AD - AG - HD) \times HC\left(AG + \frac{AD - AG - HD}{2}\right) + \frac{AG \cdot BG}{2} \times \left(\frac{2}{3}AG\right) + \frac{HD \cdot CH}{2} \times \left(AD - \frac{1}{3}HD\right) = (q - b' - b)h\left(b' + \frac{q - b' - b}{2}\right) + \frac{hb'}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}b'\right) + \frac{hb}{2} \cdot \left(q - \frac{1}{3}b\right)$. 590 (Fig. 10).

Ce numéro présente une démonstration rigoureuse de ce qui a été dit art. (513). Il ne faut pas perdre de vue dans tout ce problème que l'angle σ et conséquemment la ligne BE ne seront connus que lorsque la nature des terres sera donnée, et alors on aura P, c'est-à-dire la poussée horizontale contre le mur ABCD pour chaque espece de terre. 606

L'équation $D = 2\sqrt{\frac{d}{\pi n l}}$ n'est autre chose que l'équation $x = \frac{d(p - \pi r)}{\pi n p}$ 620 (voi la note). donnée art. (616), et de laquelle on tire $z = D = 2\sqrt{\frac{p - \pi r}{p \pi n}} = 2\sqrt{\frac{d}{\pi n l}}$.

En effet, soient p et p' les poids de deux aréometres, z et z' les diametres respectifs de leurs fils de laiton; supposons $p > p'$, et par conséquent $z > z'$, si les aréometres sont construits de maniere que $\frac{p}{z^2} = \frac{p'}{z'^2}$, leur sensibilité, relative à la variation de densité, c'est-à-dire les différences d'enfoncement dans deux eaux de densités différentes, sera la même, puisque, art. (619), cette différence est proportionnelle à $\frac{p}{z^2}$ et à $\frac{p'}{z'^2}$, mais z étant plus grand que z', la sensibilité relative à l'addition d'un petit poids ω, la densité restant la même, sera moindre dans l'aréo- 621

metre p que dans l'aréometre p', puisque les enfoncements occasionnés par ce poids additionnel sont proportionnels, art (620), à $\frac{\pi}{z^2}$ et $\frac{\pi}{z'^2}$, et qu'on a $z > z'$, et par conséquent $\frac{\pi}{z} < \frac{\pi}{z'}$. Si les diametres de fil de laiton étoient égaux, c'est-à-dire qu'on eût $z = z'$, la sensibilité relative à un poids additionnel seroit la même, la densité étant constante, mais la sensibilité relative à la différence de densité seroit dans le rapport de $\frac{p}{z}$ à $\frac{p'}{z'}$ ou de p à p'.

L'auteur dit que les aréometres qui, à égale valeur de sensibilité représentée par $\frac{p}{z}$, ont, à un moindre degré, celle représentée par $\frac{\pi}{z}$, ou, ce qui revient au même, par $\frac{1}{z}$, sont les plus solides, parceque, dans ceux-ci, le fil de laiton est plus gros, par conséquent moins sujet à se plier, et plus propre à être assemblé solidement au col de la fiole.

Lorsque, dans la construction d'un aréometre, on veut s'assujettir à se servir d'un fil d'un diametre donné, la variation d'enfoncement proportionnelle à $\frac{1}{z^2}$ est connue d'avance par là; mais si, outre cette condition, on veut encore que la sensibilité due à la différence de densité soit aussi donnée, c'est-à-dire que $\frac{p}{z}$ ait une valeur déterminée, qu'on suppose $= \gamma$, il faut employer une fiole d'un volume tel qu'on ait $\frac{p}{z} = \gamma$ ou $p = \gamma z^2$.

624 Avec un aréometre pesant 1^{liv} 14^{onc} 7^{gros} $40^{grains} = 1^{liv},954027$, on trouve 36^{grains} pour la valeur de $\pi' - \pi$ correspondante à $\omega = 1^{grain} = 0^{liv},003927$, et 2^{onc} 2^{gr} 6^{grains} pour celle qui correspond à $\omega = 36^{grains} = 0^{liv},141372$.

625 L'auteur ne donne ici la valeur de $x' - x$ que pour une eau, tandis que, pour avoir les différences des pesanteurs spécifiques de plusieurs eaux, il faut connoître $x' - x$ ou ω pour chacune d'elles. Or, en supposant que la plus grande différence de pesanteur spécifique entre deux eaux soit de 3 onces (on voit par la table V, pag. 59, que cette différence n'a jamais lieu, excepté pour l'eau de la mer et celle du Lac Asphaltite), et faisant $\pi = 70^{liv} = 6,5120^{onc}$; $\omega = 38^{grains}$; $\frac{1}{4} n z^2 = 1$ ligne quarrée $= (0^{p},006944)^2$; l'équation $x' - x = \frac{1}{4nz} \times \frac{\omega}{\pi}$ donne $x' - x =$ $\frac{58}{0^{p},006944 \times 6951200} = \frac{58}{...} = 1^{p},286 = 14^{lig}\ 8',544$; si on fait varier π de 5 onces, on aura $x' - x = \frac{58}{0^{p},006948 \times 1,69818} = \frac{58}{34,24} = 14^{pouc.}\ 8^{li},256$. Ainsi, pour une différence de 3 onces entre les pesanteurs spécifiques, on n'a que $0^{li},288$ pour la différence entre les enfoncements correspondante à 58^{grains}; d'où l'on voit qu'il suffit d'avoir la valeur de $x' - x$ pour une seule eau.

634 Lorsque le thermometre monte d'un degré, P diminue de nP [n valant $\frac{1}{700}$, comme on le voit, art (523)]: donc à l'ascension de x en x', doit correspondre une perte de poids représentée par $n\text{P}(x' - x)$. Ainsi,

un pied cube d'air qui, à une température x, avoit un poids P, à une température x' n'a plus qu'un poids $P - nP(x' - x)$, la hauteur du barometre étant toujours h. P' et $P - nP(x' - x)$ sont donc les poids de deux unités de volume d'air pour une même température x' et des hauteurs h' et h du barometre ; et comme, pour la même température, les poids d'un pied cube d'air sont entre eux en raison directe des pressions, on a la proportion

$$P' : P - nP(x' - x) :: h' : h, \text{ d'où } P' = P\left\{\frac{h'}{h}[1 - n(x' - x)]\right\}.$$

M. du Luc (Tom. 2, art. 588 et 607) trouve que lorsque le thermometre est au-dessus ou au-dessous de 16°,75, la correction à faire, pour chaque degré du thermometre, à la différence de hauteur donnée par l'équation $z = 10000\,(Lh - Lh')$ est à cette différence même dans la raison constante de 1 à 215 ; donc pour x degrés cette correction sera $10000\,(Lh - Lh') \times \pm \frac{x}{215}$; donc l'équation trouvée plus haut devient $z = 10000\,(Lh - Lh')\left(1 \pm \frac{x}{215}\right)$. 638

L'équation $z = A\,(Lh - Lh')$ donne $\frac{Lh - Lh'}{z} = \frac{1}{A}$, quantité constante pour une même colonne d'air et un instant déterminé : mettant dans cette équation pour $(Lh - Lh')$ sa valeur $\frac{121,3373}{1000}$ trouvée art. (640), et pour z sa valeur géométrique $= 1223$ toises, on a $\frac{1}{A} = \frac{0,1213373}{1223} =$ 0,00009912 et $A = \frac{1}{0,00009912}$; donc généralement $z = \frac{Lh - Lh'}{0,00009912}$. 642

Il est nécessaire que l'intervalle entre deux rondelles soit plus petit que la distance du point le plus bas de la chaîne à la surface de l'eau : en effet, sans cette condition il y auroit discontinuité dans le jet, puisqu'alors une partie seulement de l'espace compris entre deux rondelles seroit remplie d'eau. 653

Lorsque le piston monte, il est poussé par trois forces ; savoir : les poids supérieur et inférieur de l'atmosphere, et celui de la colonne d'eau comprise entre la surface inférieure du piston et le niveau de la superficie du réservoir. Les deux premieres, étant égales et directement opposées, se détruisent ; la seconde, qui agit tout entiere, est $= Sh$. 669

Lorsque le piston descend, les pressions supérieure et inférieure de l'atmosphere se détruisent également : reste donc à vaincre le poids de la colonne d'eau qui se trouve dans le tuyau montant, lequel est $= Sh'$.

$\frac{e+ey}{E+ey} \times h + a - y = h + z \ldots (A)$. On peut appliquer à la construction de cette équation la méthode donnée par M. de Prony dans un petit traité, qu'il a publié en 1791, sur la construction des équations indéterminées qui se rapportent aux sections coniques. 690 (Fig. [illegible])

L'expression $\frac{s+sy}{E+sy}\times h$ est la même chose que celle-ci $h-\frac{h(E-s)}{E+sy}$. Substituant cette dernière à la place de l'autre dans l'équation précédente, elle devient

$z=a-y-\frac{(E-s)h}{E+sy}$... (B). Cette équation se rapporte à celle (E) donnée art (36) de l'ouvrage cité plus haut. Lorsque $y=0$, on a $z=a-h+\frac{hs}{E}$. Soit AZ l'axe des z, et AY l'axe des y, perpendiculaires l'un sur l'autre; portez $AF=a$, et menez OFQ', faisant un angle de 45° avec AY; portez $AL=\frac{E}{s}$, et menez OLQ'' parallele à AZ; faites $AB=a-h+\frac{hs}{E}$, et tracez une hyperbole qui passe par le point B et qui ait OQ' et OQ'' pour asymptotes.

En effet, si dans l'équation (A) on fait $y=\infty$, l'équation devient $y=-z$, donc à l'infini $Ap=pm$; mais dans le même cas AQ, est négligeable, ou $Ap=Qp$, et d'un autre côté $Qhp=45°$ et $Qp=ph$; donc $Ap=ph$, et $pm=ph$; donc OQ' rencontre la courbe à l'infini et est son asymptote.

Ensuite, si on fait y négatif et $=AL$, c'est-à-dire $-y=\frac{E}{s}$ ou $E+sy=0$, le second membre de l'équation (B) devient infini, et on a $z=-\infty$; donc OQ'' est aussi asymptote.

Mais, pour vérifier la construction par un calcul direct, observons que la propriété de l'hyperbole donne $OH\times HM=OF\times FB$, et on a $OH=\sqrt{[(OR+GH)^2+(RF+FG)^2]}=\sqrt{[2(RF+FG)^2]}$; $HM=PG-GH-PM$; $OF=\sqrt{(2\overline{OR}^2)}$, $FB=AP-AB$, substituant les valeurs analytiques de ces lignes, on a $\sqrt{\left[2\left(\frac{E}{s}+y\right)^2\right]}\times(a-y-z)=\sqrt{\left(\frac{E^2}{s^2}\right)}\times\left(h-\frac{hs}{E}\right)$; élevant au quarré, divisant par $(a-y-z)^2\cdot\frac{2E^2}{s^2}$ et extrayant la racine, cette équation se change en celle-ci; $\frac{\frac{E}{s}+y}{\frac{E}{s}}=\frac{h-\frac{hs}{E}}{a-y-z}$, qui, divisée par $\frac{E}{s}$, devient $1+\frac{sy}{E}=\frac{h(E-s)}{E(a-y-z)}$, d'où l'on tire $E+sy=\frac{h(E-s)}{a-y-z}$, ou $a-y-z=\frac{h(E-s)}{E+sy}$, et enfin $z=-y-\frac{h(E-s)}{E+sy}$, qui est l'équation (B).

ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR L'HYDRODYNAMIQUE.

u n'est différencié ici que parcequ'on la considere pendant deux instans consécutifs, pendant lesquels les molécules de la tranche Mm parcourent les espaces dz et $dz + ddz$ On conçoit aisément qu'il y a une relation entre la variation ddz de dz et la variation de u, car deux tranches infiniment voisines étant supposées égales, si deux variations consécutives de z étoient aussi égales, le produit de l'orifice seroit le même, et u seroit constant, c'est donc ddz qui fait varier u, car il est relatif à l'excès de vitesse de la tranche S pendant le second instant. 706

On énoncera ainsi cet article · Puisqu'on ne veut avoir la valeur finie de la pression p que pour un instant déterminé, il faut observer qu'à cet instant la vitesse u et le rapport $\frac{du}{dz}$ qui, comme nous venons de le voir, ne doit varier que dans l'instant suivant, ont aussi une valeur déterminée, et qu'ainsi ces quantités doivent être traitées comme constantes dans l'intégration 708

Ceci est une suite de ce qu'on a dit précédemment, que toute la solution ne porte que sur un état instantané du fluide, et que pendant cet instant on ne doit considérer comme variables que z, s et p.

On pourra aussi, connoissant la différence de niveau CB et l'amplitude AD, trouver la hauteur AY du réservoir. En effet les deux équations $\sin.(2a) = \frac{b}{2h}$ et $h = \frac{h'}{\sin^2 a}$ donnent, en égalant les valeurs de h, $\frac{h'}{\sin^2 a} = \frac{b}{2\sin.(2a)}$ et $\frac{b}{2h'} = \frac{\sin.(2a)}{\sin^2 a} = \frac{2\cos. a}{\sin a} = 2\cot. a$ Ainsi, connoissant b et h', on calculera l'angle SAD $= a$, et l'équation $\sin.(2a) = \frac{b}{2h}$ donnera h ou la hauteur du réservoir. 759

A cause de B $>$ O, l'exposant du nombre e sera négatif, et on aura, en faisant $B^2 - O^2 = M$, $e^{-\frac{\kappa z}{\text{[illegible]}}} = \frac{1}{e^{\frac{\kappa z}{\text{[illegible]}}}}$. Lorsque $\kappa = 0$, cette fraction devient $= 1$, donc aussitôt que κ sort de zéro, le dénominateur devient > 1 et la fraction < 1. 771

On déterminera encore la valeur de φ dans l'équation $\varphi ds - \varphi P s dh = -\varphi Q h dh$ en disant · Puisque le facteur φ fait du premier membre une différentielle exacte, si on regarde φds comme la premiere partie de cette différentielle, $-\varphi P s dh$ sera la seconde, or φds renferme le produit φs différentié par rapport à s, donc $-\varphi P s dh$ doit être le même produit différentié par rapport à φ, cette condition donne $s d\varphi = -\varphi P s dh$ et $\frac{d\varphi}{\varphi} = -P dh$. 777

784 Soient du et du' les vitesses à la surface supérieure et à l'orifice au commencement du mouvement, dz et dx les hauteurs de la première tranche et du cylindre qui s'écoule, dt le temps, on aura les deux équations

$\Phi' : \Phi :: \frac{du'}{dt} : \frac{du}{dt} :: du' : du$, et $du' : du :: dx : dz$, mais l'équation $O\,dx = B\,dz$ donne $dx : dz :: B : O$; donc $\Phi' : \Phi :: B : O$, d'où $\Phi' = \frac{B}{O} \cdot \Phi$.

905 Lorsque h^2 est négative, le terme $\frac{e \sin \theta}{(2\varphi)^2}$ est positif, et il est négatif quand h^2 est positive; ainsi, en rassemblant ces deux cas, on a

$m' = \frac{\delta \cdot da \cdot dh \cdot dt \cdot s}{\sin f} \times (\mp h^2 \pm \frac{e \sin \theta}{(2\varphi)^2})^2 = \frac{\delta \cdot da \cdot dh \cdot du \cdot s}{\sin f} \times (h - \frac{2e \sin \theta h}{(2\varphi)^2} + \frac{e^2 \sin^2 \theta}{2\varphi})$.

934 Il ne faut pas perdre de vue que l'expression $\delta \kappa h a \sin^2 \theta$ ne représente qu'une masse, et qu'ainsi, pour avoir la pression, il faut multiplier par φ. Cette expression devient alors comparable à celle de l'art (958).

954 En représentant par 100 la résistance perpendiculaire et directe de la surface MN sur un plan perpendiculaire à la direction du mouvement, M. l'abbé Bossut donne 47,66 pour la valeur du terme 0,3153 correspondante à $x = 78°$; mais, si on calcule exactement, on trouvera que ce terme est $= 131,54$; la différence pour le même angle entre le résultat de l'expérience et celui de la théorie est $= 36,51$; ainsi le terme $0,03153 \times \left(\frac{x}{6}\right)^{3,32}$ est plus que triple de la valeur que lui donne l'expérience, et non pas trop fort de près d'un quart.

Au lieu de la formule de M. l'abbé Bossut, on emploiera avec avantage celle de M. de Prony, en faveur de laquelle il suffit de citer l'application qu'en a faite M. de Bettancourt dans un mémoire qui a pour titre, Expériences sur les forces expansives de la vapeur de l'eau. Je n'entrerai dans aucuns détails sur les calculs qui y ont conduit; je me contenterai de l'exposer toute préparée pour le cas dont il s'agit; c'est celle-ci:

$$y = 50 \cos^2 x + \tfrac{1}{2} [e^{0,17 + 0,0172 x} + e^{4,94 - 0,064 x}] + 5,695 \ldots . \text{ (A)}.$$

e est le nombre dont le logarithme hyperbolique $= 1$.

La table suivante offre les valeurs de y déduites de l'équation (A) et de celle de M. l'abbé Bossut, ainsi que les différences entre les résultats théoriques et ceux de l'expérience: ceux-ci sont tirés de l'ouvrage ci-dessus cité.

VALEURS de x.	VALEURS de y déduites de			DIFFÉRENCES entre les résultats de l'expérience et ceux de	
	l'équat. de M. l'abbé Bossut.	l'équation (A).	l'expérience.	l'équation (A).	M. l'abbé Bossut.
0°	100,00	100,00	100,00	0,00	0,00
6	98,93	96,16	98,93	— 2,77	0,00
12	95,98	91,64	95,78	— 4,14	+ 0,20
18	91,57	86,29	90,84	— 4,55	+ 0,73
24	86,31	80,54	84,46	— 3,92	+ 0,85
30	80,89	74,31	77,10	— 2,89	+ 3,79
36	75,51	67,83	69,25	— 1,42	6,26
42	72,82	61,48	61,48	0,00	11,34
48	71,93	55,34	54,35	+ 1,01	17,60
54	74,36	49,74	48,00	+ 1,74	26,36
60	81,07	44,97	44,04	+ 0,93	37,03
66	92,96	41,31	42,40	— 1,09	50,56
72	110,72	39,08	41,42	— 2,34	59,30
78	135,86	38,52	40,63	— 2,11	95,23
84	166,44	39,99	39,99	0,00	+128,45

Il pourroit arriver qu'il y eût ondulation de m' en m ; mais en la regardant comme un arc de cercle dont $m'm$ seroit la corde, la différence n'étant, comme on le sait, qu'un infiniment petit du troisieme ordre, on pourra toujours considérer le côté varié comme une ligne droite. 964

On appelle *plan gauche* un plan dans lequel on peut toujours, par un point quelconque, mener une ligne droite. Un tel plan seroit engendré par une ligne droite lancée dans l'espace. *Idem.*

Démontrer, d'après la maniere dont l'équation de l'art. (972) a été formée, que les sommes particulieres des termes multipliés par dx, dy et dz, doivent être séparément égales à zéro. 973

Effaçant φ dans le premier membre et sa valeur $\frac{du}{dt}$ dans le second, l'équation de l'art. (970) se change en celle-ci :

$$-\frac{1}{\delta}\left(\frac{dp}{dx}\right) = \left(\frac{du}{dx}\right)u + \left(\frac{du}{dy}\right)u' + \left(\frac{du}{dz}\right)u'',$$

laquelle, en multipliant les deux membres par $-dx$ et faisant

$$-\left[\left(\frac{du}{dx}\right)u + \left(\frac{du}{dy}\right)u' + \left(\frac{du}{dz}\right)u''\right] = -A,$$

devient

$$\frac{1}{\delta}\left(\frac{dp}{dx}\right)dx = -A\,dx;$$

mais, à cause de $\varphi dx = \left(\frac{du}{dt}\right)dx$, on a

$$\frac{1}{\delta}\left(\frac{dp}{dx}\right)dx + \varphi dx = \left[\left(\frac{du}{dt}\right) - A\right]dx, \text{ ou}$$

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)dx = \delta\left[\varphi - A - \left(\frac{du}{dt}\right)\right]dx. \text{ Or } A + \left(\frac{du}{dt}\right) = X;$$

donc $$\left(\frac{dp}{dx}\right)dx = \delta(\varphi - X)\,dx.$$

On prouveroit de la même maniere que

$$\left(\frac{dp}{dy}\right)dy = \delta(\varphi' - X')\,dy, \text{ etc.}$$

977 Au lieu de ces mots: Mais cette masse fluide est identiquement la même que celle qui, etc., *il faut lire*: Mais cette masse fluide ne differe de la premiere que d'une masse infiniment petite par rapport à chacune d'elles.

979 On verra aisément qu'on a $v^2 = uu + u'u' + u''u''$ en considérant que v est le côté d'un triangle rectangle qui a l'espace $u''u''$ pour un des côtés de l'angle droit, et pour l'autre côté sa projection orthogonale sur le plan des (x, y), laquelle projection devient hypothénuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés sont les espaces u et u'.

ÉCLAIRCISSEMENTS

SUR LA SECTION V

DES MACHINES ET DES MOTEURS.

1007 Lorsque la direction de P est parallele au plan incliné, on a P sin. $\Psi = 0$; ainsi cette direction sépare celles qui donnent les pressions positives de celles qui donnent les pressions négatives.

1012 Le corps Q ne pourra tendre à tourner autour du point F qu'autant que les points G et F se trouveront placés sur une même ligne verticale.

1014 Mettant pour u sa valeur $\frac{de}{dt}$, l'équation $u = \left(\frac{Q\cos. e - fQ\sin. e - A}{M}\right)$ devient $de = \left(\frac{Q\cos. e - fQ\sin. e - A}{M}\right)t\,dt$.

AE étant la pression ou puissance effective, AN sera la pression ou puissance normale, et EN la puissance tangentielle; mais ces deux dernieres puissances étant à angle droit, le point E ne pourra être en repos, qu'autant que le frottement produit par AN, qui équivaut à une puissance tangentielle, détruira la puissance tangentielle NE, c'est-à-dire qu'autant qu'on aura $f \cdot AN = NE$. Mais on a $NE : AN :: 1 :$ tang. AEN; donc $f \times \frac{AN}{NE} = f$ tang. AEN. Faisant $AN = P$, on aura $NE = fP$ et tang. $AEN = \frac{AN}{NE} = \frac{P}{fP} = \frac{1}{f}$. Avant l'action de AE, le point de contact E étoit au bas du diametre vertical de la gorge, mais l'action de AE fait remonter le point de contact jusqu'à une position telle qu'on ait la propriété ci-dessus. 1023

Le point E est celui où le rayon AC du cylindre extérieur perce la surface supérieure du filet de l'écrou, et le point H est la rencontre de cette surface par une perpendiculaire élevée sur l'extrémité du rayon AC. 1078

La ligne CF, étant infiniment petite, peut être prise pour un arc de cercle décrit du point A comme centre, et conséquemment pour un élément de la circonférence à laquelle correspond un pas, ainsi on aura, d'après la génération de la vis, la proportion 1080

$$CH : CF :: h : \text{circ } AC.$$

A la place du bras du levier AE on peut prendre celui AC, qui n'en differe que d'une quantité infiniment petite EC. 1084

La surface du plan BHC étant infiniment petite, on peut la regarder comme réduite à une ligne HB, cette ligne étant infiniment petite, les efforts exercés sur chacun de ses points sont sensiblement égaux entre eux; ainsi on pourra supposer que leur résultante passe par son milieu et conséquemment par celui de BC, son bras de levier sera donc $= \frac{AB + AC}{2} = AB + \frac{BC}{2}$, et celui de $fP = P$ aura (Fig. 95, n°. 5) pour valeur, 1085

$$\frac{\text{rayon } CQC' + \text{rayon } BQ'B'}{2}.$$

Dans l'appareil de M. Coulomb on a (Fig. 166), en appelant p le poids à ajouter à P pour vaincre la roideur de la corde, $(P + p) BC = Q \times aC$, d'où $p = \frac{Q \cdot aA}{BC}$. Dans l'appareil de M. Amontons (Fig. 182, n°. 2), si on imagine une verticale passant par le centre de gravité du poids B, cette verticale passera à droite du point b, et désignant par b' la rencontre de cette verticale par le diametre horizontal du rouleau, et par K l'autre extrémité de ce diametre, lorsque ce rouleau sera supposé entraîné d'un mouvement insensible et uniforme, comme le centre de rotation est dans la verticale ba, on aura $Q \cdot Kb = B \cdot b'b$, d'où $Q = \frac{B \cdot b'b}{Kb}$, et faisant $Kb = 2R$, $Q = B \frac{b'b}{2R}$. 1209

1126 Déterminer m et μ d'après les résultats de la deuxieme expérience, on a

F = A + M T$^{\mu}$ =	mT$^{\mu}$ = F — A =
502	0
790	288
866	364
925	423
1036	534
1186	684
1535	1033

Dans les valeurs de mT^{μ}, on a donné à A la valeur correspondante à T = o. Les 2e et 3e résultats donnent $m \cdot 2^{\mu} = 288$, $m \cdot 4^{\mu} = 364$, d'où $\left(\frac{2}{4}\right)^{\mu} = \frac{288}{364}$ et $\mu = \frac{\log\left(\frac{288}{364}\right)}{\log\left(\frac{2}{4}\right)} = \frac{34}{100}$. Les valeurs de μ déduites des autres résultats sont $\frac{29}{100}$, $\frac{30}{100}$ et $\frac{33}{100}$. On peut donc faire $\mu = \frac{1}{3}$; substituant cette valeur dans l'équation $m \cdot 4^{\mu} = 364$, on aura $m = \frac{364}{(4^{1})_{3}}$.

1164 Pour dire que le frottement est indépendant des surfaces, il faudroit les avoir fait varier : M Coulomb n'a pas rapporté les expériences sur lesquelles il fonde cet énoncé.

1168 Trouver la cohérence dans le frottement du fer contre fer avec enduit de suif.

Cette cohérence n'étant sensible que sous de petites pressions, je la cherche pour la pression = 55^{liv}, faisant donc attention que, dans le frottement du fer contre fer (cinquieme expérience), 8^{liv},5 est la somme du frottement et de la cohérence, on aura, en appelant x cette cohérence, $\frac{8,5-x}{55} = \frac{Fr}{F} = 0{,}097$ (0,097 est, d'après la condition, la valeur de $\frac{Fr}{F}$ pour la plus grande pression); cette équation donne $x = 3^{liv}$.

1190 Trouver les poids de la septieme colonne.

Pour la premiere expérience la charge totale est = 315 livres. Mais on a vu art. (1189) que les frottemens des cylindres pour un même diametre sont en raison directe des pressions, prenant donc le frottement d'un rouleau de bois d'orme de 12 pouces de diametre sous une pression de 1000 livres, nous aurons la proportion suivante ; 1000 : 5 :: 315 . x = 1,5.

Pour avoir les nombres de la huitieme colonne, il faudra de ceux de la cinquieme retrancher les valeurs de x.

Touver les nombres de la neuvieme colonne.

Nous trouvons art. (1176, colon. premiere et neuvieme) que pour une augmentation de charge égale à 1000 livres, on a une augmentation de résistance égale à 90 livres; on fera donc les proportions

$1000 : 90 :: 100 : x = 9$ }
$1000 : 90 :: 300 : x = 27$ } Ajoutant à chacun de ces quatriemes termes la résistance constante $= 4,2$ liv. donnée art. (1186), nous aurons
$1000 : 90 :: 500 : x = 45$ }

$R = 13,2$ pour 100 liv. }
$R' = 31,2$ pour 300 liv. } Comme ici le rouleau a 12 pouces de diametre, il ne faut prendre que le tiers de ces résistances, c'est à dire $\frac{R}{3} = 4,4$, $\frac{R'}{3} = 10,4$, $\frac{R''}{3} = 16,4$.
$R'' = 49,2$ pour 500 liv. }

Trouver les poids de la quatrieme colonne.

On trouve art. (1186) que pour une corde blanche de six fils de carret, le poids proportionnel à la charge par quintal est $= 2,2$, donc pour 200 liv. il sera $= 4,4$; le poids constant art. (1186 et 1179) est $= 0,1$; ainsi on a 4,5 liv. pour la résistance totale, en supposant que le rouleau ait 4 pouces de diametre ; prenant donc le tiers pour un rouleau de 12 pouces de diametre, on aura $\frac{4,5}{3} = 1,5$ pour la valeur de cette résistance. 1192 (1re Expér.)

Trouver la valeur du frottement, dans le cas où il faut avoir égard à la vitesse. (2e expér.)

On a $\varphi' = \frac{1,2(400+7)^{liv.}}{3\cdot 9^2} = \frac{488^{liv.}}{243} = 2$ liv. ; ainsi la résistance due à la roideur de la corde et au frottement sera $= 13,5^{liv.} - 2^{liv.} = 11,5^{liv.}$ si de ce nombre on retranche $1,5^{liv.}$, on aura 10 liv. pour le poids qui fait équilibre au frottement. Pour avoir le frottement réduit à l'axe de la poulie, on posera l'équation

$$10^{liv.}\ R = F \cdot r,$$

dans laquelle R représente la somme des rayons de la corde et de la poulie, r le rayon de l'axe, et F le frottement. Cette équation donne $F = 10^{liv.} \times 7,2 = 72^{liv.}$, valeur peu différente de celle qui correspond à une vitesse insensible.

On seroit tenté de croire que le rapport n, ainsi déterminé, devroit toujours être $= 1$. Cependant art. (1238), l'expérience donne $n = 1,6559$ et (1240) $n = 2$; mais cette difficulté disparoître, si on fait attention que, dans un calcul, toutes les quantités doivent être mesurées par celle qui a été prise pour unité. Tel est ici le pied-de-roi. 1280

Si on prend NB pour représenter l'effort du poids $P + q$, on aura la partie de cet effort qui agit suivant NA, et que l'homme doit surmonter, en abaissant du point B une perpendiculaire BK sur NA. Il résulte de cette décomposition que l'effort BK n'altere point celui NK, puisque les deux composantes agissent à angle droit. 1228

L'équation rigoureuse est $f = \frac{V^2}{r}\left(\frac{P+q}{g}\right)$. Si on suppose la force centrifuge égale à la pesanteur, comme la pesanteur est une vitesse, il faudra poser l'équation $\varphi\left(\frac{P+q}{g}\right) = \frac{V^2}{r}\left(\frac{P+q}{g}\right)$, divisant par $\frac{P+q}{g}$, on aura $\varphi = \frac{V^2}{r}$; d'où $V = (\varphi r)^{\frac{1}{2}}$. 1234

1240 Dans la supposition de M. Lambert, on a $h=2$, $q=0$, $K=P$, en prenant le poids de l'homme pour la mesure de son plus grand effort, et la formule de l'art. (1221) donne $n=2$

1241 Après la différentiation on arrive à l'équation $-3\sin.\lambda(1+3\sin^2.\lambda)^{-\frac{1}{2}} + (1+3\sin^2.\lambda)^{-\frac{1}{2}} - 3.3\sin^2.\lambda(1+3\sin^2.\lambda)^{-\frac{3}{2}} = 0$, qui, multiplié par $(1+3\sin^2.\lambda)^{\frac{3}{2}}$, devient, toutes réductions faites, $-3(1+\sin^2.\lambda)^{\frac{1}{2}}\cdot\sin.\lambda = 6\sin^2.\lambda - 1$. Elevant les deux membres au quarré et effectuant les multiplications, on a $\sin^4.\lambda - \frac{11}{9}\sin^2.\lambda = -\frac{1}{9}$. Cette équation résolue donne
$$\sin^2.\lambda = \frac{7\pm\sqrt{45}}{6}.$$

1245 Pour trouver la partie du poids de l'homme employée à faire tourner la roue, il faut faire usage de ce que nous avons dit art. (1228).

1249 Différentiant par rapport à K et divisant par n^2TdK, on trouve $\left(\frac{P+K}{P+q}A - B\right)^2 = \frac{2A(Q-K)}{P+q}\left(\frac{P+K}{P+q}A - B\right)^{-1}$. Multipliant les deux membres par $\left(\frac{P+K}{P+q}A - B\right)^1$ et réduisant, il vient $AK = \frac{A}{2}(Q-2P) + B\times(P+Q)$, équation qui donne la valeur de K.

1254 Les deux efforts iE et Cf se faisant équilibre aux extrémités des bras de levier AE et AC, on a l'équation $iE\cdot AE = Cf\cdot AC$, et $iE = \frac{Cf\cdot AC}{EA}$.

1269 On calculera les nombres de la troisieme colonne au moyen de l'équation de l'art. (1266)
$$\frac{P+Q}{P} = \frac{\sin.\sigma}{\cos.\sigma}\cdot\left[\frac{10-2\sin^2\sigma+2(\sin^4\sigma)}{(2-\sin^2\sigma+3\sin^4\sigma)(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{1}{2}}}\right],$$
laquelle, en supposant $\sigma = 90^\circ$, d'où $\cos.\sigma = 0$, devient
$$\frac{P+Q}{P} = \infty.$$

L'équation $\frac{f}{P} = \frac{3}{5}\text{tang.}\sigma = \frac{3}{5}\times\frac{\sin.\sigma}{\cos.\sigma}$, art (1256), donnera ceux de la quatrieme colonne. On voit que, dans le cas de $\sigma = 90^\circ$, on a $\frac{f}{P} = \infty$.

On se servira, pour former la quatrieme colonne, de l'équation
$$\frac{P+K}{P} = \frac{\sin.\sigma}{\cos.\sigma}\cdot\left[\frac{8-2\sin^2\sigma+12\sin^4\sigma}{(2-\sin^2\sigma+3\sin^4\sigma)(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{1}{2}}}\right]$$
trouvée art (1264), laquelle donne $\frac{P+K}{P} = \infty$, lorsque $\sigma = 90^\circ$; et, pour former la cinquieme, de celle-ci $\frac{P+q}{P} = \frac{1}{\cos.\sigma}$, qui, dans la même hypothese, devient $\frac{P+q}{P} = \infty$.

Dans l'hypothese de $\sigma = 90^\circ$, d'où $\cos.\sigma = 0$, on a, comme nous ve-

nons de la voir, $\frac{P+K}{P}=\infty$; ainsi la valeur de ν, donnée art (1260), devient $=\infty\times 0$, quantité qu'on pourroit déterminer comme il est dit art. (1033); mais il sera plus court de substituer dans ν à la place de $\frac{P+K}{P}$ sa valeur; ce qui donne, divisant numérateur et dénominateur par cos σ,

$$\nu = n^{\frac{1}{2}}\varphi^{7}\cdot\left[\frac{6\sin.\sigma-2\sin^3\sigma+12\sin^5\sigma}{(4-2\sin^2\sigma+6\sin^4\sigma)(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{3}{2}}}-\frac{\sin.\sigma}{(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

réduisant,

$$\nu = n^{\frac{1}{2}}\varphi^{7}\left[\frac{2\sin.\sigma+8\sin^5\sigma}{(4-2\sin^2\sigma+6\sin^4\sigma)(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{3}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

et substituant pour $n^{\frac{1}{2}}$, φ^{7} et sin. σ leurs valeurs, $\nu = 2,49$ (C'est par erreur que M. Lambert a donné l'infini pour la valeur de ν correspondante à $\sigma = 90°$).

On a art. (1261) $\frac{s}{T}=1-\frac{K}{Q}$; mais art. (1264)

$$\frac{K}{P}=\frac{\sin.\sigma}{\cos.\sigma}\cdot\left[\frac{8-2\sin^2\sigma+12\sin^4\sigma}{(2-\sin^2\sigma+3\sin^4\sigma)(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{3}{2}}}\right]-1;$$

et art. (1266)

$$\frac{Q}{P}=\frac{\sin.\sigma}{\cos.\sigma}\left[\frac{10-8\sin^2\sigma+24\sin^4\sigma}{(2-\sin^2\sigma+3\sin^4\sigma)(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{3}{2}}}\right]-1.$$

Appelant A le facteur de $\frac{\sin.\sigma}{\cos.\sigma}$ dans la valeur de $\frac{K}{P}$, et B le facteur analogue dans celle de $\frac{Q}{P}$, et faisant disparoître le dénominateur cos. σ, on a les deux équations

$$\frac{K}{P}\cdot\cos\sigma = \text{A}\sin.\sigma-\cos\sigma,$$

$$\frac{Q}{P}\cdot\cos\sigma = \text{B}\sin.\sigma-\cos\sigma,$$

qui divisées l'une par l'autre donnent

$$\frac{K}{Q}=\frac{\text{A}\sin.\sigma-\cos.\sigma}{\text{B}\sin.\sigma-\cos.\sigma};$$

d'où

$$\frac{K}{Q}\cdot\text{B}\sin.\sigma-\frac{K}{Q}\cdot\cos.\sigma = \text{A}\sin\sigma-\cos\sigma;$$

et, dans le cas de $\sigma = 90°$,

$$\frac{K}{Q}\cdot\text{B}=\text{A},\ \text{et}\ \frac{K}{Q}=\frac{\text{A}}{\text{B}}=\frac{8-2\sin^2\sigma+12\sin^4\sigma}{10-8\sin^2\sigma+24\sin^4\sigma}=0,50;$$

donc $\frac{s}{T}=1-0,50=0,50$, et non pas l'infini, comme on le trouve dans le mémoire de M. Lambert

On a $0 = d\cdot\nu^2 f^2 = \left(\frac{P+K}{P}\right)\times$ 1278

$$\left[\frac{2\cos\sigma\sin(\sigma+\Psi)(1+3\sin^2\sigma)-\sin\sigma(1+3\sin^2\sigma)\cos(\sigma+\Psi)-2\cdot3\cos\sigma\sin^2\sigma\sin(\sigma+\Psi)}{2\sin\Psi}\right]\sin(\sigma+\Psi)+$$

$$\frac{-3\sin\sigma\cos\sigma\sin.(\sigma+\Psi)(1+3\sin^2\sigma)+\sin^2\sigma(1+3\sin^2\sigma)\cos(\sigma+\Psi)+3\cdot3\sin^3\sigma\cos\sigma\sin(\sigma+\Psi)}{(1+3\sin^2\sigma)^{\frac{3}{2}}}.$$

Appelant A le premier terme divisé par $\frac{P+K}{P}$, B le second, et réduisant, on a

$$(A)=\frac{\sin(\sigma+\Psi)}{2\sin\Psi}\{2\cos\sigma\sin(\sigma+\Psi)-\sin\sigma\cos(\sigma+\Psi)-3\sin^2\sigma\cos(\sigma+\Psi)\},$$

$$(B)=-\sin\sigma\left[\frac{3\cos\sigma\sin(\sigma+\Psi)-12\sin^2\sigma\cos(\sigma+\Psi)-4\sin\sigma\cos(\sigma+\Psi)}{(1+3\sin^2\sigma)}\right];$$

d'où

$$\frac{P+K}{P}\cdot\frac{\sin(\sigma+\Psi)}{\sin\Psi}=\frac{-2tB\sin\Psi}{(A)\sin(\sigma+\Psi)}.$$

On se conduira de la même maniere en différentiant par rapport à l'angle Ψ. Le troisieme calcul ne comporte aucunes difficultés.

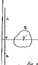
1557 M. de Prony m'a communiqué le passage suivant, qu'il a traduit de l'Encyclopédie angloise, et qui contient quelques détails propres à faire connoître plus particulièrement les travaux et les tentatives de *Newcomen*.

« La machine à vapeur resta dans cet état imparfait (celui où l'avoit « laissé Savery) sans aucune amélioration jusqu'à l'année 1705, époque à « laquelle MM. Newcomen et Calley, de Darmouth en Southampton-shire, « firent plusieurs essais pour y adapter un piston et un balancier, comme on « le pratique maintenant : ils y réussirent après bien des peines, et obtinrent « une patente de quatorze ans pour l'usage seul de cette invention. Ce « fut en 1711 qu'ils proposerent leur machine pour tirer l'eau des mines, « mais ils furent très froidement accueillis par plusieurs personnes du sud « de l'Angleterre, qui n'en comprenoient pas les propriétés. En 1712 ils « entrerent en arrangement avec les possesseurs d'une mine de charbon à « Griff en Warwick-shire, où ils établirent une machine avec un cylindre de « 22 pouces de diametre. Ils éprouverent d'abord de grandes difficultés, mais « avec le secours de quelques bons ouvriers ils parvinrent enfin à réussir « passablement. Cette machine est la premiere de son espece établie en An- « gleterre. Il falloit d'abord employer un homme pour le robinet de la va- « peur et un autre pour le robinet de l'injection : mais ils vinrent ensuite « à bout d'ouvrir et de fermer ces robinets au moyen d'un méchanisme « attaché au balancier. La seconde machine construite en vertu de cette « patente le fut dans une mine de charbon du comté de Durham, où un « M. *Beighton* étoit intéressé, à-peu-près vers l'an 1718.

« Ce M. Beighton n'approuvant pas la maniere trop compliquée d'ouvrir « et de fermer les robinets dans la premiere machine, y substitua la barre « verticale dont on se sert actuellement, et fit aussi quelques changements « avantageux dans les tuyaux, les soupapes et d'autres parties du mécha- « nisme.

« Peu d'années après, les machines à vapeur furent de plus en plus con- « nues, on sentit leur utilité, sur-tout pour tirer l'eau des mines, et comme « on en construisit un grand nombre, on y fit successivement diverses « améliorations, jusqu'à ce qu'enfin elles eussent acquis le degré de per- « fection dont elles jouissent à présent.

Table p. 70 Expl. des tab. 2818. M. de Prony m'a observé que la table comparative qu'il donne des dilatabilités de l'air, à différents degrés de température, et des dilatabilités moyennes, données par différents physiciens, ne pourroit avoir une exac-



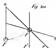
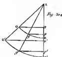
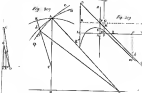

Fig. 200


Fig. 203


Fig. 204


Fig. 207
Fig. 209

titude parfaite qu'autant que l'air mis en expérience auroit contenu dans tous les cas la même quantité d'eau

M. de Prony a en effet observé dans la note de l'art. (524) que la qualité hygrométrique de l'air influoit sur sa dilatabilité. En conséquence il ne donne cette table que comme un exemple de l'application des expériences au calcul, qui ne fournit que des résultats approchés, car il n'est pas probable, ainsi que M. de Prony l'observe dans la note citée ci-dessus, que l'air mis en expérience en Angleterre, à Paris et au midi de la France, ait eu, dans tous les cas, le même degré d'humidité.

ERRATA.

OBSERVATION.

On a divisé l'errata en trois parties; savoir celui du texte, celui des notes, et celui des tables. On a de plus refondu en un seul, l'errata imprimé page 602 de la premiere partie, et celui résultant des nouvelles fautes d'impression decouvertes depuis la publication de l'ouvrage.

ERRATA DU TEXTE.

Note générale. On trouve quelquefois ces expressions, angle d'un moteur, d'une puissance, etc., ou projection d'un moteur, d'une puissance, etc. *Il faut toujours entendre par là*, l'angle ou la projection de la ligne suivant laquelle agit le moteur, la puissance, etc.

Avertissement, *lig.* 25, et celui de la science, *lisez* et de celui de la science.

Pag. *Lig.*

5, *pén.*, le temps *ck*, *lisez* le temps C*k*.
8, 9, 0,0662338 *e*, *lisez* 0,0662339 *e*.
Ibid., on voit (18), *lisez* on voit (19).
9, 17, qu'en nommant *s*, *lisez* qu'en nommant S.
22, 17, Φ*dt*, φ*dt*, *lisez* MΦ*dt*, *m*φ*dt*.
24, 3, l'un par l'autre, *lisez* l'une par l'autre.
26, 9, c'est-à-dire AB, *lisez* c'est-à-dire A*b*.
31, 17, aux points EF, *lisez* aux points E, F.
32, 6, quelconque F, *lisez* quelconque F, G ou E.
Ibid, *dern.*, (49) sur, *lisez* (50) sur.
33, *deuxieme indication marginale*, menu, *lisez* même.
34, *pén.*, l'un et l'outre, *lisez* l'une et l'autre.
35, 20, déduits du parallélogramme des forces, *lisez* rapportés au levier.
38, *prem.* sur les AH, *lisez* sur les lignes AH.
Ibid., 26, cos. $(\alpha+\gamma')$: cos $(\alpha+\gamma')$, *lisez* cos $(\alpha+\gamma')$: cos. $(\alpha+\gamma)$.
39, 12, P', *lisez* P.
40, 4, usages, *lisez* équilibre.
43, 2, *dt* ou φ*dt*, *lisez* M*dt* ou Mφ*dt*.
Ibid., 33, une vitesse, *lisez* une vitesse finie.
45, *prem.* de deux, *lisez* des deux.
46, 33, la position et des obstacles, *lisez* et la position des obstacles.
49, *prem.* art. (41), *lisez* art. (42).
55, 19, $Pp'' \pm Qp''$, *lisez* $Pp' \pm Qp''$.

Pag. *Lig.*

59, 28, translation, *lisez* rotation.
62, 23, force motrice, *lisez* force accélératrice
64, 15, $\frac{Dz}{ds}O$, *lisez* $\frac{Dz}{Ds}=$.
66, 10, suivant XY, *lisez* suivant la ligne XY.
68, 19, AM^{II}, n° 3, *lisez* AM^{II}, n°. 5
71, 3, la poistion, *lisez* la position
73, 25, (142), *lisez* (152).
76, 3, le numérateur, *lisez* le dénominateur.
80, *deuxieme indication marginale*, entre, *lisez* entrent.
82, 33, sont connus, *ajoutez* et dont les positions respectives sont invariables.
88, 17, est en général, *lisez* et en général.
91, *antépén.*, 318, *lisez* 218
93, *dern.*, $[y(1)+y(3)]n$, *lisez* $[y(1)+y(3)]h$
105, 20, sin ρ', sin ρ'', etc, *lisez* cos ρ', cos ρ'', etc.
107, 11, que BR, *lisez* que AR
Ibid., *accentuez tous les A de l'art.* (262).
112, 35, $(A'A''A^{II}+A'A''B^{II})$, *lisez* $(A'A''A'''+A'A''B''')$.
Ibid., *dern.*, et ainsi de suite, *lisez* $=0$, et ainsi de suite.
115, *dern.*, $AC-AD-x$, *lisez* $AC-DC-x$.
116, 5, AD, *lisez* CD.
Ibid., 34, $dy\left[\frac{(dx\cos.\varpi+dz\sin.\varpi)M\cos.\varepsilon r'}{ds^2 ds}\right]$, *lisez* …
$d\left[\frac{(dy\cos.\varpi+dz\sin.\varpi)M\cos.\varepsilon r'}{ds^2 ds}\right]$.
122, 18, de l'art. 93, *lisez* de l'art. 293
124, 19, forces motrices, *lisez* forces accélératrices.
127, 16, il faut rendre, *lisez* il faut (Fig. 74) rendre
129, 19, moufle fixe, *lisez* moufle mobile
Ibid., *deuxieme indication marginale*, et à la moufle mobile, *lisez* ou à la moufle mobile.
136, *dern.*, $k^{II}n^{IV}$, *lisez* $k^{II}n^{II}$.
139, 24, ne peut pas, *lisez* peut ne pas
143, 39, le parois, *lisez* la paroi.
149, 3, autour de R, *lisez* autour de X.
152, 10, a tang ε, *lisez* $a\,\Delta$ tang ε.
155, 15, par son centre de gravité, *lisez* par le centre de gravité du pied droit.
Ibid., 22, $\frac{\Delta S}{m\lambda}$, *lisez* $\frac{\lambda\varepsilon}{m\lambda}$.
158, 5, $fbcq$, *lisez* $fbcg$.
159, 15, infiniment grosse, *lisez* infiniment flexible.
160, 2, aux naissances O, *lisez* à l'extrados
165, *deuxieme indication marginale*, de dimensions, *lisez* des dimensions.
168, 4, et son joint, *lisez* à son joint.
175, 22, cette projection avec, *lisez* sa projection sur ce plan, avec.
177, 26, en trois autres perpendiculaires, *lisez* en trois autres paralleles.

Pag. Lig.

181, 25, elle agit en sens contraire de la précédente, *lisez* elle est supposée agir en sens contraire des pressions $\frac{u\,d\varphi}{R}$ et $\frac{d\,s}{d\varphi}\,d t f$(Mm. sin. Ψ).

182, *pén.*, $dd(\mathrm{R}dk)$, *lisez* $d(\mathrm{R}dk)$

183, 27, rotation, *lisez* relation.

188, 14 et 15, $-4hy\cos^2\alpha$, *lisez* $+4hy\cos^2\alpha$.

Ibid., 26, AP + Ap = AP, *lisez* AP + Ap = AD.

Ibid., 30, $-4hy\cos^2\alpha$, *lisez* $+4hy\cos^2\alpha$

189, *antépén.*, centre, *lisez* cercle.

191, 7, $t =$, *lisez* $dt =$

Ibid., 21, le radical ne se rapporte qu'à $\frac{a}{a}$.

195, 5, par l'arc N, *lisez* par l'arc MA.

197, 8, dénominations $\sqrt{x}$, $\sqrt{x'}$ sont constantes, *lisez* les dénominateurs $\sqrt{x}$, $\sqrt{x'}$ sont constants.

198, *pén.*, $\varphi fm = \mathrm{P}$, *lisez* $fm = \mathrm{P}$.

201, 1, un parallele, *lisez* une parallele.

Ibid., 18, $\overline{\mathrm{RR}'}^2 = \overline{\mathrm{RP}}^2$, *lisez* $\overline{\mathrm{RR}'}^2 + \overline{\mathrm{RP}}^2$.

202, 33, $\int z^2 \mathrm{Y}^2 dx^2$, *lisez* $\int z'^2 \mathrm{Y}^2 dx^2$.

203, 26, $\frac{aaa}{a+a}$, *lisez* $\frac{aaa}{a+a^2}$.

208, 6, passée, *lisez* passer

213, 35, vaincre les forces, *lisez* vaincre les puissances.

215, 10, μdv(459), *lisez* μdv(457)

Ibid., 19, $s r dx = \sigma \varphi dt$, *lisez* $s r dx = \sigma \varphi dx$.

237, 4, $\int u^2$, *lisez* $\int^2 u^2$

Ibid., 22, se mouvent, *lisez* se meuvent.

239, 6, être égal à, *lisez* être à.

Ibid., 28, $\int -$, *lisez* $\int =$.

241, 14, du moteur, *lisez* de la résistance.

Ibid., 18, par l'orifice ω, *lisez* par l'orifice ω'.

[256], 6, (Fig. 126, n°. 2), *lisez* (Fig. 126, n°. 1).

Ibid., 11, n°. 1, *lisez* n°. 2.

Ibid., 13, n°. 2, *lisez* n°. 1.

257, 18, $\frac{n}{2}\int\frac{dx\,dy}{\sin.\,e}$, *lisez* $\frac{n}{3}\int\frac{dx\,dy}{\sin.\,e}$.

259, 26, qui, *lisez* que

260, 1, divisée par z, *lisez* divisée par dz

261, 2, $\frac{dp}{dx}$, *lisez* $\left(\frac{dp}{dx}\right)$.

264, 5, YZ, *lisez* XZ

[265], 9, en D, *lisez* en A

268, 19, MO, *lisez* N'O

Ibid., 20, y — NM', *lisez* y — N'M

270, 6, mais, *lisez* et

276, 37, au plan ARMX, *lisez* au plan ou section ARMX.

277, 19, constants et intégrants, *lisez* constants et intégrant.

278, 1, $\frac{z+A}{\frac{1}{2}z^2+B}$, *lisez* $\frac{\frac{1}{2}z^2+A}{z+B}$.

280, 31, *supprimez* CM = γ.

Pag. *Lig.*

281, 4, x ou $z - o$, *lisez* w ou $z - o$.
283, 9, pression de l'élément, *lisez* pression verticale de l'élément.
288, 25, que l'infini est zéro, *lisez* que l'infini et zéro.
292, 5, aerometre, *lisez* aréometre.
294, 22, poids de z^2, *lisez* poids et de z^2.
295, 3, d'un plus grand pour, *lisez* d'un plus grand poids pour.
300, 32, 0,434244, *lisez* 0,4342944.
302, 4, cinquantieme cinquieme, *lisez* cinquante-cinquieme.
308, 26, (Fig. 146), *lisez* (Fig. 145).
309, 38, au-dessus de BC, *lisez* au-dessus de DC.
312, *premiere indication margin.*, pompe foulante, *lisez* pompe aspirante.
314, 25, la pompe T, *lisez* la soupape T.
321, 2, par le ressort, *lisez* pour le ressort.
324, 2, dans l'espace $E + 2y$, *lisez* dans l'espace $E + 2y'$.
325, 25, $\pm\sqrt{\left(\frac{1}{4}b + h(x-b) - \frac{hk}{3}\right)}$, *lisez* $\pm\sqrt{\left(\frac{1}{4}b^2 + h(x-b) - \frac{Eb}{3}\right)}$.
342, 8, $t = \frac{2S}{a^2\sqrt{2ag}}\{a\sqrt{ax} - ua[1 + \log.(a'\sqrt{ax} - ua)]\} + A$,
lisez $t = \frac{-2S}{a^2\sqrt{2ag}}\{a'\sqrt{ax} - ua[1 - \log.(ua - a'\sqrt{ax})]\} + A$.
Ibid., 17, $\frac{-2S}{a^2u} \cdot \int$, *lisez* $\frac{-2S}{a^2J} \cdot \int$.
Ibid., 19, $u\sqrt{ax} - a'a$, *lisez* $ua - a'\sqrt{ax}$.
347, 3, $t = \frac{A\sqrt{B}}{2Mt}$, *lisez* $\frac{A\sqrt{B}}{2Mt}$.
348, 15, trop foible, *lisez* trop forte.
349, 22, $\cos. \mathfrak{E} - 1$, *lisez* $\cos \mathfrak{E} = 1$.
352, 19, $dt = \frac{dk}{2gt}$, *lisez* $dt = \frac{dk}{\sqrt{2gt}}$.
353, 26, $\phi ds - \phi P s dh + \phi Q h dk$ sera, *lisez*
$\phi ds - \phi P s dh + \phi Q h dh = o$ sera.
355, 5, $\frac{s}{h} = \log h^2 + C$, *lisez* $\frac{s}{h} = - \log h^2 + C$.
Ibid., 6, $C - \log H^2$, *lisez* $C = \log. H^2$.
360, 13, 24 et 26, $\int y dx \sqrt{(h^2 + x + z)}$, *lisez* $\int y dx \sqrt{(h^2 + x - z)}$.
362, 8, valeur de s, *lisez* et la valeur de s devient.
Ibid., 9, $-\frac{2h'}{3}(h^2 + x)^{\frac{1}{2}}$, *lisez* $-\frac{2h'}{3}(h^2 + x)^{\frac{3}{2}}$.
Ibid., 11 et 18, $-5h'h^{\frac{1}{2}}$, *lisez* $-5h'h^{\frac{3}{2}}$.
Ibid., 23, est donnée pour l'équation, *lisez* est donnée par l'équation.
Ibid., 25 et 28, $-5hh'^{\frac{1}{2}}$, *lisez* $-5hh'^{\frac{3}{2}}$.
364, 6, inférieure, *lisez* supérieure.
377, 29, de l'art. (710), *lisez* de l'art. (770).
333, 18, $\left(h^2 \pm \frac{g\cos.f\cos.\phi}{(2g)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, *lisez* $\left(h^2 \pm \frac{g\cos.f\cos.\phi}{(2g)^{\frac{1}{2}}}\right)^{2}$.
Ibid., 22, $\left(h^{\frac{1}{2}} \pm \frac{g\cos.f}{(2g)^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$, *lisez* $\left(h^{\frac{1}{2}} \pm \frac{g\cos.f}{(2g)^{\frac{1}{2}}}\right)^{2}$.

Pag. *Lig.*
384, 13, laquelle pression décomposée horizontalement, *lisez* laquelle pression, dans le cas du mouvement horizontal.
Ibid., 16, et décomposée verticalement, *lisez* et dans le cas du mouvement vertical.
385, 31, de la vitesse composée, *lisez* de la vitesse relative.
388, 14, sur une ligne perpendiculaire, *lisez* sur un plan perpendiculaire.
Ibid., 16, $k\delta dh\,(h_2^1 \pm \ldots)$, *lisez* $k\delta dh\,(h^{\frac{1}{2}} \pm \ldots)$.
391, 34, $+\frac{v^2}{6 \cdot 4 p}$, *lisez* $-\frac{v^2}{6 \cdot 4 p^2}$.
394, 29, celui de $\frac{1}{7}\cdot 1000$, *lisez* celui de $\frac{1}{6}\cdot 1000\cdot 2$.
396, 30, $\frac{1}{3}\cdot\delta k h^{\frac{1}{2}}(\mathrm{U}-u)$, *lisez* $\frac{1}{6}\delta k h^{\frac{3}{2}}(\mathrm{U}-u)$.
397, 9 et 12, $\frac{1}{3}\delta k h^{\frac{3}{2}}$, *lisez* $\frac{1}{6}\delta k h^{\frac{3}{2}}$.
398, 16, $\frac{\delta k h v^2 \sin^2 \theta}{8}$, *lisez* $\frac{\delta k h v^2 \sin^2 \theta}{9}$.
400, 19, de côtés, *lisez* des côtés.
401, *pén.*, la vitesse, qui, *lisez* la vitesse relative, qui.
409, *titre de la troisième colonne*, poids moteur exprimé en pieds, *lisez* poids moteur exprimé en livres.
413, *quatrième indication marginale*, d'une véritable, *lisez* d'une variable.
415, 5, subie, *lisez* subi.
420, 2, $\left[\left(\frac{du'^2}{dt}\right)+\right.$, *lisez* $\left[\left(\frac{du^2}{dt}\right)+\right.$.
Ibid., 8, nombre, *lisez* membre.
424, 7, $=u'\frac{v\,dy}{dx}$, *lisez* $u'=\frac{x\,dy}{dx}$.
425, *prem.*, $\delta\left\{dQ-\frac{d}{r}\left(\frac{dU}{dt}\right)-v\,dv\right\}$, *lisez* $\delta\left\{dQ-\frac{ndt}{r}\left(\frac{dU}{dt}\right)-v\,dv\right\}$.
429, *deuxième indication marginale*, du mouvement proportionnel, *lisez* du frottement proportionnel.
436, 24, GL, *lisez* CL.
437, 6, $\log e^{\frac{fs}{r}}$, *lisez* $\log.e^{\frac{fs}{r}}$.
Ibid., 16, $\mathrm{R}e^{\frac{fs}{r}}$, *lisez* $\mathrm{R}e^{\frac{fA}{r}}$.
Ibid., 21, $\mathrm{R}a^{\frac{fA}{r}}+\mathrm{K}$, *lisez* $\mathrm{R}e^{\frac{fA}{r}}+\mathrm{K}$.
442, *pén.*, $\frac{\mathrm{K}''a}{\mathrm{R}\frac{r}{\left(1+\frac{1}{ff}\right)^2}}$, *lisez* $\frac{\mathrm{K}''a}{\mathrm{R}-\frac{r}{\left(1+\frac{1}{ff}\right)^2}}$.
444, 8, $x^{q^n\frac{-1}{q-1}}$, *lisez* $x^{\frac{q^n-q}{q-1}}$.
448, 28, $\frac{r}{\mathrm{K}}\varphi s$, *lisez* $\frac{a}{\mathrm{K}}\varphi' s$.

Pag. Lig.

452, 13, $f = \frac{1}{78} S \{$, *lisez* $f = \frac{1}{78} \{$.

455, *supprimez les deux dernieres lignes de l'art.* (1078).

457, 25, *adrhd*, lisez *adrdh*.

458, 5, $(n^2 r^2 + h^2 \text{tang}^2. 6)^1_4$, *lisez* $(n^2 r^2 + h^2 \text{tang}^2. 6)^{\frac{1}{2}}$.

461, *indication marginale*, frottement du premier genre, *lisez* frottement du second genre.

470, 12 *de l'art.* (1126), $\frac{a + m T^\mu}{b + T_\mu}$, *lisez* $\frac{a + m T^\mu}{b + T^\mu}$.

471, *troisieme expérience*, *troisieme colonne*, 10'', *lisez* 0''.

473, *cinquieme expérience*, *sixieme colonne*, et même s'éleve, *lisez* et même s'accélere.

Ibid. *septieme expérience*, *cinquieme colonne*, 6, *lisez* 6$\frac{1}{2}$.

478, *premiere expérience*, *septieme colonne*, 0,0894, *lisez* 0,0849.

483, 14, ne diminuoit point, *lisez* ne diminue point.

486, 1, du contact, *lisez* de contact

Ibid., *deuxieme et quatrieme expériences*, *huitieme colonne*, 2,0', *lisez* 0,0.

487, *quinzieme expérience*, *septieme colonne*, moindre que 3 livres, *lisez* moindre que 30 livres.

Ibid., *quatorzieme expérience*, *cinquieme colonne*, 74, *lisez* 47.

490, *quatrieme expérience*, *cinquieme colonne*, 45, *lisez* 452.

492, 30, de l'art. (118), *lisez* de l'art. (1118).

493, 32, mais la 11e, *lisez* mais par la 11e.

498, 5, 132 livres, *lisez* 134 livres.

Ibid., 29, dans le pied, *lisez* dans le poids.

499, 5 et 8, $\frac{K^\mu}{R} b \cdot 100^{lit} \cdot 18,7$, *lisez* $\frac{K^\mu}{R} b \cdot 100^{lit} = 18,7$

504, *indication marginale*, Coulomb, *lisez* Amontons.

509, *deuxieme indication marginale*, vitesse des axes, *lisez* vitesse sur le frottement des axes.

511, *deuxieme de l'art* (1205), caetrr, *lisez* carret.

513, 27, de la pression ou frottement, *lisez* de la pression au frottement.

519, 36, AV, *lisez* V.

520, 16, d'où $\frac{\sin. \omega}{2 \sin. \lambda} = \frac{\cos. \omega}{2 \sin. \lambda}$, *lisez* d'où $\frac{\sin. \omega}{4 \sin. \lambda} = \frac{\cos. \omega}{2 \cos. \lambda}$.

Ibid., 20, $\sin \omega = \frac{2 \text{tang.} \lambda}{(1 + 3 \text{tang}^2 \lambda)^{\frac{1}{2}}}$, *lisez* $\sin. \omega = \frac{2 \text{tang.} \lambda}{(1 + 4 \text{tang}^2 \lambda)^{\frac{1}{2}}}$.

527, 28, $P + K = \frac{2 e}{3 A}(P + q)$, *lisez* $P + K = \frac{2}{3} P + \frac{2 e}{3 A}(P + q)$.

529, 26, $\frac{2 \sin \sigma}{(1 + 3 \sin^2 \sigma)^{\frac{1}{2}}}$, *lisez* $\frac{2 \sin \sigma}{(1 + 3 \sin^2 \sigma)^{\frac{3}{2}}}$.

530, 20, $- 3 \sin^4. \sigma$, *lisez* $+ 3 \sin^4. \sigma$.

532, *septieme colonne*, infini, *lisez* 2,49.

Ibid, *huitieme colonne*, infini, *lisez* 0,50.

533, 31, $\frac{1}{2}$ de pied, *lisez* $\frac{1}{3}$ de pied.

538, 26, le bas A M, *lisez* le bras A M,

539, *dern.*, de 27,973, *lisez* de 25,973.

Pag. *Lig.*
540, 34, M. l'abbé de V..., *lisez* M. l'abbé Demandres.
Ibid., 36, mécaniens, *lisez* mécaniciens.
542, 29, nous ne savons pas, *lisez* nous ne sachions pas.
545, 8, $F'Eg'$, *lisez* FEg'.
Ibid, 33, $\gamma = 8$ pieds, $\lambda = 12$ pieds, *lisez* $\lambda = 8$ pieds, $\lambda' = 12$ pieds.
547, 12, et par $\frac{k}{(AL)^n}$, *lisez* $\frac{k}{(AI)^n}$.
550, 15, acceptation, *lisez* acception.
558, 13, dès les premiers instants de son ébullition, *lisez* dès les premiers instants, de son ébullition.
566, 4, qui est E, *lisez* qui est en E.

ERRATA DES NOTES.

12, 19, $PM' = e'$, *lisez* $P'M' = e'$.
14, 5, $de - de' = dde$, lisez $de' - de = dde$.
126, 1, demi-angle et au, *lisez* demi-angle au.
194, 11, lance, *lisez* lame.
296, 12, *après* sang chaud *ajoutez* et de produire de la chaleur dans ces opérations.
Ibid, 19, des végétaux, *lisez* des végétaux couverts d'eau.
Ibid, 23, *ajoutez*, 4°. de former de l'amoniaque lors qu'il est uni au gaz hydrogene.
Ibid. On peut effacer les deux dernieres lignes de cette page et les deux premieres de la page 297.
297, 4, *après* terre calcaire, *ajoutez*, ou carbonate de chaux.
Ibid., 6, ou par tout autre moyen d'acidification du carbonne, *lisez* et généralement par la combinaison de l'oxygene avec le carbonne.
Ibid., 8, par les alkalis, et les, *lisez* par les alkalis, et quelques.
Ibid., 17, le gaz phosphorique et le foie de soufre, nommé sulfure de potasse, sont, *lisez* le gaz hydrogene phosphoré, le foie de soufre, nommé sulfure alkalin, la combustion du phosphore, le fumier, les limaçons, sont.
298, 25, dépôt, *lisez* déchet.
Ibid., 26, *après* $\frac{1}{35}$, *ajoutez*, quelquefois cependant, comme dans l'expérience de M. Seguin, on est parvenu à n'avoir point d'azote lorsqu'on retire l'oxygene de substances qui n'en contiennent point.
Ibid., 36, verre, *lisez* fer.
299, 19, au moins 800 fois, *lisez* beaucoup plus de 800 fois.
Ibid, 32, elle est même, *lisez* elle est elle-même.
328, 2, les discours préliminaires de l'hydrostatique, *lisez* le discours préliminaire de l'hydrodynamique.
409, poids du moteur, *lisez* poids moteur
455, 1, doit être connu, *lisez* doit être conçu.
548, 6, ouragants, *lisez* ouragans.
551, 2, chymiste, *lisez* chimiste.

Pag. Lig.

552, 31, resuite, *lisez* résulte.

Ibid., 41, à l'instant du premier instant, *lisez* au premier instant.

553, *deuxieme colonne*, $3^{n-1}+1$, *lisez* 3^{n-1}, *troisieme colonne*, ... $2\cdot3^{n-1}+2$, *lisez* $2\cdot3^{n-1}$; *faites la même correction dans les deuxieme et troisieme lignes après la table.*

Ibid., 18, *après ces mots*, Voyez les considérations sur la Chimie des végétaux par M. Riche, *ajoutez*. Cette maniere de considérer la combust on n'est donnée ici que pour faire connoître une des hypotheses qui expliquent ce phénomene.

ERRATA DES TABLES.

Pag.

620, *ligne* 13, à l'équation, *lisez* à l'équateur.

15, 8ᵉ *colonne*, 8ᵉ *nombre*, 3 6 3, *lisez* 9 6 3.

36, *effacez* Wolfram | 71195 | 4 4 66 | 498 5 6 52 |, *et transportez cette ligne page* 37 *au-dessous de Tungstene*. . . . . . . | 60665 | 5 7 33 | 424 10 3 60 |.

Ibid., *Table* V, 6ᵉ *accolade*, Cobalt, *lisez* Manganese.

Ibid., 6ᵉ accol. *effacez* Cobalt fondu | 78119 | 5 0 36 | 546 13 2 45 |, *et transportez cette ligne au-dessus* de Safre lavé, *page* 37.

Ibid., Manganaise, *lisez* Manganese.

37, *effacez* La même pénétrée d'eau | 39039 | 2 4 17 | 273 4 2 68 |, *et transportez cette ligne après la derniere de l'article* Manganese.

43, PIERRES ARGILLEUSES OU ALUMINEUSES, *lisez* PIERRES MAGNÉSIENNES.

Ibid., Noms des pierres argilleuses, *lisez* Noms des pierres magnésiennes.

44, *même correction.*

46, PIERRES ARGILLEUSES OU ALUMINEUSES, *lisez* PIERRES CALCAIRES.

Ibid., Noms des pierres argilleuses, *lisez* Noms des pierres calcaires.

Ibid., *effacez* PIERRES CALCAIRES *et* Noms des pierres calcaires.

Ibid., *transportez l'espece des* Spaths fluors *entre celle des* Gypses *et le titre.*

47, *on pourra placer* les Albâtres *après* les Gypses *et avant* les Spaths fluors.

55, PIERRES DIVERSES, *lisez* PIERRES CALCAIRES.

Ibid., Noms des pierres, *lisez* Noms des pierres calcaires.

Ibid., *au-dessus de la* 2ᵉ *accolade écrivez en titre* PIERRES DIVERSES *jusqu'à celui-ci:* VITRIFICATIONS ARTIFICIELLES, *et sur la ligne des titres:* Noms des pierres.

Ibid., *transportez les* Spaths fluors *ou* Fluates de chaux *après les* Albâtres, *page* 46.

58, PIERRES CALCAIRES, *lisez* PORCELAINES.

Ibid., Noms des pierres calcaires, *lisez* Noms des porcelaines.

64, *Table VI*, 2ᵉ *colonne*, *dernier nombre*, 0,03820, *lisez* 1,03820.

67, *colonne* 3ᵉ, *nombre* 4ᵉ, 6,05, *lisez* 0,05.

Ibid., *colonne* 3ᵉ, *nombre* 36ᵉ, 1,14, *lisez* 2,14.

Pages.

Ibid., *pour 52 degrés du thermometre, la force expansive déduite du calcul* = 0,12, *lisez* 6,12.

68, *Table XI*, *ligne* 3, qu'on coonoît, *lisez* qu'on commet.

70, *ligne* 6 *et* 8, par secondes, *lisez* par seconde.

71, *ligne* 6, dans la température pour laquelle, *lisez* dans la température, pour laquelle.

Ibid., *ligne* 14, de variations, *lisez* de variation

72, *ligne* 3, 95,1251, pieds, *lisez* 95,1247 pieds.

ERRATA DES ÉCLAIRCISSEMENTS.

Pag. *Lig.*

4, 36, sont diriges, *lisez* sont dirigées.

6, 21, $dy' = \pm \frac{Edx'}{\sqrt{(xx - E^2)}}$, *lisez* $dy' = \pm \frac{Edx}{\sqrt{(xx - E^2)}}$.

13, 26, partiuliere, *lisez* particuliere.

15, *indication marginale*, 590 (Fig 10), *lisez* 590 (Fig 208).

31, 4, $\frac{Dl}{da}O$, *lisez* $\frac{Dl}{da} =$.

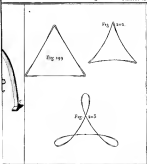
Ibid., 5, suivant XY, *lisez* suivant XY.

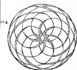
Ibid., 40, aux naissances O, *lisez* aux naissances.

32, 11, ler adical, *lisez* le radical.

Ibid., *pénultieme*, $\frac{1}{4}z + A$, *lisez* $\frac{1}{3}z + A$.

Nota. On croit devoir indiquer les feuillets qui ont été réimprimés et cartonnés, afin que chacun puisse vérifier s'ils se trouvent tous dans son exemplaire; on les reconnoîtra par une étoile qui se trouve à la marge inférieure. Ces étoiles sont aux pages 3, 49, 73, 115, 139, 181, 277, 287, 545.


Fig 199
Fig 202
Fig 203


204

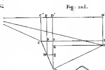
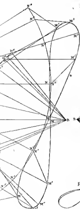
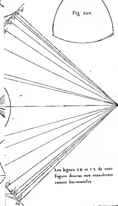
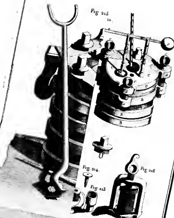

Fig. 205.
C'
F
D'
B'
C
H
K
B
M
D

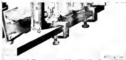

Fig. 206.


N'
M'
N
M
B

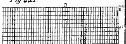

A
Les lignes BD et CA de cette Figure doivent être considérées comme horizontales.

NOUVELL

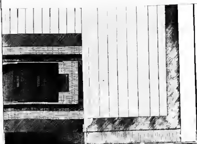




Tom II N° 4.


Fig. 221
D
B





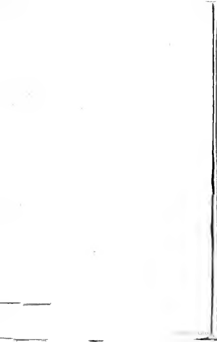
Tom II N° 6

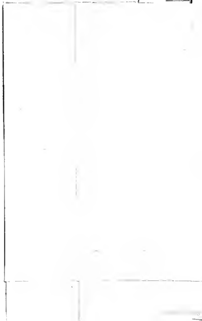


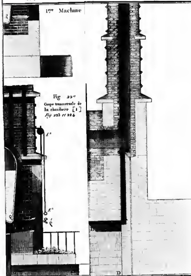








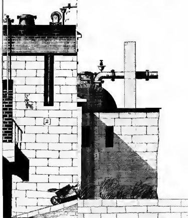



1re Machine
Fig. 227
Coupe transversale de la chaudiere [1]
Fig. 223 et 224
D
D

1re machine Details

Fig. 230
[...]ndiere [2] Fig. 223 et 224 prise [...] va au cendrier

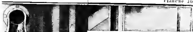
Fig. 229
Élévation de la chaudiere [1] Fig. 223 et 224 prise du côté de la cheminée



NOUVELLE A

ntrant l'interieur du cilindre a va le moderateur &c

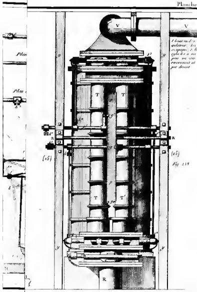
Planche 26





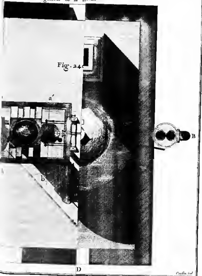
m II Nº 12

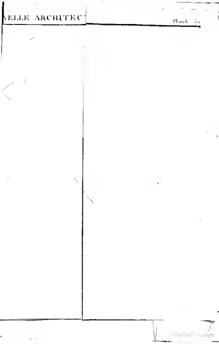

Tome II. N° 12


Planche
Fig. 214
Tom. II. X



Plan général de la scène

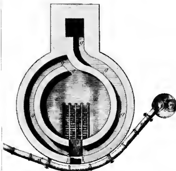


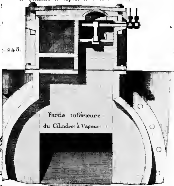

ELLE ARCHITEC
Planche 53





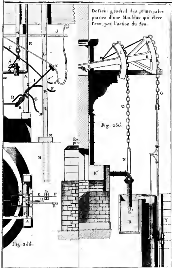
e l'emplacement de la chaudiere





Plan

es Boondenseur


Dessein général des principales parties d'une Machine qui élève l'eau, par l'action du feu.
Fig. 256.
Fig. 255.

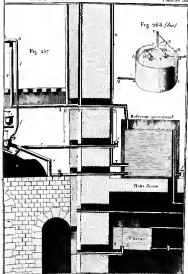

Fig. 257
Fig. 268 (bis)
Reservoir provisionel
Platte forme
Citerne

Fig 261.

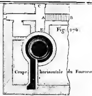


Fig 265

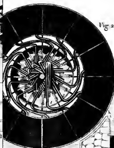






Fig 27

Profil gé

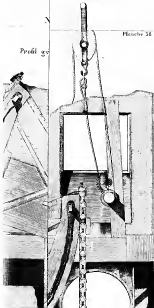
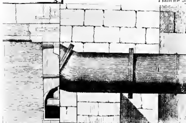
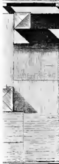




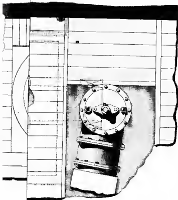
Planche 5





Gravé par Berthault

Tom II Nº 24



B

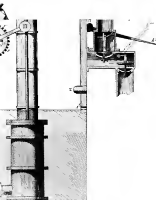
T

H

p''

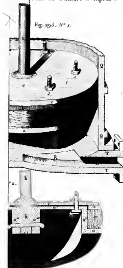
Π^3

Том II N

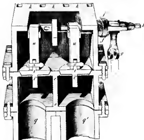




…e du piston du Cilindre à vapeur. Pl. 4…

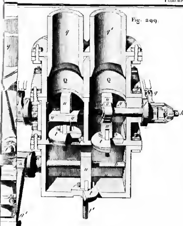


'apeur et au condenseur



Geoffroy Sculp

ios



ries vapeur et au condenseur

n partie
de la
r

Gravé par Lemaitre

Fig. 310

B

C C

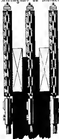
Fig. 311

B

Vue d[illegible]
plattes b[illegible]
le gran[illegible]
lunier



Fig. 313. N° 4.
Martingales du Balancier



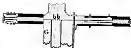
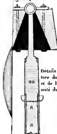
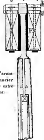


Fig. 314 Nº 3



Détails de l'armature du Balancier et de l'autre extrémité du tirant.

Fig. 314 Nº 4



Gravé par Gangren

parties

N° 2





N° 5

